



**Departamento de Engenharia
Engenharia Civil
Estruturas de Concreto Armado I**

Notas de Aulas

**Alberto Vilela Chaer, M.Sc., Professor Adjunto-I, chaer@ucg.br
Maria das Graças Duarte Oliveira, Acadêmica de Engenharia Civil, duarts@cultura.com.br**

Goiânia, GO.-2004

APRESENTAÇÃO

O presente material tem por objetivo fornecer ao acadêmico de Engenharia Civil, no âmbito da disciplina Estruturas de Concreto Armado I, uma visão geral do assunto, auxiliando o no aprendizado em sala de aula.

Não tivemos aqui a pretensão de esgotar o tema, ou de apresentar substitutivo a qualquer uma das obras didáticas relacionadas à disciplina, porquanto o aluno, na busca de um maior aprofundamento sobre determinado tópico, deverá sempre procurar valer-se da bibliografia indicada para o curso.

Em consonância com o programa da disciplina, abordamos inicialmente, os conceitos, normas técnicas e fundamentos para o dimensionamento com o emprego do material concreto armado.

A seguir, é feito um estudo detalhado, com vistas a uma orientação prática para o detalhamento dos elementos estruturais: lajes e vigas em concreto armado.

Aguardamos com ansiedade que críticas e sugestões nos sejam apresentadas. É nosso entendimento que, por certo elas virão no sentido da melhoria ou correção de eventuais erros em nosso trabalho. O erro, em que pese parecer-nos inadmissível em matéria de dimensionamento estrutural, infelizmente é atributo humano e por vezes ele comparece. A busca da perfeição, de melhores soluções, de melhores resultados, tendo em vista que o destinatário de nosso produto é o homem, e diz respeito à sua segurança e bem estar, devem sempre, portanto, nortear o nosso mister como engenheiros.

Finalmente, havendo críticas, já nos sentiremos gratificados, vez que nos indicarão que o trabalho ao menos foi lido.

Goiânia, agosto de 2004.

Alberto Vilela Chaer
Maria das Graças Duarte de Oliveira

SUMÁRIO

- 1 - Elementos estruturais
- 2 - Lajes
- 3 - Lajes armadas em uma direção
- 4 - Lajes armadas em duas direções
- 5 - Czerny - aplicações
- 6 - Painel de lajes
- 7 - Painel de lajes - eixos e engastamentos
- 8 - Painel de lajes - condição de armação - carregamento
- 9 - Painel de lajes - cálculos momentos e reações
- 10 - Painel de lajes - momentos positivos
- 11 - Painel de lajes - momentos negativos
- 12 - Painel de lajes - reações
- 13 - Painel de lajes - carregamento V1
- 14 - Painel de lajes - carregamento V2
- 15 - Painel de lajes - carregamento V3
- 16 - Painel de lajes - carregamento V4
- 17 - Painel de lajes - carregamento V5
- 18 - Painel de lajes - carregamento V6
- 19 - Painel de lajes - carregamento V7
- 20 - Painel de lajes - carregamento V8
- 21 - Fundamentos do concreto armado
- 22 - Estados limites - ações - segurança
- 23 - Ensaios de stuttgart
- 24 - Durabilidade das estruturas
- 25 - Flexão pura - fundamentos
- 26 - Flexão pura - domínios de deformação
- 27 - Flexão pura - dimensionamento
- 28 - Flexão pura - armadura dupla
- 29 - Disposições construtivas gerais
- 30 - Flexão pura - viga com seção em T
- 31 - Cisalhamento
- 32 - Armadura de costura
- 33 - Armadura de suspensão

- 34 – Detalhamento das armaduras das lajes
- 35 – Aderência – ancoragem
- 36 – Detalhamento da armadura longitudinal das vigas
- 37 – Estados limites de serviço
- 38 – Bibliografia

conteúdo 1

elementos estruturais

1.1 Definição

As estruturas podem ser idealizadas como a composição de elementos estruturais básicos, classificados e definidos de acordo com a sua forma geométrica e a sua função estrutural em:

- elementos lineares;
- elementos de superfície.

1.1.1 Elementos lineares

Os elementos lineares, também chamados barras, são peças alongadas, nas quais uma das dimensões (comprimento) é relativamente grande em relação às outras duas (dimensões transversais), sendo estas da mesma ordem de grandeza entre si.

Podem considerar-se como barras, aqueles elementos estruturais em que o comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal. De acordo com a sua função estrutural recebem as designações:

1.1.1.1 Vigas

Elementos lineares em que a flexão é o esforço preponderante.

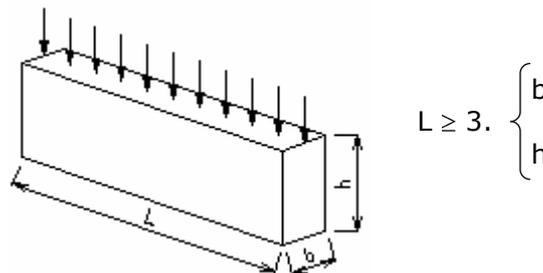


Figura 1.1 – Viga

1.1.1.2 Pilares

Elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes.

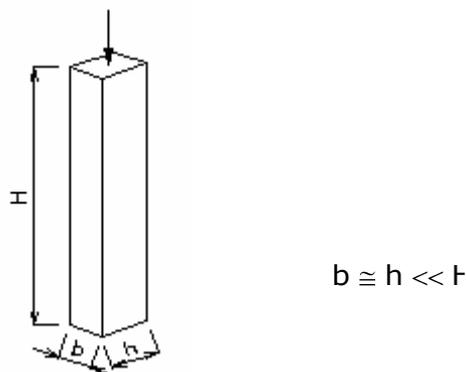


Figura 1.2 – Pilar

1.1.1.3 Tirantes

Elementos lineares de eixo reto em que as forças normais de tração são preponderantes.

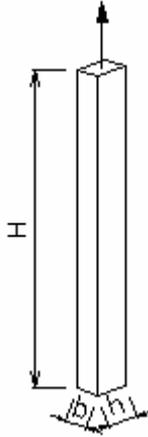


Figura 1.3 - Tirante

1.1.1.4 Arcos

Elementos lineares de eixos curvos em que as forças normais de compressão são preponderantes, agindo ou não simultaneamente com esforços solicitantes de flexão, cujas ações estão contidas em seu plano.

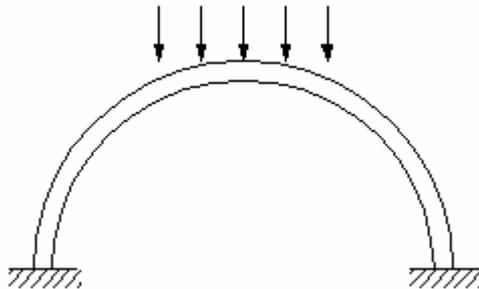


Figura 1.4 - Arco

1.1.2 Elementos de superfície

Elementos em que uma dimensão, usualmente chamada espessura, é relativamente pequena em face das demais, podendo receber as seguintes designações:

1.1.2.1 Placas

Elementos de superfície plana sujeitos principalmente a ações normais a seu plano. As placas de concreto são usualmente denominadas lajes. Placas com espessura maior que 1/3 do vão devem ser estudadas como placa espessa.

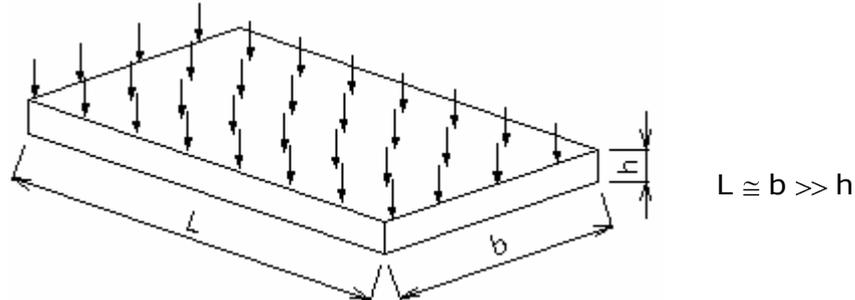


Figura 1.5 - Placa

1.1.2.2 Chapas

Elementos de superfície plana sujeitos principalmente a ações contidas em seu plano. As chapas de concreto em que o vão for menor que três vezes a maior dimensão da seção transversal são usualmente denominadas vigas-parede.

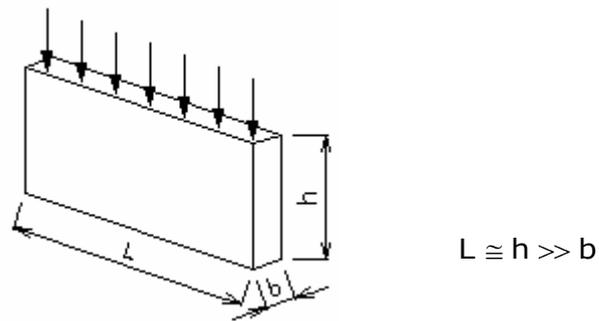


Figura 1.6 - Chapa

1.1.2.3 Cascas

Elementos de superfície não plana.

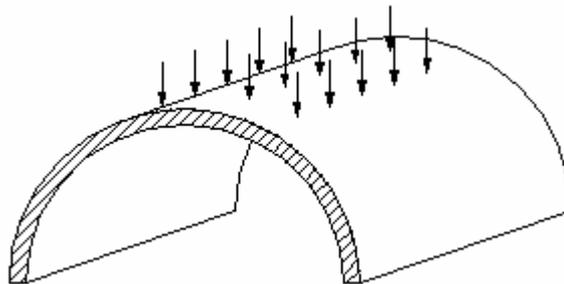


Figura 1.7 - Casca

1.2 Sistemas estruturais em concreto armado

Os elementos estruturais, combinam entre si para formarem os sistemas estruturais.

1.2.1 Sistemas de elementos lineares

A combinação dos principais elementos lineares; pilares e vigas, formam os sistemas estruturais de uso mais corrente. Eles podem ser classificados em lineares, planos e espaciais.

1.2.1.1 Sistemas lineares

Os sistemas lineares são constituídos por vigas simples, vigas contínuas, vigas contínuas rotuladas.

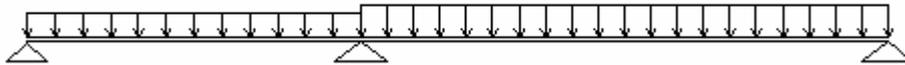


Figura 1.8 – Viga contínua

1.2.1.2 Sistemas planos

Os sistemas planos são os pórticos, arcos, treliças, grelhas, vigas-balcão etc.

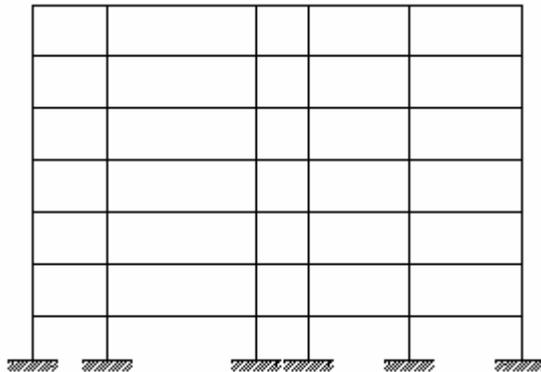


Figura 1.9 – Pórtico plano

1.2.1.3 Sistemas espaciais

Os sistemas espaciais são estruturas aporticadas em duas direções. O exemplo mais comum são as estruturas de edifícios, formadas por pórticos espaciais de vários tramos e vários andares.

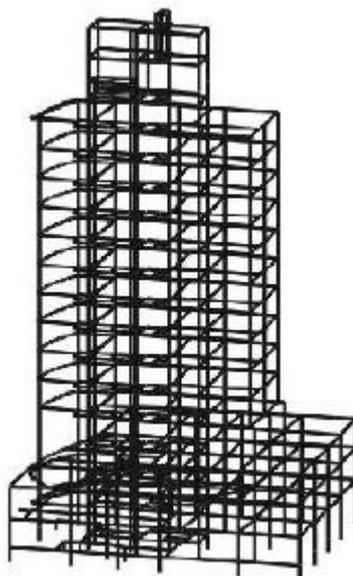


Figura 1.10 – Pórtico espacial

1.2.2 Sistemas de elementos de superfície

Os elementos de superfícies individuais podem constituir sistemas estruturais planos, como por exemplo, um pilar parede, o tabuleiro de uma ponte em laje. As paredes e lajes podem ser maciças ou vazadas, com altura constante ou variável.

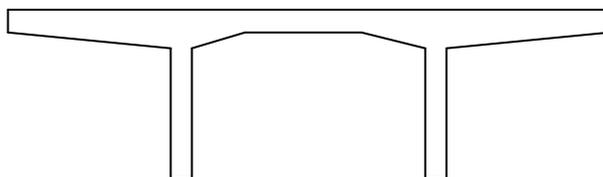


Figura 1.11 – Seção usual de ponte biapoiada

Os elementos de superfície aparecem também, freqüentemente, associados a elementos lineares.

A laje quando associada às vigas, desempenha tripla função:

- função de laje, propriamente dita – apoio direto para as cargas solicitantes;
- função de mesa de viga T – a laje, ligada monoliticamente à viga retangular, constitui a mesa de uma viga em forma de T, absorvendo as tensões normais de compressão provocadas por solicitações de flexão;

- função de disco horizontal – graças à sua rigeza, no seu próprio plano, a laje amarra as cabeças das colunas, distribuindo entre as mesmas os esforços horizontais solicitantes (geralmente produzidos pelo vento).

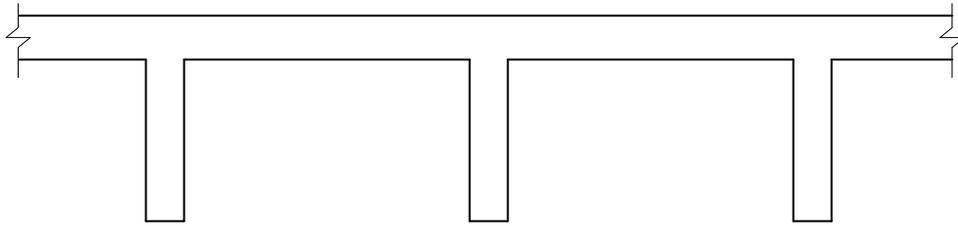


Figura 1.12 – Piso usual de edifício (laje superior)

1.3 Análise da construção

1.3.1 Decomposição real

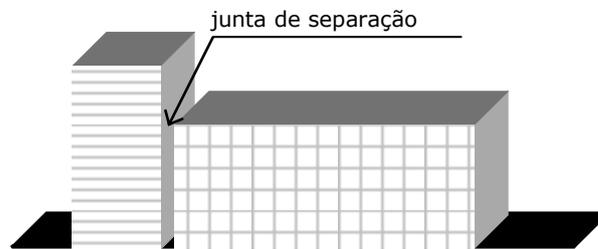


Figura 1.13 – Decomposição real

1.3.2 Decomposição Virtual

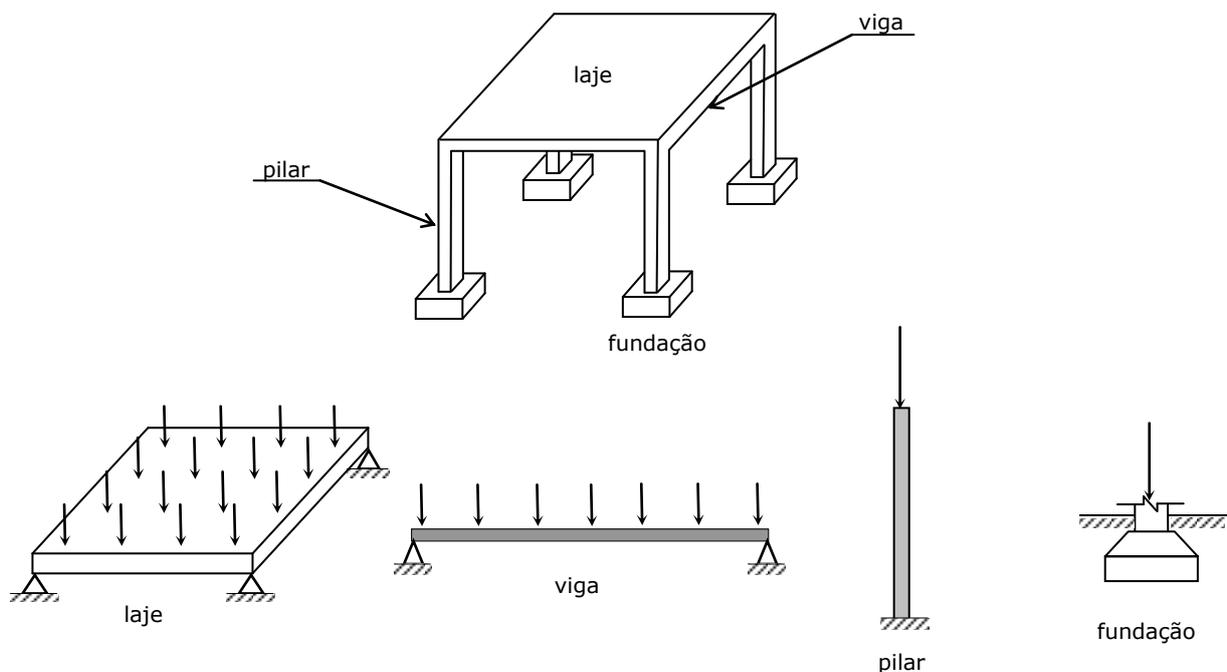


Figura 1.14 – Decomposição virtual

1.4 Análise da estrutura

A análise deve ser feita com um modelo estrutural realista, que permita representar de maneira clara todos os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura e que permita também representar a resposta não linear dos materiais.

Vejamos o funcionamento das diversas peças que constituem a estrutura de um edifício:

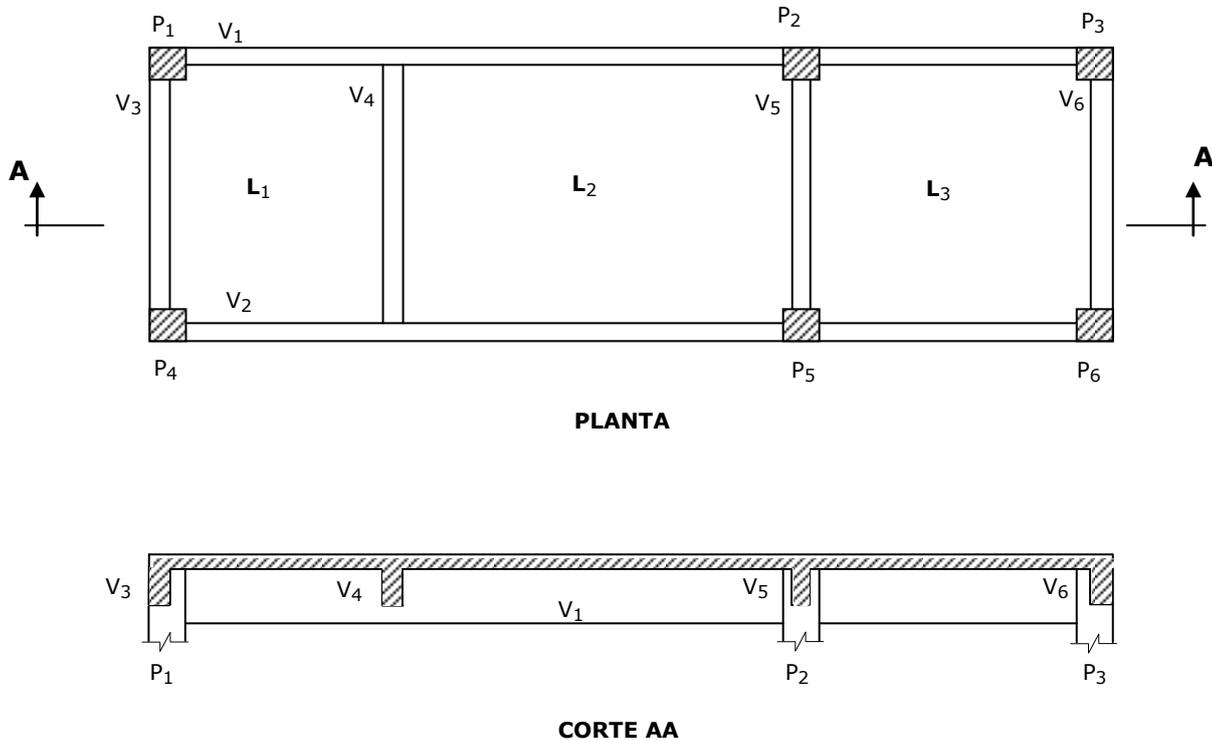


Figura 1.15 – Painel de Lajes

1.4.1 Lajes

As lajes se apóiam nas quatro vigas que as limitam sendo que, quando um dos vão ultrapassa o dobro do outro, consideram-se as lajes como apoiadas somente nas duas vigas mais próximas, isto é, na direção do vão menor.

As lajes devem ser consideradas como contínuas em cada direção, possuindo apoios simples que são as vigas.

1.4.2 Vigas

As vigas recebem as cargas transmitidas pelas lajes e se apóiam nos pilares.

Quando duas vigas se cruzam e não existe um pilar no ponto de cruzamento, há duas formas de projetá-las: com a mesma altura ou com as alturas diferentes. No primeiro caso, as vigas funcionam com os vãos totais e com um ponto de ligação.

No segundo caso, a viga de maior altura, sendo a de menor vão, tem rigidez muito superior à de altura mais reduzida, de modo que esta última se apóia na primeira, denominada viga principal.

Aproximadamente podemos calcular a viga de menor altura, ou viga secundária, como apoiada nas vigas principais. Estas, porém não fornecem na realidade um apoio fixo, como se costuma supor no processo comum, pois se deformam.

As vigas principais recebem as cargas das lajes vizinhas e as que são transmitidas pelas vigas secundárias.

As vigas principais se apóiam nos pilares e são calculadas, em primeira aproximação, como contínuas sobre apoios sem rigidez à rotação.

Os processos mais exatos consistem em considerar as vigas intimamente ligadas às colunas, formando o que se denomina de sistema em quadros rígidos ou pórticos.

1.4.3 Pilares

Os pilares recebem as cargas transmitidas pelas vigas e os momentos resultantes das ligações com as mesmas, são calculados considerando os quadros rígidos já mencionados.

1.4.4 Fundações

Para transmitir a carga dos pilares ao solo, executa-se, na base dos mesmos, as fundações. As fundações estão apoiadas em estacas ou diretamente sobre o terreno.

1.4 Aplicação

Exemplo 1.1 – Utilizando o esquema estrutural da figura 1.16 definir a carga:

- a) na laje 1;
- b) nas vigas V2 e V5;
- c) no pilar P5.

Dados:

piso de escritório

revestimento da laje = taco

alvenaria = tijolo furado 1 vez (espessura 25 cm)

material = concreto armado

reação da laje L1 nas vigas V1, V3 e V5 = 6,25 KN/m

reação da viga V1 sobre os pilares P1 e P2 = 42,68 KN

reação da viga V2 sobre a viga V5 e o pilar P5 = 2,19 KN

reações das vigas V3 e V4 sobre os pilares P1, P3 e P4 = 43,93 KN

reação das vigas V5 sobre o pilar P2 = 43,33 KN

reação da viga V5 sobre o pilar P4 = 44,21 KN

peso específico do concreto armado = 25 KN/m³

peso específico do tijolo furado = 13 KN/m³

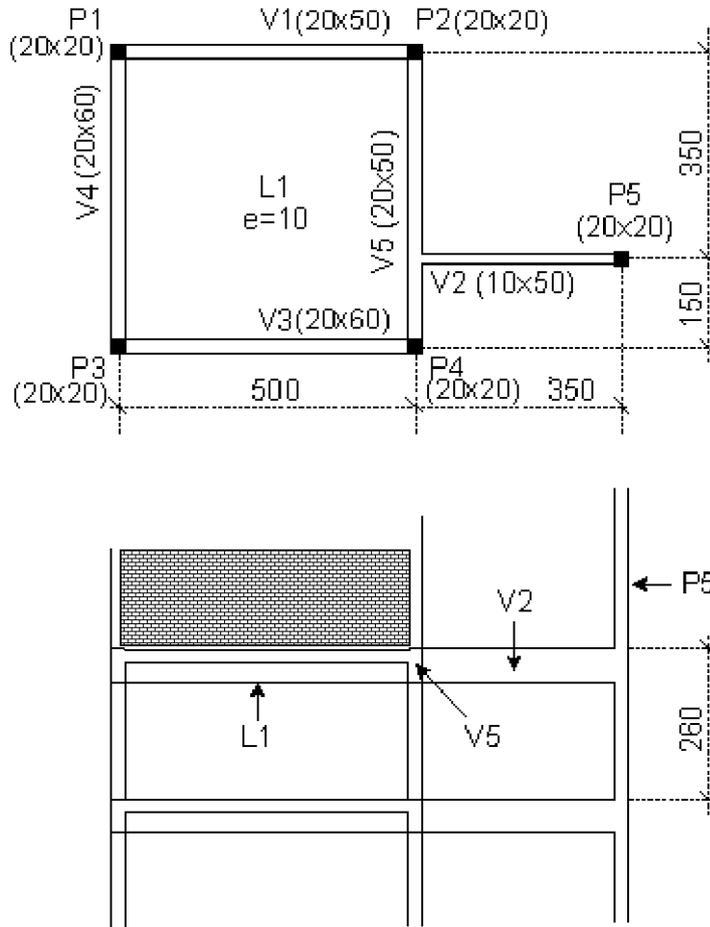


Figura 1.16 – Planta Baixa e Corte Longitudinal

a) Para calcularmos as cargas em uma edificação, iniciamos sempre de cima para baixo (da cobertura para o térreo) na seguinte seqüência: lajes, vigas, pilares e fundações. Portanto, no nosso exemplo, calcularemos primeiramente a carga na Laje 1, depois nas vigas V2 e V5 e finalmente no pilar P5.

As cargas na Laje 1 são:

peso próprio (distribuída/m²) + revestimento (distribuída/m²) + sobrecarga (distribuída/m²)

peso-próprio:	pp = 0,10 m . 25 kN/m ³	= 2,50 kN/m ²
revestimento:	rev	= 0,50 kN/m ²
sobrecarga:	sc	= 2,00 kN/m ²
Carga L1	total	= 5,00 kN/m²

Convém lembrar que poderia haver ainda a carga de uma parede de alvenaria ou de um pilar sobre a laje.

b) *Carga nas vigas V2 e V5*

Viga V2

O carregamento da V2 é apenas o peso-próprio (distribuída/m)

peso-próprio: $pp = 0,10 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 1,25 \text{ kN/m}$

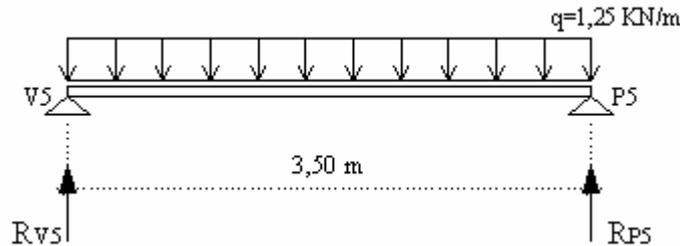


Figura 1.17 – Carregamento V2

Viga V5

As cargas na viga 5 são:

peso-próprio (distribuída/m) + alvenaria (distribuída/m) + reação da laje L1 (distribuída/m) + reação da viga V2 (concentrada)

Carga distribuída:

peso-próprio:	$pp = 0,20 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3$	= 2,50 kN/m
alvenaria:	$alv = 2,60 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 13 \text{ kN/m}^3$	= 8,45 kN/m
reação da L1:	$R(L1)$	= 6,25 kN/m
Carga distribuída total		= 17,20 kN/m

Carga concentrada: reação da viga V2 em V5 = **2,19 kN**

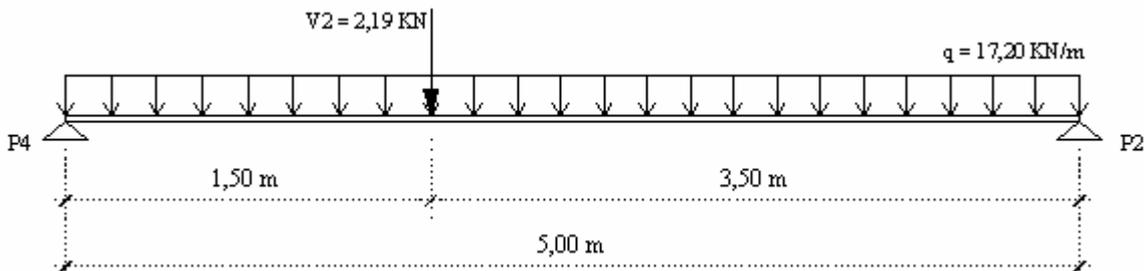


Figura 1.18 – Carregamento V5

b) *Carga no pilar P5*

Determinaremos o carregamento no pilar P5 apenas para o pavimento considerado:

peso-próprio:	$pp = 2,60m \cdot 0,20 m \cdot 0,20m \cdot 25 \text{ kN/m}^3$	= 2,60 KN
reação da V2:	R_{V2}	= 2,19 KN
	total	= 4,79 KN

conteúdo 2

lajes

2.1 Classificação das lajes

Como o cálculo das lajes tem por base a Teoria das Grelhas, para melhor entender sua classificação, vamos analisar primeiro como se realiza a transferência de cargas para os apoios, em uma grelha. A figura 2.1 apresenta duas grelhas, simplesmente apoiadas, sendo uma de vãos $\ell_1 = \ell_2$ e a outra com $\ell_3 = 2\ell_2$, ambas submetidas a uma carga concentrada "P" aplicada no cruzamento das vigas ("nó", cruzamento da "longarina" com a "transversina").

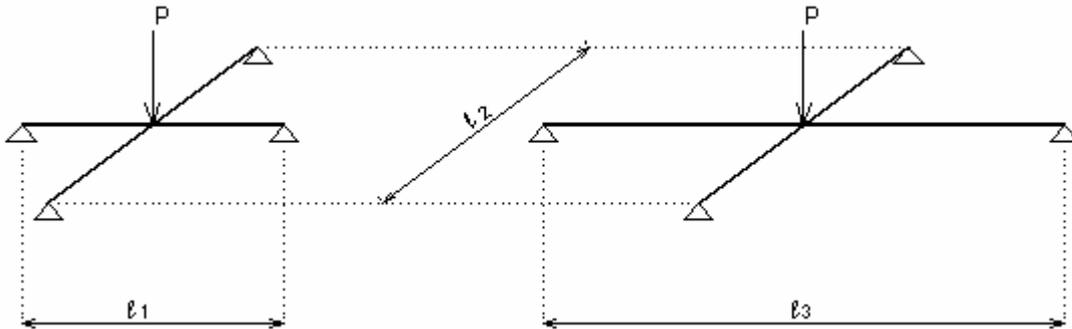


Figura 2.1 – Grelhas submetidas a ação de uma carga concentrada

Na grelha da esquerda todas as reações são iguais a $1/4$ da carga "P" enquanto na grelha da direita o cálculo nos fornece $1/18 P$ para as reações do lado maior e $8/18 P$ para as reações do lado menor. Enquanto em uma a transferência da carga para os apoios se dá na razão de 50% em cada direção, na outra aproximadamente 11% se transfere na direção do vão maior e 89% na direção do vão menor.

À medida que a relação entre os vãos aumenta ($\ell_3 > \ell_1$) maior será a transferência de carga para os apoios do vão menor, ou seja, para uma relação de vãos entre 1 e 2 tem-se uma **transferência bidirecional de cargas** e para relação de vãos maior do que 2 **tende-se para uma transferência unidirecional das cargas**.

A **transferência bidirecional de cargas** é típica dos elementos bidimensionais (as lajes e placas em geral) enquanto a **transferência unidirecional das cargas** é típica dos elementos unidimensionais (as vigas).

Portanto, podemos convencionar que:

$$\text{Razão} = \frac{l_y}{l_x} \begin{cases} > 2 \rightarrow \text{Laje armada em uma direção} \\ \leq 2 \rightarrow \text{Laje armada em duas direções} \end{cases} \quad (2.1)$$

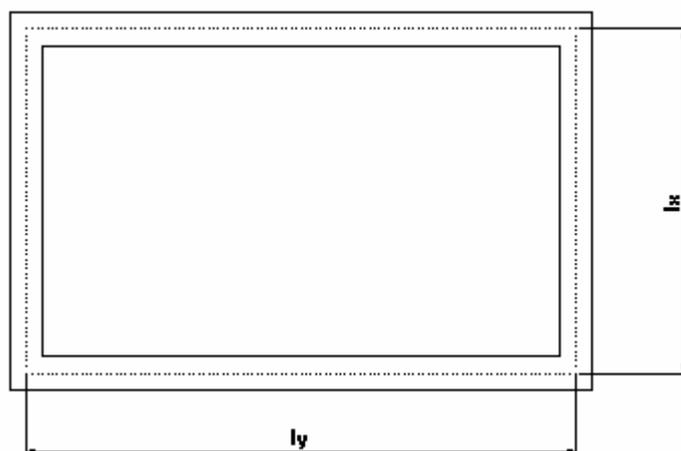


Figura 2.2 – Eixos de lajes retangulares

Sendo:

l_x → comprimento do eixo na direção do menor vão;

l_y → comprimento do eixo na direção do maior vão.

2.2 Dimensões limites para lajes

(NBR6118/2003 – Item 13.2.4) Nas lajes maciças devem ser respeitados os seguintes limites mínimos para a espessura :

- 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- 7 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, $\ell/42$ para lajes de piso biapoiadas e $\ell/50$ para lajes de piso contínuas;
- 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo.

2.3 Carregamento nas lajes

O primeiro fator a ser considerado quando da execução do projeto estrutural de uma obra são os carregamentos nela atuantes.

Carregamento: qualquer influência que causa forças ou deformações em uma estrutura.

2.3.1 Carga útil ou sobrecarga

Constituída pelo peso dos móveis, pessoas e objetos que carregam sobre a laje e especificada pelos regulamentos oficiais de carga.

2.3.2 Peso próprio da laje

É determinado partindo de uma altura estimada aproximadamente para a laje. Esta altura, deve ser multiplicada pelo peso específico do concreto armado (25 KN/m^3), para se ter o peso próprio por metro quadrado da laje.

2.3.3 Peso do revestimento

Inclui o peso do piso a ser utilizado na parte superior da laje, do contrapiso e revestimento inferior.

2.3.4 Peso das paredes

Havendo paredes sobre a laje, devemos calcular o peso por metro corrente dessas paredes, o que se obtém multiplicando o pé direito pela espessura e pelo peso específico do material. Para alvenaria de tijolos maciços, o peso específico é de 18 KN/m^3 e para tijolos furados 13 KN/m^3 .

Nas lajes armadas em duas direções, a carga das paredes é computada dividindo-se o peso total das paredes pela área da laje, obtendo-se uma nova parcela para a carga por metro quadrado.

Por medida de segurança é conveniente não deduzir, no cálculo da área da parede, a parte vazia ocupada por esquadrias.

Para as lajes armadas numa só direção, devemos distinguir dois casos: paredes paralelas à direção da armação e paredes normais a esta direção.

No primeiro caso, considera-se a parede como distribuída em uma faixa de largura igual a $\frac{1}{2}$ do vão menor (direção da armação). No segundo caso, a parede deve ser considerada como concentrada.

2.3.5 Peso de enchimento

Nas lajes rebaixadas destinadas a prever espaço para execução de canalizações, quando for projetada uma camada de enchimento, deve-se calcular a carga por metro quadrado devida ao enchimento, multiplicando a espessura pelo peso específico do mesmo.

2.4 Vãos efetivos das lajes

(NBR6118/2003 - Item 14.7.2.2) Quando os apoios puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (2.2)$$

Os valores de a_1 e a_2 , podem ser determinados pelos valores apropriados de a_i na figura 2.3:

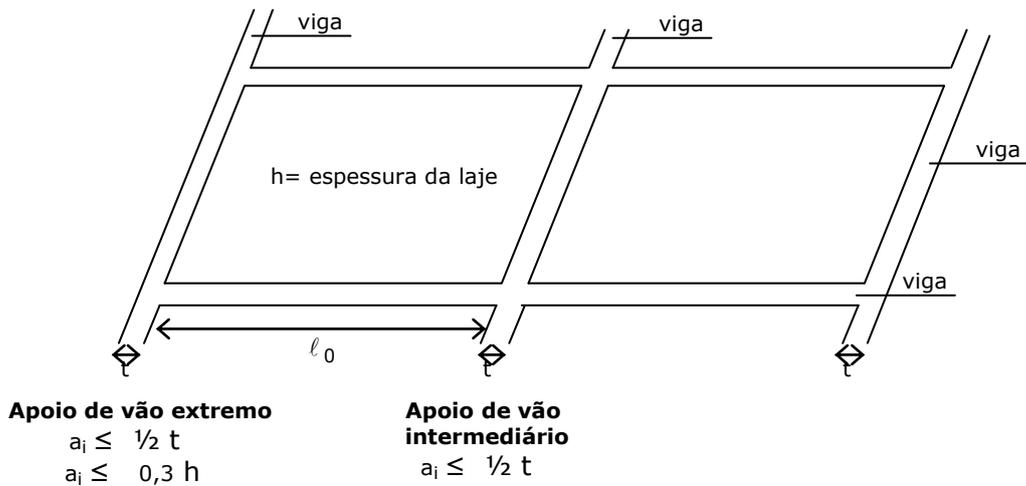


Figura 2.3 – Vão efetivo

2.5 Determinação das Condições de Apoio das Lajes

Admitem-se três tipos de apoio para as lajes:

- **Bordo livre:** quando não há suporte (Ex.: laje em balanço);

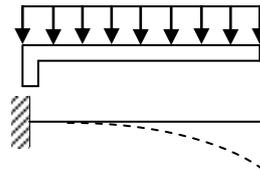


Figura 2.4 – Corte de uma laje em balanço

- **Bordo apoiado:** quando não há restrição dos deslocamentos verticais, sem impedir a rotação das lajes no apoio (Ex.: laje isolada apoiada por vigas);

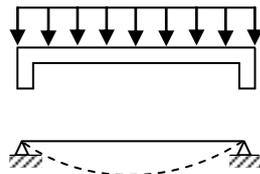


Figura 2.5 – Corte de uma laje apoiada em duas vigas (bordos apoiados)

- **Bordo engastado:** quando há impedimento do deslocamento vertical e rotação da laje neste apoio (Ex.: lajes apoiadas por vigas de grande rigidez).

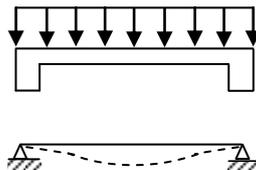
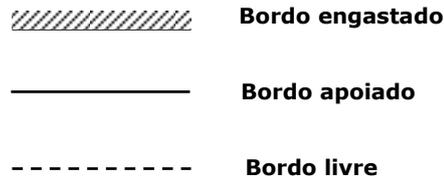


Figura 2.6 – Corte de uma laje apoiada em duas vigas de grande rigidez (bordos engastados)

2.5.1 Lajes Isoladas

Para lajes isoladas, admite-se que se utilize:

- Bordo engastado, quando tivermos vigas de apoio com grande rigidez;
- Bordo apoiado, quando tivermos vigas de apoio com rigidez normal;
- Bordo livre, quando não existirem vigas de apoio.



2.6 Painel de Lajes

Para os painéis de lajes de edifícios, quando houver lajes contíguas no mesmo nível, o bordo poderá ser considerado perfeitamente engastado para o cálculo da laje, como mostra a figura 2.6:

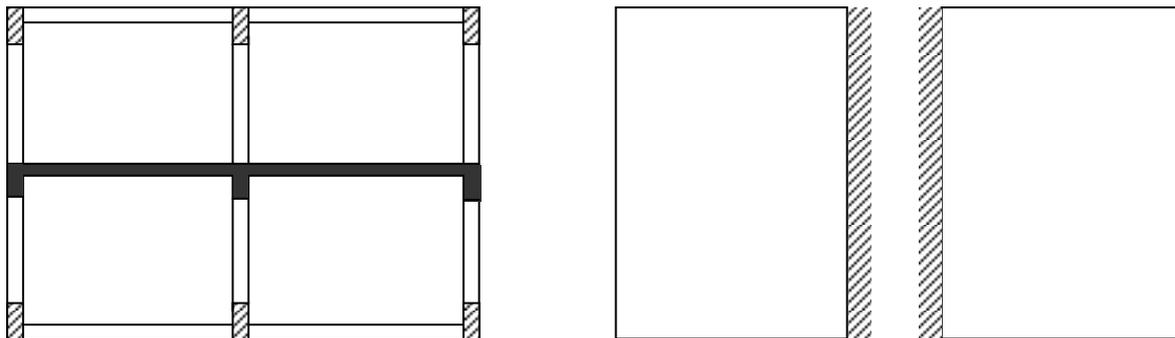


Figura 2.7 - Lajes contíguas

Casos Particulares

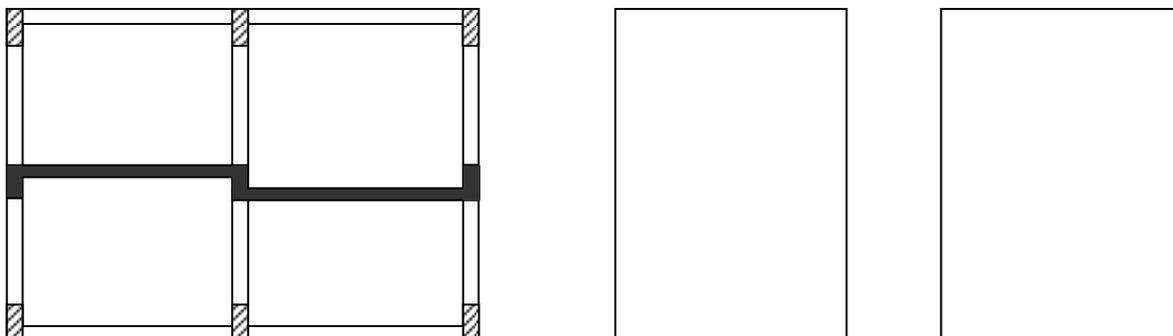
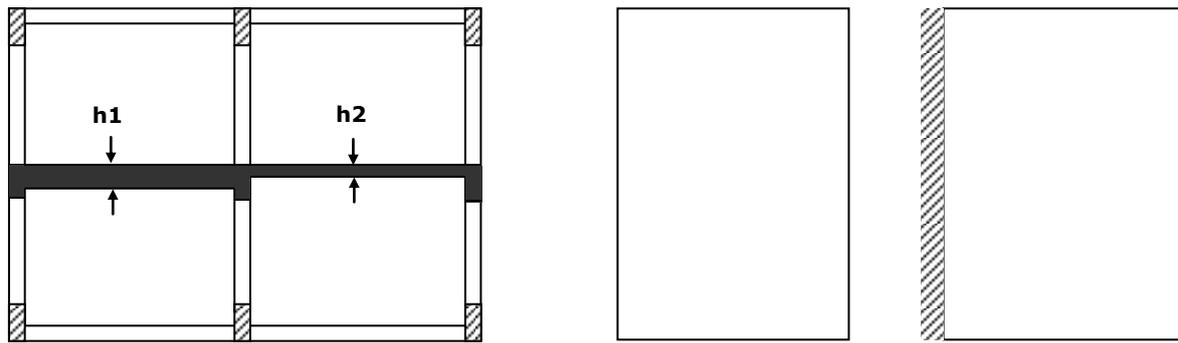
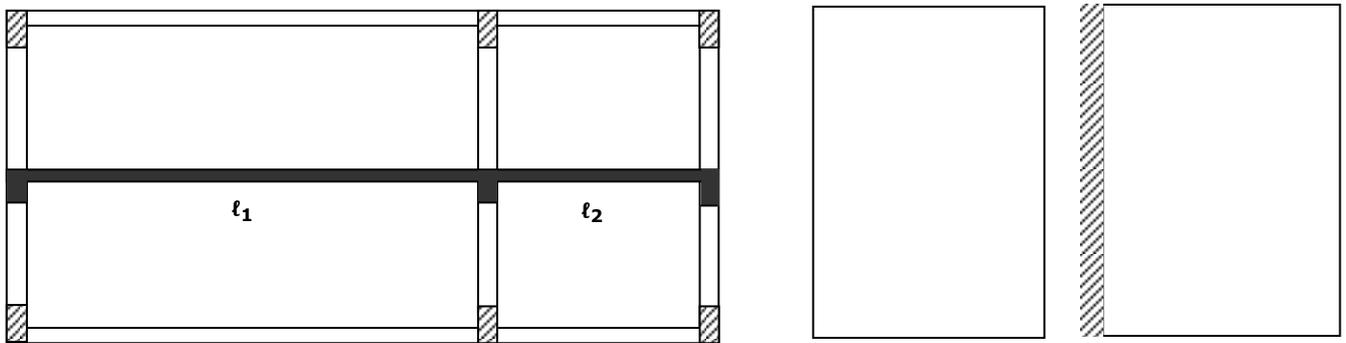


Figura 2.8 - Lajes em níveis diferentes



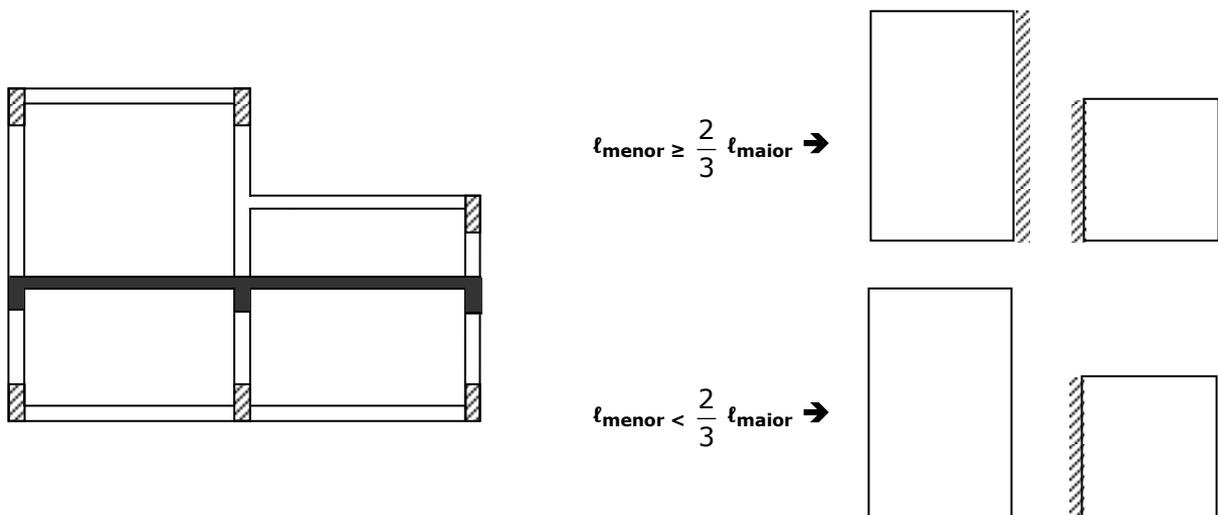
$h1 \gg h2$

Figura 2.9 – lajes com inércias muito diferentes



$l1 \gg l2$

Figura 2.10 – Lajes com vãos muito



$$l_{\text{menor}} \geq \frac{2}{3} l_{\text{maior}} \rightarrow$$

$$l_{\text{menor}} < \frac{2}{3} l_{\text{maior}} \rightarrow$$

Figura 2.11 – Condição de apoio parcial de lajes

2.7 Reações de apoio das Lajes (Cálculo Plástico)

(NBR6118/2003 – Item 14.7.6.1) Para o cálculo das reações de apoio das lajes maciças retangulares com carga uniforme podem ser feitas as seguintes aproximações:

a) as reações em cada apoio são as correspondentes às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios determinados através das charneiras plásticas correspondentes à análise efetivada com os critérios do item 14.7.4, sendo que essas reações podem ser, de maneira aproximada, consideradas uniformemente distribuídas sobre os elementos estruturais que lhes servem de apoio;

b) quando a análise plástica não for efetuada, as charneiras podem ser aproximadas por retas inclinadas, a partir dos vértices com os seguintes ângulos:

45° entre dois apoios do mesmo tipo;

60° a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado;

90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

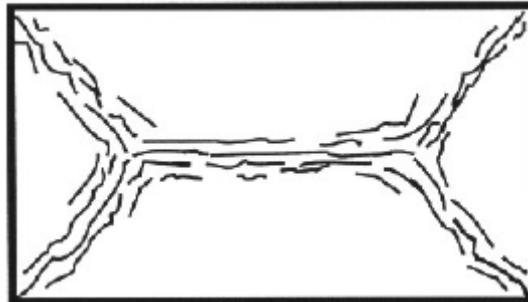


Figura 2.12 – Fissuração

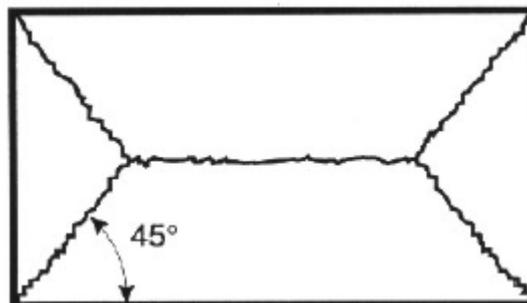


Figura 2.13 – Charneiras plásticas

2.8 Aplicação

Seja a laje retangular de vãos entre eixos l_x e l_y , determinar as reações de apoio, sendo:

q = carregamento distribuído uniformemente na laje;

A_1, A_2, A_3 e A_4 = áreas das figuras formadas pelas charneiras plásticas, conforme figura 2.14.

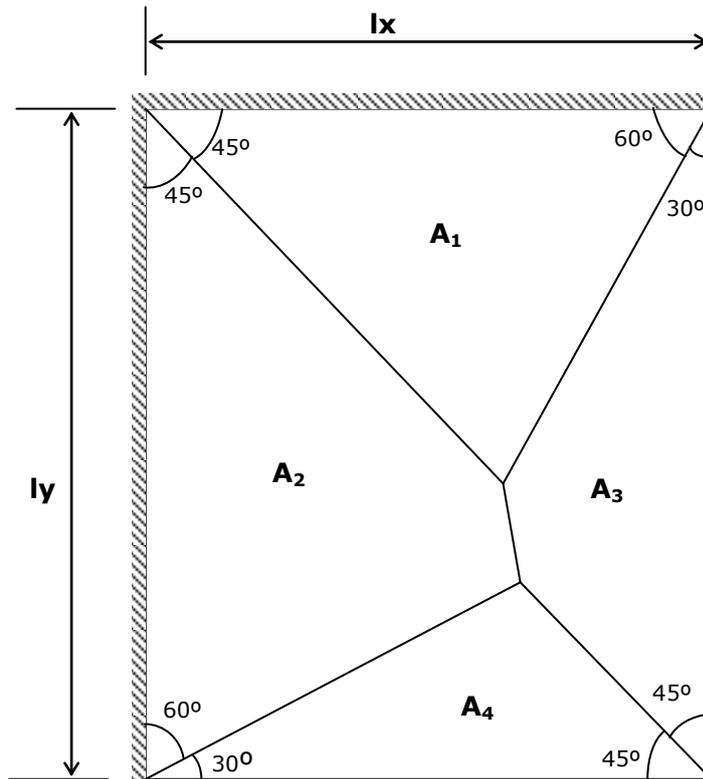


Figura 2.14 – Figuras formadas pelas charneiras plásticas

Reações:

$$R_{x_1} = \frac{q \cdot A_2}{l_y} \quad (2.3)$$

$$R_{x_2} = \frac{q \cdot A_3}{l_y} \quad (2.4)$$

$$R_{y_1} = \frac{q \cdot A_1}{l_x} \quad (2.5)$$

$$R_{y_2} = \frac{q \cdot A_4}{l_x} \quad (2.6)$$

conteúdo 3

lajes armadas em uma direção

3.1 Cálculo das Solicitações – Cálculo Elástico

Estruturas de placas (lajes) podem ser analisadas admitindo-se as seguintes hipóteses:

- Separação virtual entre lajes e vigas, permitindo seu cálculo separadamente;
- Consideração das vigas como sendo apoios indeslocáveis;
- Consideração das reações das lajes sobre as vigas, uniformemente distribuídas.

3.2 Lajes armadas em uma direção

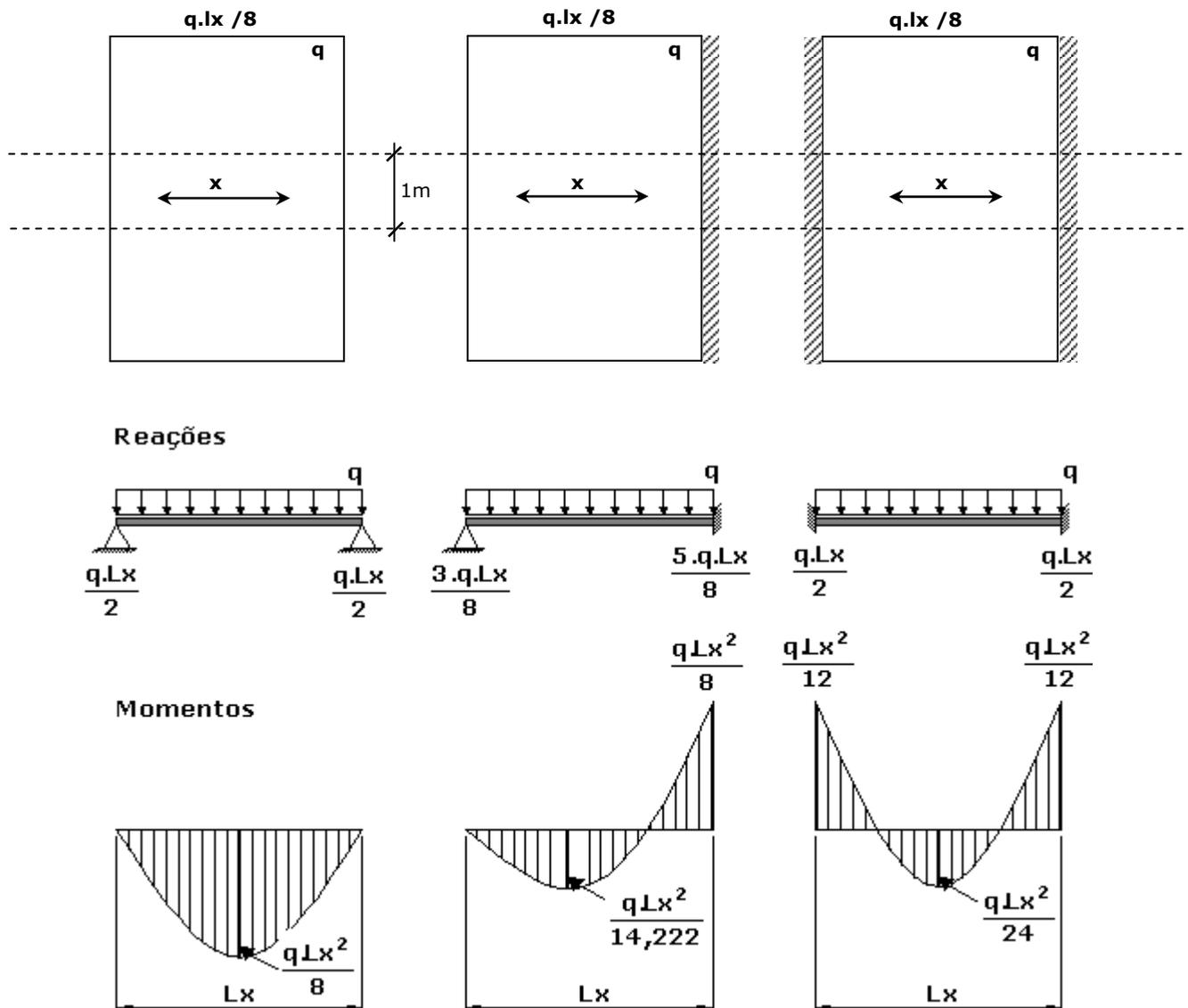


Figura 3.1 – Reações e momentos em lajes armadas em uma direção

3.2.1 Apresentação dos Resultados

Momentos Positivos e Negativos

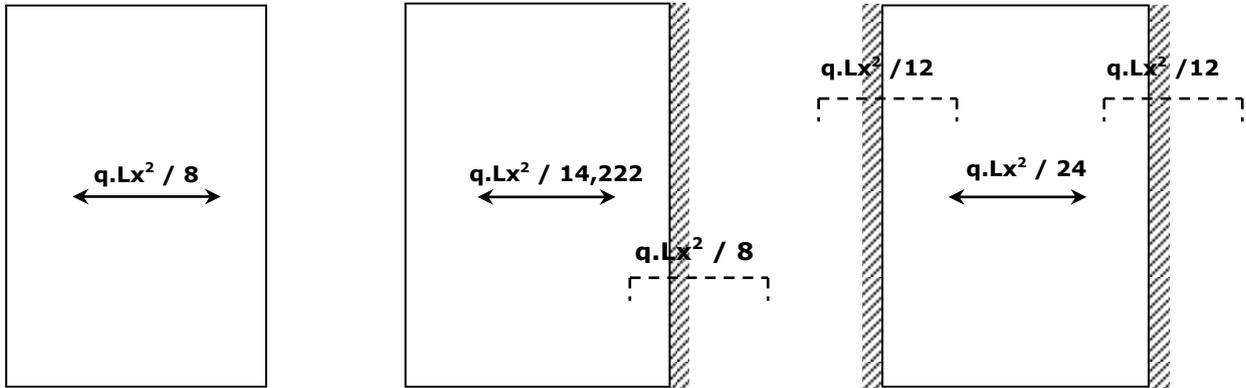


Figura 3.2 – Apresentação dos momentos em lajes armadas em uma direção

Reações

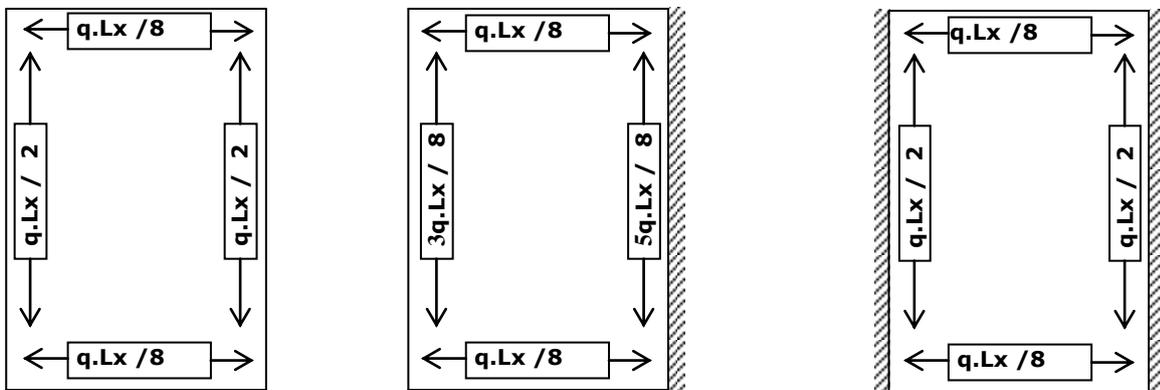


Figura 3.3 – Apresentação das reações em lajes armadas em uma direção

3.3 Aplicações

Para as lajes dos exemplos 3.1 a 3.3 considere:

- $h_{LAJE} = 10 \text{ cm}$
- sobrecarga (edifício residencial comum) $SC = 1,5 \text{ KN/m}^2$
- revestimento $RV = 0,5 \text{ KN/m}^2$
- $\gamma_c = 25 \text{ KN/m}^3$

Exemplo 3.1 – Determine os momentos e as reações na laje da figura 3.4.

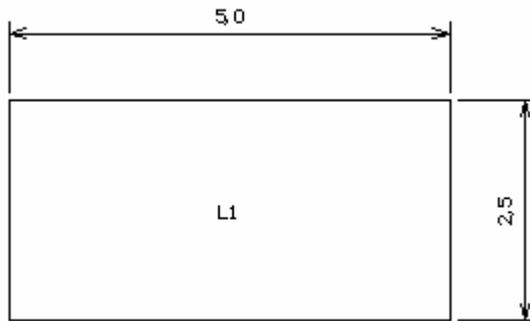


Figura 3.4 – Laje apoiada

1º.) *Condição de armação*

$$l_x = 2,5 \text{ m}$$

$$l_y = 5,0 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = 2,0 \rightarrow \text{L1 armada em uma direção}$$

2º.) *Carregamento*

Consideraremos, para cálculo, uma faixa de laje de um metro quadrado.

Laje	h (cm)	γ_c (KN/m ³)	Peso Próprio (KN/m ²)	Sobrecarga (KN/m ²)	Revestimento (KN/m ²)	Carga total (KN/m ²)
1	10	25	2,50	1,5	0,5	4,5

3º.) *Esforços na laje*

$$q = 4,5 \text{ KN/m}^2$$

$$q \cdot l_x^2 = 28,125$$

$$q \cdot l_x = 11,25$$

$$M_x = \frac{q \cdot l x^2}{8} \rightarrow M_x = 3,516 \text{ KN.m}$$

$$R_x = \frac{q \cdot l x}{2} \rightarrow R_x = 5,625 \text{ KN/m}$$

$$R_y = \frac{q \cdot l x}{8} \rightarrow R_y = 1,406 \text{ KN/m}$$

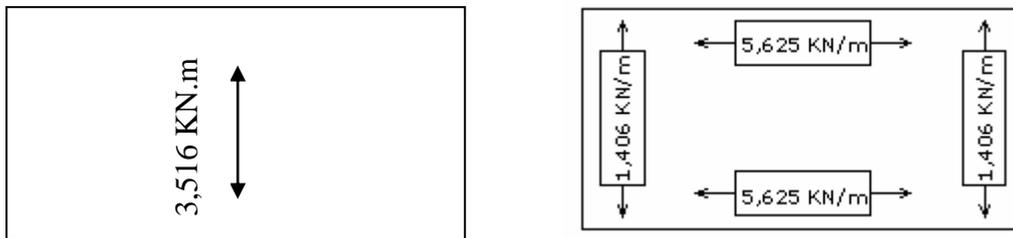


Figura 3.5 – Momento positivo e reações de apoio

Exemplo 3.2 – Determine os momentos e as reações na laje da figura 3.6.

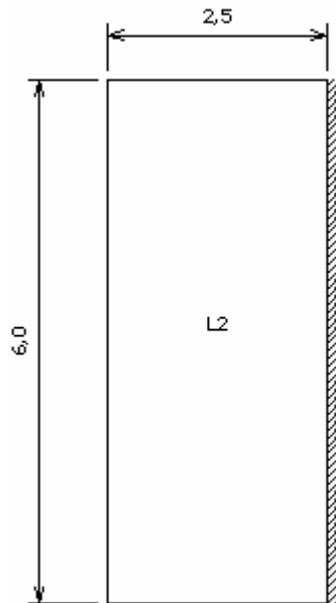


Figura 3.6 – Laje apoiada-engastada

1º.) *Condição de armação*

$$l_x = 2,5 \text{ m}$$

$$l_y = 6,0 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = 2,4 \rightarrow \text{L2 armada em uma direção}$$

2º.) *Carregamento*

Consideraremos, para cálculo, uma faixa de laje de um metro quadrado.

Laje	h (cm)	γ_c (KN/m ³)	Peso Próprio (KN/m ²)	Sobrecarga (KN/m ²)	Revestimento (KN/m ²)	Carga total (KN/m ²)
2	10	25	2,50	1,5	0,5	4,5

3º.) *Esforços na laje*

$$q = 4,5 \text{ KN/m}^2$$

$$q \cdot l_x^2 = 28,125$$

$$q \cdot l_x = 11,25$$

$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{14,222} \rightarrow M_x = 1,978 \text{ KN.m}$$

$$X_{x1} = \frac{q \cdot l_x^2}{8} \rightarrow X_{x1} = 3,516 \text{ KN.m}$$

$$R_{x1} = \frac{5 \cdot q \cdot l_x}{8} \rightarrow R_{x1} = 7,031 \text{ KN/m}$$

$$R_{x2} = \frac{3 \cdot q \cdot l_x}{8} \rightarrow R_{x2} = 4,219 \text{ KN/m}$$

$$R_y = \frac{q \cdot l_x}{8} \rightarrow R_y = 1,406 \text{ KN/m}$$

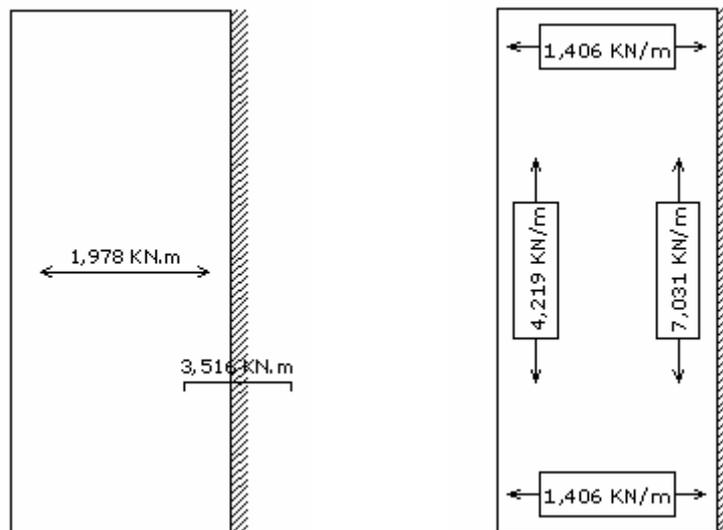


Figura 3.7 – Momentos positivo e negativo e reações de apoio

Exemplo 3.3 – Determine os momentos e as reações na laje da figura 3.8.

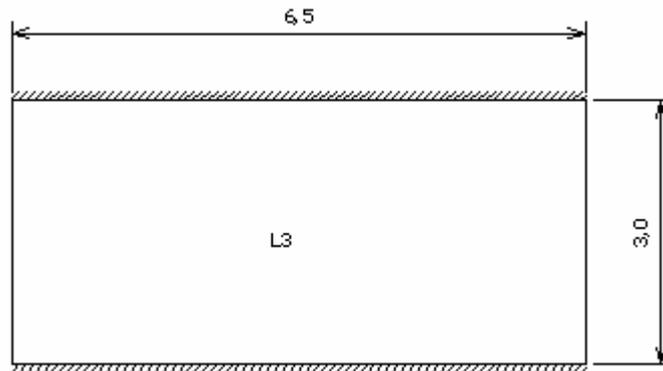


Figura 3.8 – Laje engastada

1º.) *Condição de armação*

$$l_x = 3,0 \text{ m}$$

$$l_y = 6,5 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = 2,17 \rightarrow \text{L3 armada em uma direção}$$

2º.) *Carregamento*

Consideraremos, para cálculo, uma faixa de laje de um metro quadrado.

Laje	h (cm)	γ_c (KN/m ³)	Peso Próprio (KN/m ²)	Sobrecarga (KN/m ²)	Revestimento (KN/m ²)	Carga total (KN/m ²)
3	10	25	2,50	1,5	0,5	4,5

3º.) *Esforços na laje*

$$q = 4,5 \text{ KN/m}^2$$

$$q \cdot l_x^2 = 40,50$$

$$q \cdot l_x = 13,50$$

$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{24} \rightarrow M_x = 1,688 \text{ KN.m}$$

$$X_x = \frac{q \cdot l_x^2}{12} \rightarrow X_{x1} = 3,375 \text{ KN.m}$$

$$R_x = \frac{q \cdot l_x}{2} \rightarrow R_x = 6,750 \text{ KN/m}$$

$$R_y = \frac{q \cdot l_x}{8} \rightarrow R_y = 1,688 \text{ KN/m}$$

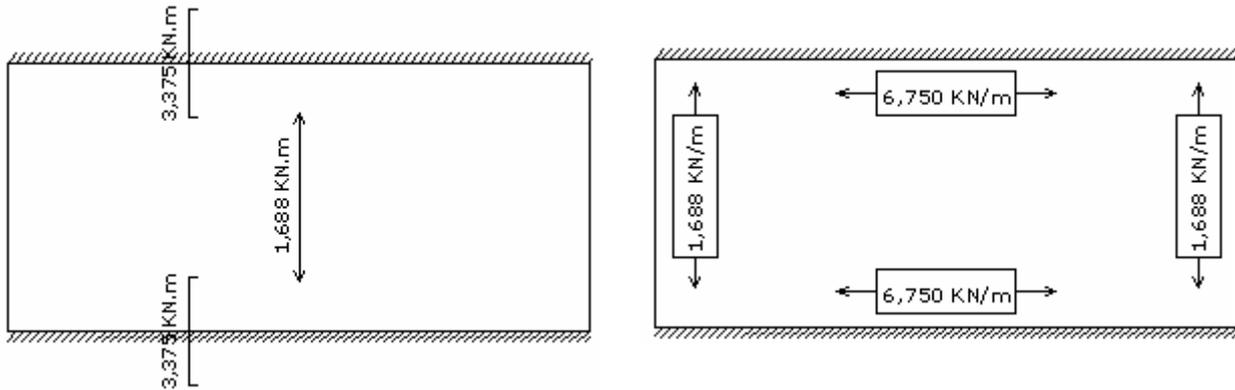


Figura 3.9 – Momentos positivo e negativo e reações de apoio

conteúdo 4

lajes armadas em duas direções

4.1 Cálculo Elástico

Pelo fato de apresentarem as dimensões de seus lados comparáveis, as lajes armadas em duas direções apresentam curvaturas comparáveis segundo os dois cortes (AA e BB indicados na figura 4.1), indicando a presença de momentos fletores comparáveis, M_x e M_y .

M_x = momento fletor por unidade de largura com plano de atuação paralelo a l_x ;

M_y = momento fletor por unidade de largura com plano de atuação paralelo a l_y .

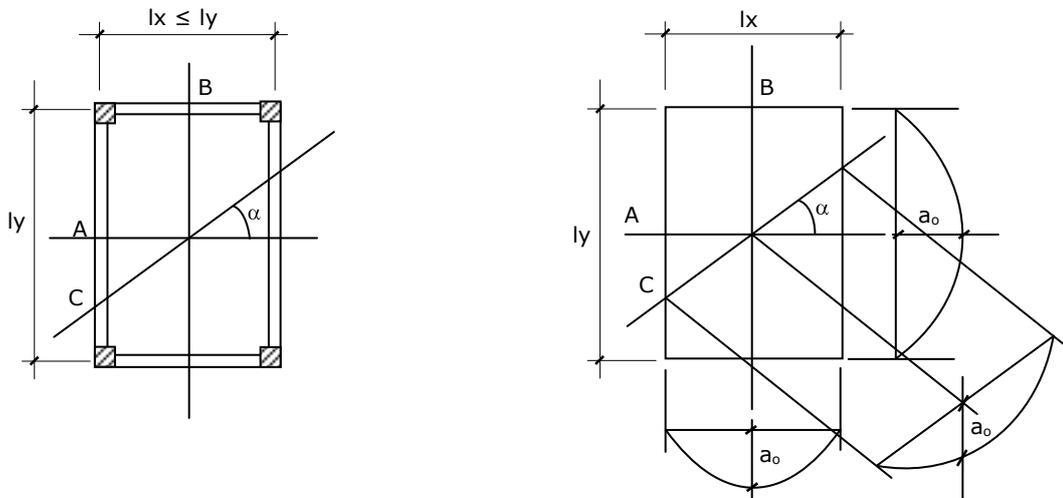


Figura 4.1 - Lajes armadas em duas direções

Considerando o corte genérico CC e a deformada segundo este corte. Nota-se, novamente, a presença de curvatura e, portanto, de momento fletor (M_α = momento por unidade de largura atuando segundo o corte CC). O arranjo usual das armaduras da laje é composto de armadura paralela ao lado l_x , para resistir a M_x , e armadura paralela a l_y , para resistir a M_y . Os ensaios mostram que a resistência segundo o corte CC pode ser expresso por:

$$M_\alpha = M_x \cdot \cos^2 \alpha + M_y \cdot \sin^2 \alpha \quad (4.1)$$

Em geral, estas armaduras (determinadas para resistir aos momentos máximos paralelos aos lados l_x e l_y) são suficientes para garantir a segurança da laje.

A determinação dos momentos fletores numa placa, pela Teoria da Elasticidade, é bastante trabalhosa. Entretanto, há tabelas com as quais o cálculo torna-se expedito.

Dentre as diversas tabelas existentes na literatura técnica, escolhemos as de Czerny, com coeficiente de Poisson $\nu = 0,20$. Estas tabelas trazem a solução para as lajes isoladas.

Dentro do contexto de um pavimento, após a determinação dos esforços nas lajes isoladas, devemos fazer a compatibilização dos momentos de engastamento das lajes adjacentes.

4.2 Compatibilização dos momentos de bordo

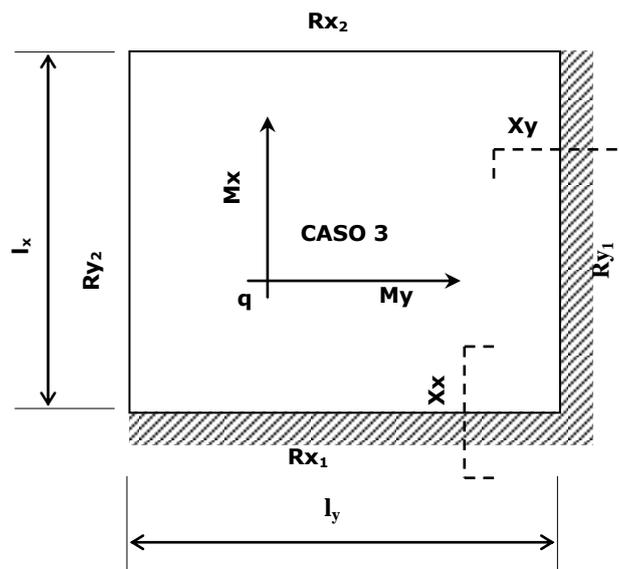
O momento em um bordo comum a duas lajes deve ser determinado a partir da compatibilização dos momentos negativos m_{b1} e m_{b2} das lajes isoladas:

$$m_{b12} \geq \begin{cases} \frac{m_{b1} + m_{b2}}{2} \\ 0,8 \cdot m_{b1} \\ 0,8 \cdot m_{b2} \end{cases} \quad (4.2)$$

Ao compatibilizarmos os momentos negativos sobre os apoios, devemos corrigir o momento positivo da laje que tiver o seu momento fletor de bordo diminuído:

$$\text{se } m_{bi} < m_{b12} \rightarrow m_{i,final} = m_i + 0,5(m_{bi} - m_{b12}) \quad (4.3)$$

4.3 Tabelas de Czerny



$l_y \rightarrow$ vão maior

$l_x \rightarrow$ vão menor

$q \rightarrow$ carga distribuída por área

$R \rightarrow$ reação de apoio

$h \rightarrow$ espessura da laje

$M \rightarrow$ momento positivo

$X \rightarrow$ momento negativo

$f \rightarrow$ flecha

$E \rightarrow$ módulo de elasticidade

$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x} \quad (4.4)$$

$$M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y} \quad (4.5)$$

$$X_x = \frac{q \cdot l_x^2}{n_x} \quad (4.6)$$

$$X_y = \frac{q \cdot l_x^2}{n_y} \quad (4.7)$$

$$R_{x_1} = V_{x_1} \cdot q \cdot l_x \quad (4.8)$$

$$R_{x_2} = V_{x_2} \cdot q \cdot l_x \quad (4.9)$$

$$R_{y_1} = V_{y_1} \cdot q \cdot l_y \quad (4.10)$$

$$R_{y_2} = V_{y_2} \cdot q \cdot l_y \quad (4.11)$$

$$f = \frac{q \cdot l_x^4}{E \cdot h^3} \cdot f_z \quad (4.12)$$

conteúdo 5

tabelas de czerny

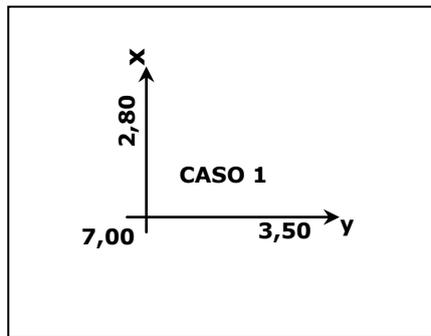
5.1 Aplicações

Para as lajes esquematizadas a seguir considere:

carga \rightarrow KN/m^2

comprimento \rightarrow m

Caso 1



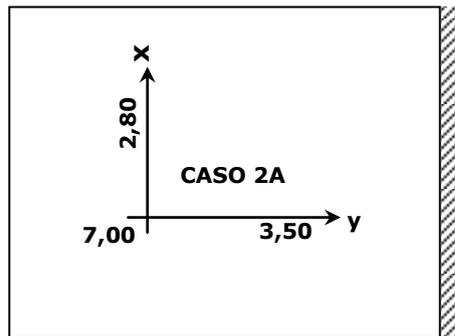
$$M_x = 3,09\text{KN.m}$$

$$M_y = 1,84\text{KN.m}$$

$$R_x = 5,88\text{KN}$$

$$R_y = 4,90\text{KN}$$

Caso 2A



$$M_x = 2,35\text{KN.m}$$

$$M_y = 1,88\text{KN.m}$$

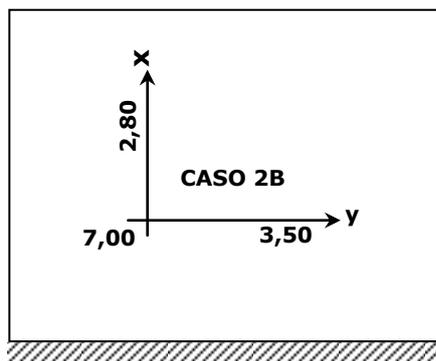
$$X_y = 5,60\text{KN.m}$$

$$R_x = 4,51\text{KN}$$

$$R_{y_1} = 8,38\text{KN}$$

$$R_{y_2} = 4,85\text{KN}$$

Caso 2B



$$M_x = 2,35\text{KN.m}$$

$$M_y = 1,09\text{KN.m}$$

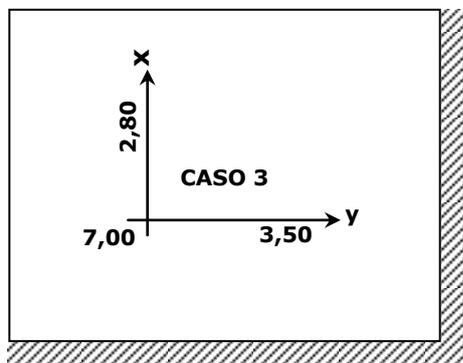
$$X_x = 5,54\text{KN.m}$$

$$R_{x_1} = 8,76\text{KN}$$

$$R_{x_2} = 5,08\text{KN}$$

$$R_y = 3,60\text{KN}$$

Caso 3



$$M_x = 1,96\text{KN.m}$$

$$M_y = 1,20\text{KN.m}$$

$$X_x = 4,94\text{KN.m}$$

$$X_y = 4,25\text{KN.m}$$

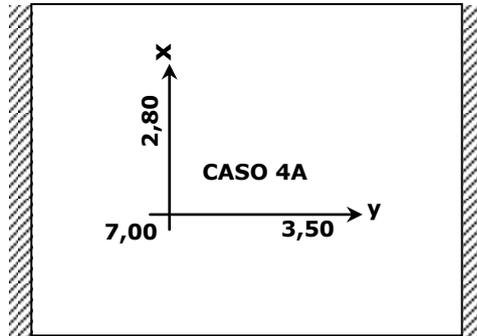
$$R_{x_1} = 7,47\text{KN}$$

$$R_{x_2} = 4,27\text{KN}$$

$$R_{y_1} = 6,22\text{KN}$$

$$R_{y_2} = 3,60\text{KN}$$

Caso 4A



$$M_x = 1,74 \text{KN.m}$$

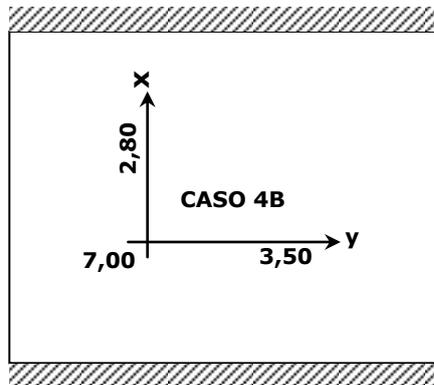
$$M_y = 1,75 \text{KN.m}$$

$$X_y = 4,94 \text{KN.m}$$

$$R_x = 3,53 \text{KN}$$

$$R_y = 7,84 \text{KN}$$

Caso 4B



$$M_x = 1,93 \text{KN.m}$$

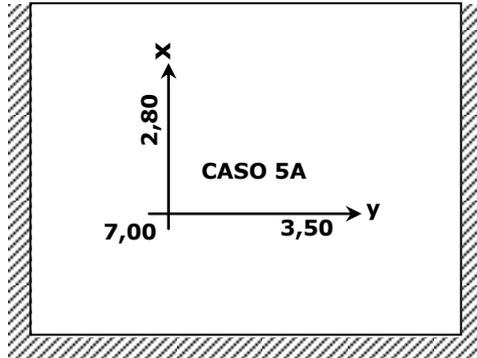
$$M_y = 0,75 \text{KN.m}$$

$$X_x = 4,32 \text{KN.m}$$

$$R_x = 7,55 \text{KN}$$

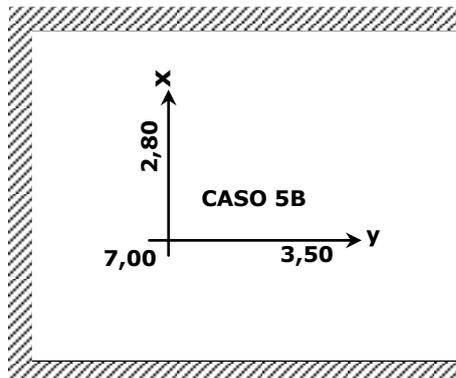
$$R_y = 2,82 \text{KN}$$

Caso 5A



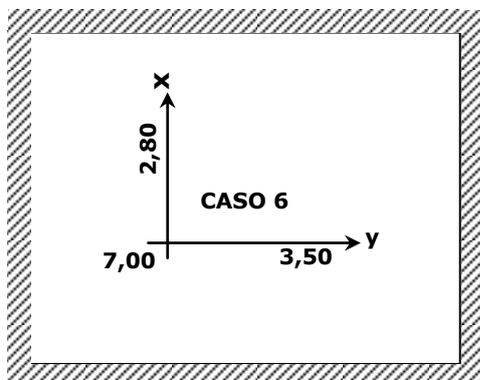
$$\begin{aligned}M_x &= 1,60\text{KN.m} \\M_y &= 1,36\text{KN.m} \\X_x &= 4,32\text{KN.m} \\X_y &= 4,07\text{KN.m} \\R_{x_1} &= 6,15\text{KN} \\R_{x_2} &= 3,49\text{KN} \\R_y &= 6,22\text{KN}\end{aligned}$$

Caso 5B



$$\begin{aligned}M_x &= 1,70\text{KN.m} \\M_y &= 0,81\text{KN.m} \\X_x &= 4,07\text{KN.m} \\X_y &= 3,14\text{KN.m} \\R_x &= 6,72\text{KN} \\R_{y_1} &= 4,90\text{KN} \\R_{y_2} &= 2,79\text{KN}\end{aligned}$$

Caso 6



$$M_x = 1,48\text{KN.m}$$

$$M_y = 0,79\text{KN.m}$$

$$X_x = 3,68\text{KN.m}$$

$$X_y = 3,10\text{KN.m}$$

$$R_x = 5,88\text{KN}$$

$$R_y = 4,90\text{KN}$$

conteúdo 6

painel de lajes

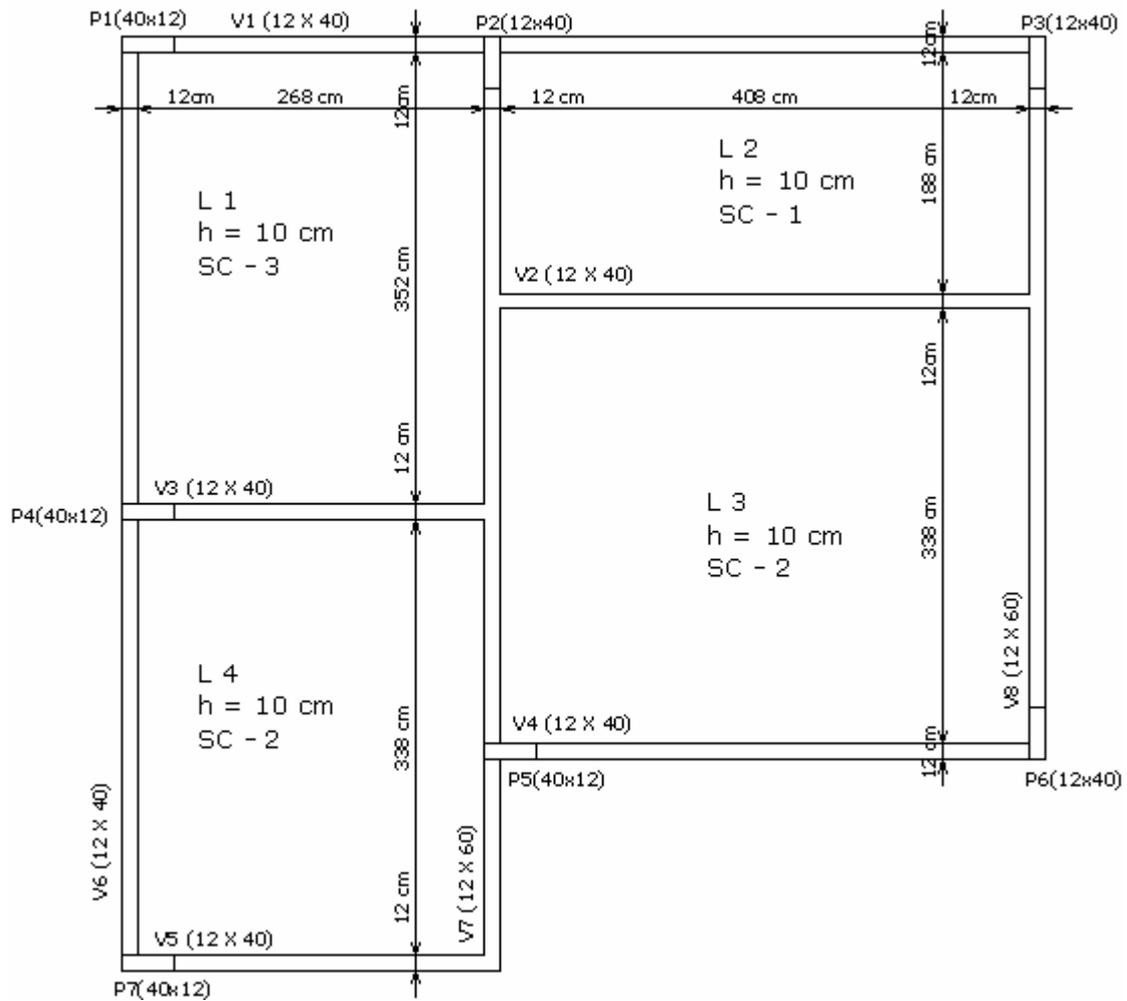


Figura 6.1 – Planta das formas das vigas

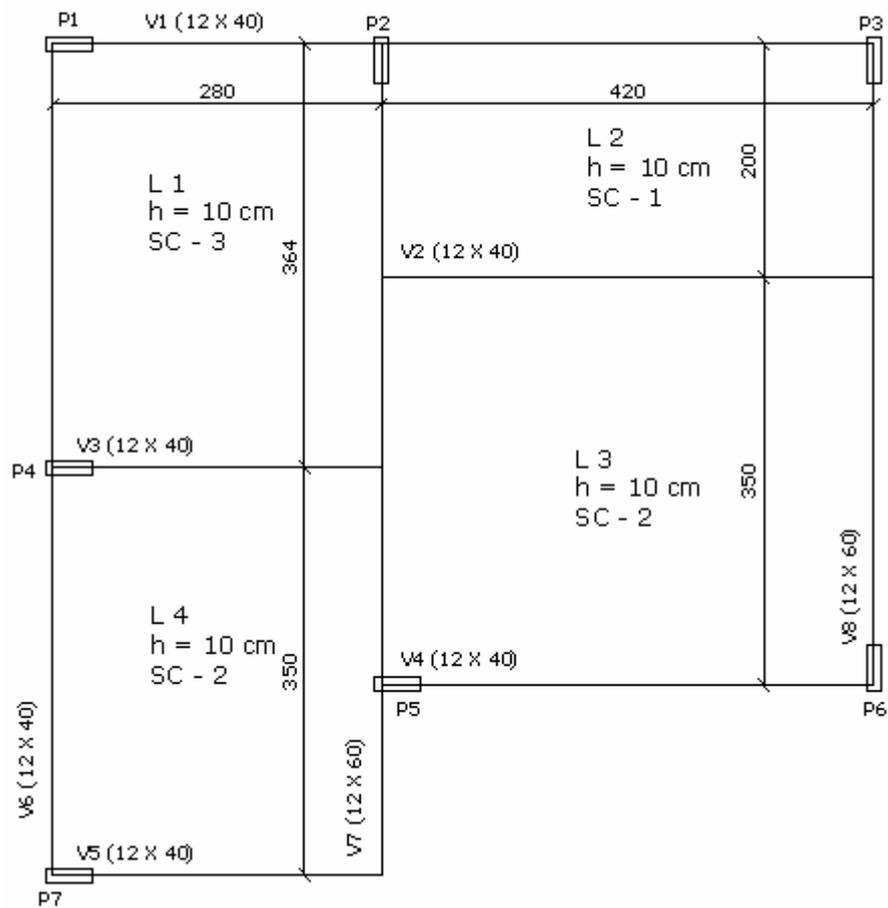


Figura 6.2 - Planta dos eixos das lajes

conteúdo 7

eixos – engastamento

7.1 Continuidade das Lajes

Será considerada a continuidade entre as lajes do painel devido à homogeneidade entre suas espessuras ($h=10$ cm para todas as lajes do painel).

7.2 Condição de Engastamento

$$\frac{\text{vão.comum}}{\text{vão.total}} \begin{cases} < \frac{2}{3} \Rightarrow \text{laje apoiada} \\ \geq \frac{2}{3} \Rightarrow \text{laje engastada} \end{cases}$$

$$L4 \Leftrightarrow L3 \rightarrow \frac{1,86}{3,5} = 0,531 < \frac{2}{3} \rightarrow L4 \Rightarrow \text{Apoiada}$$

7.3 Eixos e Engastamentos

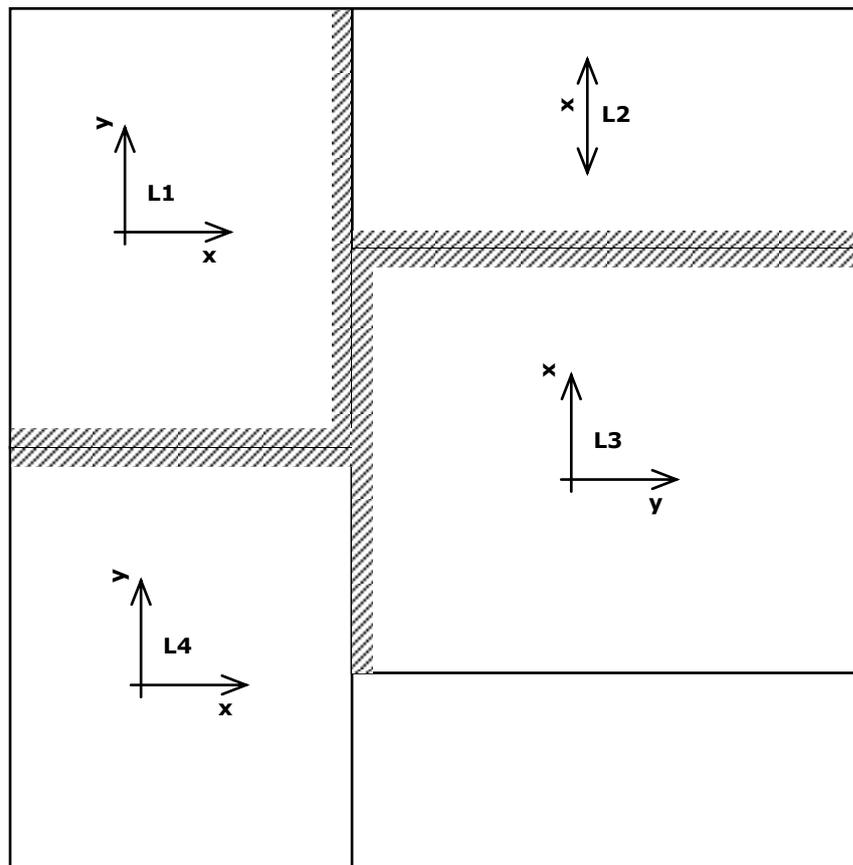


Figura 7.1 – Eixos e engastamentos das lajes

conteúdo 8

condição de armação - carregamento

8.1 Condição de Armação

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \begin{cases} > 2 \rightarrow \text{laje. armad a. em. 1. direção} \\ \leq 2 \rightarrow \text{laje. armad a. em. 2 dire ções} \end{cases}$$

Laje	l_y	l_x	λ	Armação	Caso Czerny	Armada em 1 direção
1	3,64	2,80	1,30	2 Direções	3	-
2	4,20	2,00	2,10	1 Direção	-	Engastada-apoiada
3	4,20	3,50	1,20	2 Direções	3	-
4	3,50	2,80	1,25	2 Direções	2A	-

8.2 Carregamento nas lajes

$$\gamma_c = 25 \text{ KN/m}^3$$

$$RV+CP+ PS = 1,5 \text{ KN/m}^2$$

$$SC-1= 1,5 \text{ KN/m}^2$$

$$SC-2= 2,0 \text{ KN/m}^2$$

$$SC-3= 3,0 \text{ KN/m}^2$$

Laje	h	γ_c	PP	CP+PS+RV	SC	Carga - q
1	0,10	25	2,5	1,5	3,0	7,0
2	0,10	25	2,5	1,5	1,5	5,5
3	0,10	25	2,5	1,5	2,0	6,0
4	0,10	25	2,5	1,5	2,0	6,0

conteúdo 9 determinação dos momentos e reações

9.1 Cálculo dos Momentos e Reações

comprimento → metro

carga → KN

Laje	ly	lx	λ	Caso Czerny	Armada em 1 direção
1	3,64	2,80	1,30	3	-

q=	7,00
q*lx²=	54,88
q*lx=	19,60
q*ly=	25,48

λ	1,3		
mx	26,5	Mx	2,08
my	47,6	My	1,15
nx	10,7	Xx	5,13
ny	12,8	Xy	4,29
Vx₁	0,391	Rx₁	7,66
Vx₂	0,224	Rx₂	4,39
Vy₁	0,244	Ry₁	6,22
Vy₂	0,141	Ry₂	3,59

Laje	ly	lx	λ	Caso Czerny	Armada em 1 direção
2	4,20	2,00	2,10	-	Engastado-apoiado

q=	5,50
q*lx²=	22,00
q*lx=	11,00

λ	2,1		
mx	14,222	Mx	1,55
-	-	-	-
nx	8,000	Xx	2,75
-	-	-	-
Vx₁	0,625	Rx₁	6,88
Vx₂	0,375	Rx₂	4,13
Vy	0,125	Ry	1,38
-	-	-	-

Laje	ly	lx	λ	Caso Czerny	Armada em 1 direção
3	4,20	3,50	1,20	3	-

q=	6,00
q*lx²=	73,50
q*lx=	21,00
q*ly=	25,20

λ	1,2		
mx	30,0	Mx	2,45
my	44,0	My	1,67
nx	11,5	Xx	6,39
ny	13,1	Xy	5,61
Vx₁	0,371	Rx₁	7,79
Vx₂	0,212	Rx₂	4,45
Vy₁	0,264	Ry₁	6,65
Vy₂	0,153	Ry₂	3,86

Laje	ly	lx	λ	Caso Czerny	Armada em 1 direção
4	3,50	2,80	1,25	2A	-

q=	6,00
q*lx²=	47,04
q*lx=	16,80
q*ly=	21,00

λ	1,25		
mx	23,4	Mx	2,01
my	29,2	My	1,61
ny	9,8	Xy	4,8
-	-	-	-
Vx	0,230	Rx	3,86
Vy₁	0,342	Ry₁	7,18
Vy₂	0,198	Ry₂	4,16
-	-	-	-

conteúdo 10

momentos positivos

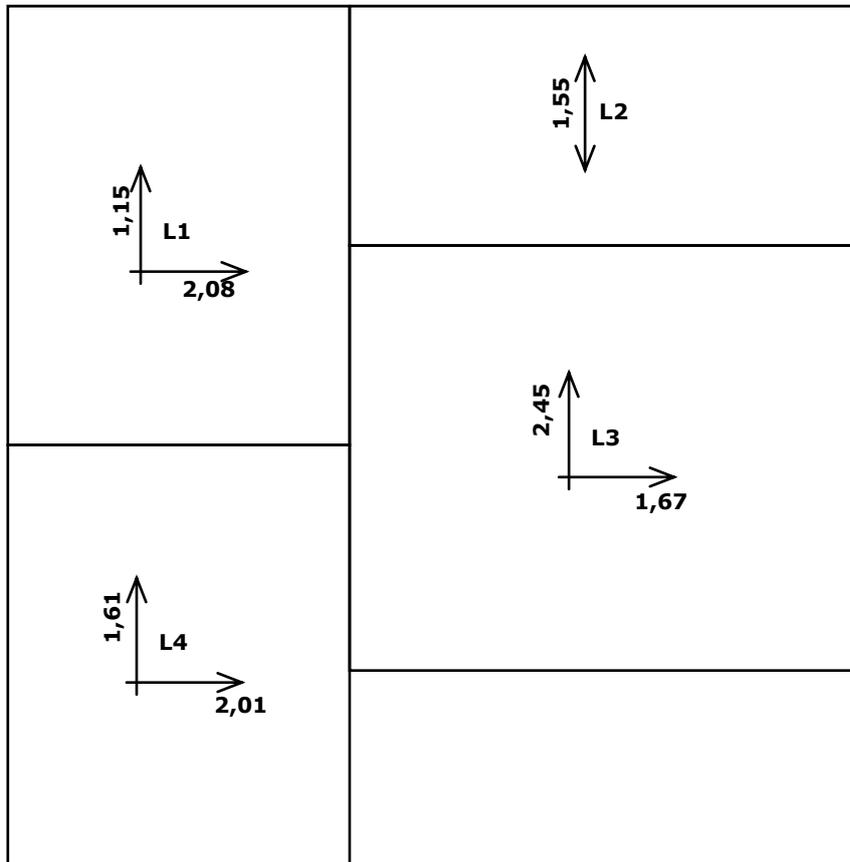


Figura 10.1 – Momentos positivos (KN.m)

conteúdo 11

momentos negativos

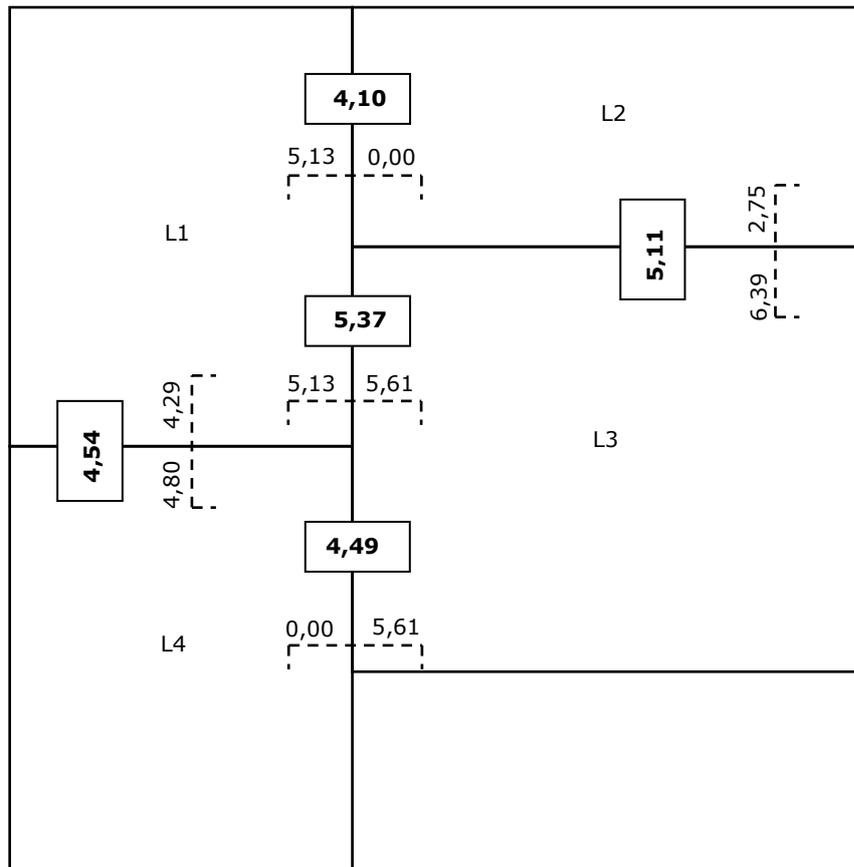


Figura 11.1 – Momentos negativos (KN.m)

conteúdo 12

reações

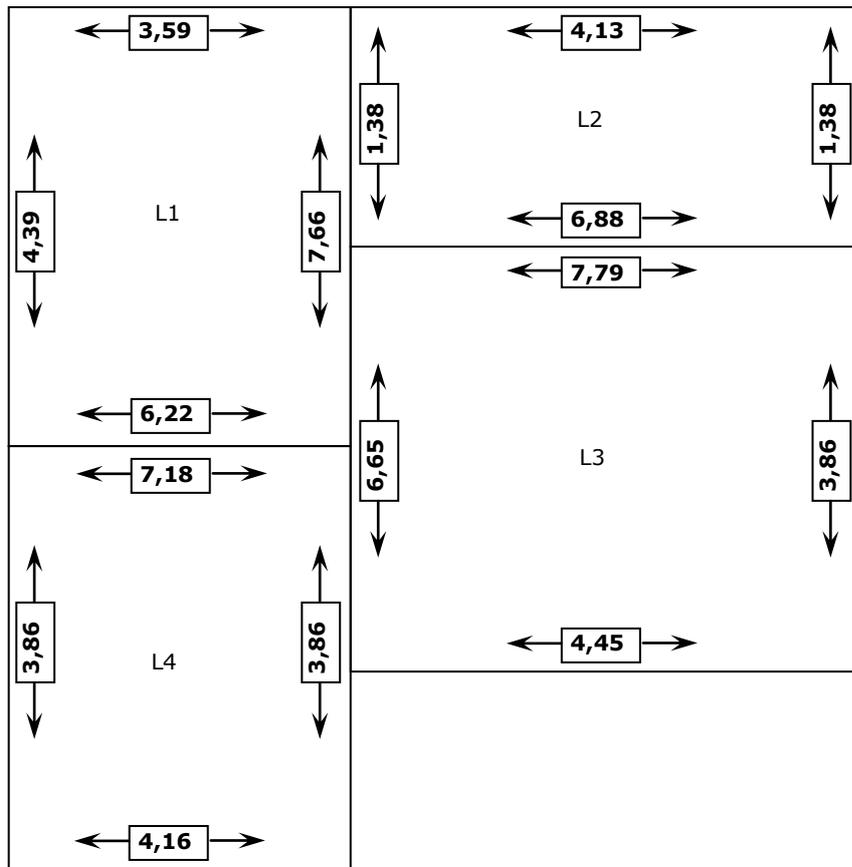


Figura 12.1 - Reações (KN)

conteúdo 13

carregamento da V1

VIGA 1 (12x40)

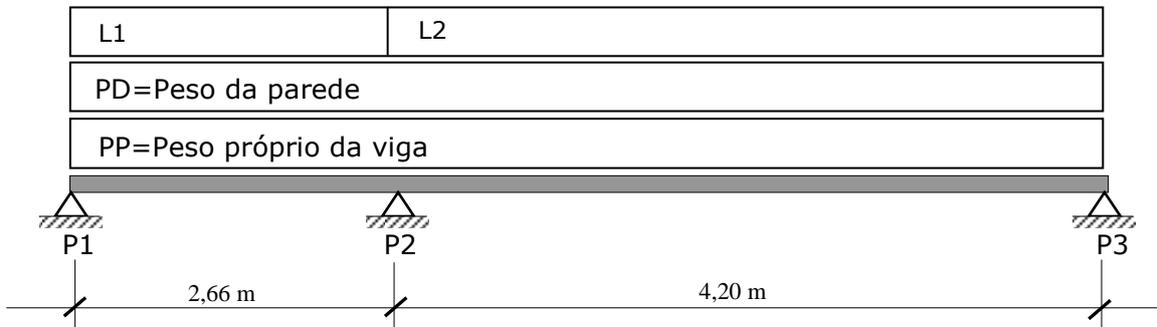


Figura 13.1 - Esquema do carregamento da V1

$$PD = 6 \text{ KN/m}$$

$$PP = \gamma_c \cdot b \cdot h = 25 \times 0,12 \times 0,4 = 1,2 \text{ KN/m}$$

Carregamento distribuído

Trecho I: P1-P2

PP	1,20	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L1(Ry₁)	3,59	
q	10,79	

Trecho II : P2-P3

PP	1,20	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L2(Rx₂)	4,13	
q	11,33	

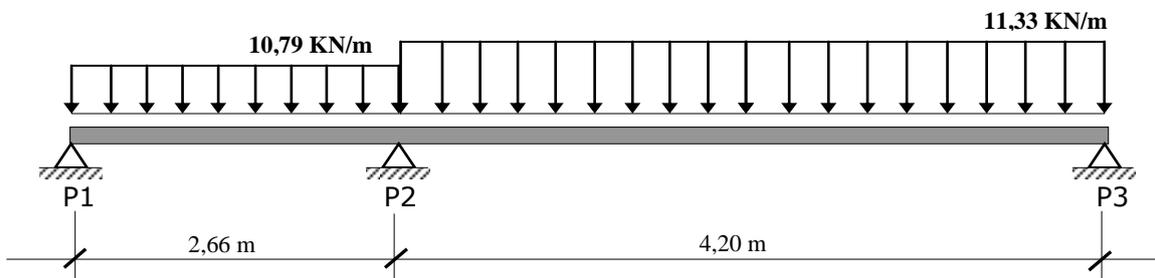


Figura 13.2 - Carregamento da V1

conteúdo 14

carregamento da V2

VIGA 2 (12x40)

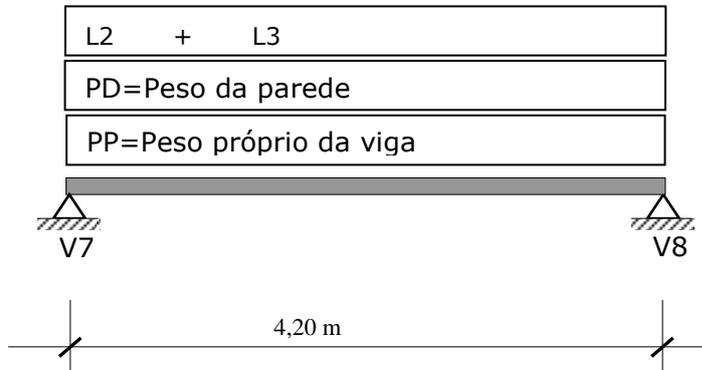


Figura 14.1 - Esquema do carregamento da V2

$$PD = 6 \text{ KN/m}$$

$$PP = \gamma_c \cdot b \cdot h = 25 \times 0,12 \times 0,4 = 1,2 \text{ KN/m}$$

Carregamento distribuído

Trecho : V7 - V8

PP	1,20	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L2(Rx₁)	6,88	
L3(Rx₁)	7,79	
q (V2)	21,87	

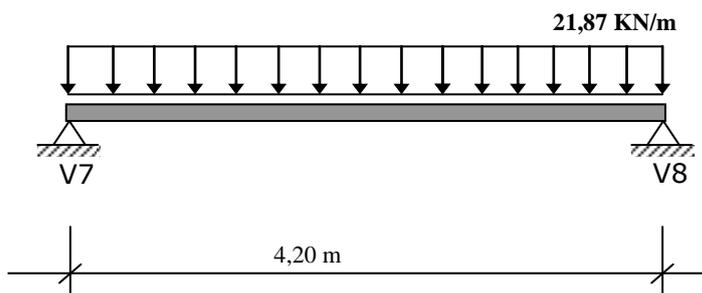


Figura 14.2 - Carregamento da V2

conteúdo 15

carregamento da V3

VIGA 3 (12x40)

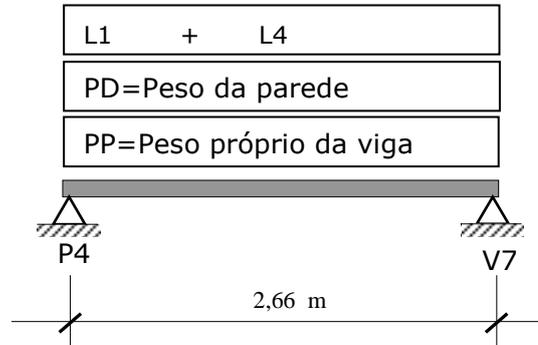


Figura 15.1 – Esquema do carregamento da V3

PD = 6 KN/m

PP = $\gamma_c \cdot b \cdot h = 25 \times 0,12 \times 0,4 = 1,2 \text{ KN/m}$

Carregamento distribuído

Trecho : P4 – V7

PP	1,20	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L1(Ry₁)	6,22	
L4(Ry₁)	7,18	
q (V3)	20,60	

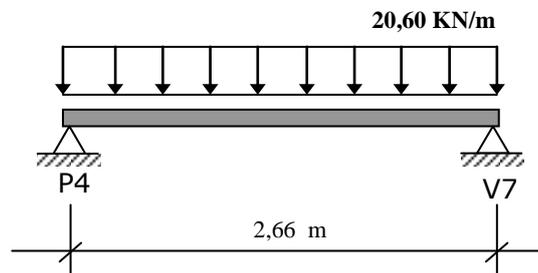


Figura 15.2 – Carregamento da V3

conteúdo 16

carregamento da V4

VIGA 4 (12x40)

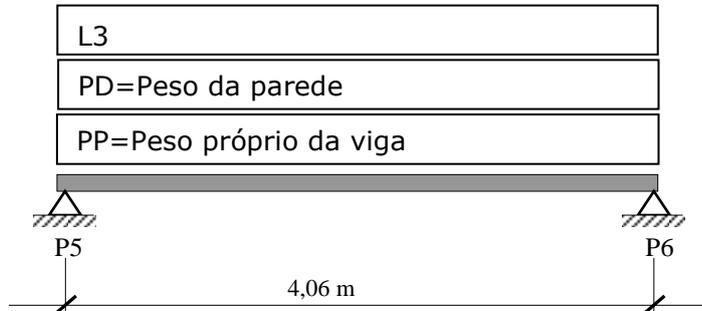


Figura 16.1 - Esquema do carregamento da V4

$PD = 6 \text{ KN/m}$

$PP = \gamma_c \cdot b \cdot h = 25 \times 0,12 \times 0,4 = 1,2 \text{ KN/m}$

Carregamento distribuído

Trecho : P5 - P6

PP	1,20	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L3(Rx₂)	4,45	
q (V4)	11,65	

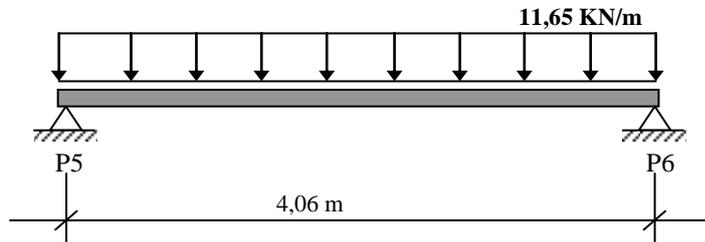


Figura 16.2 - Carregamento da V4

conteúdo 17

carregamento da V5

VIGA 5 (12x40)

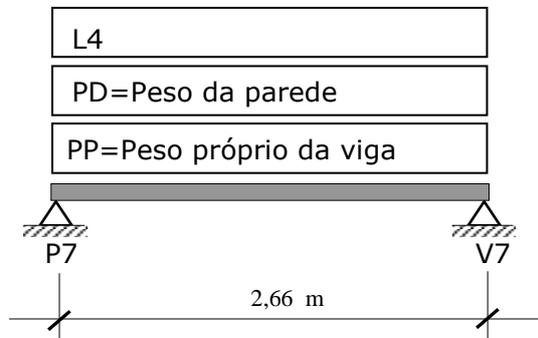


Figura 17.1 - Esquema do carregamento da V5

$$PD = 6 \text{ KN/m}$$

$$PP = \gamma_c \cdot b \cdot h = 25 \times 0,12 \times 0,4 = 1,2 \text{ KN/m}$$

Carregamento distribuído

Trecho : P7 - V7

PP	1,20
PD	6,00
L4(Ry₂)	4,16
q (V5)	11,36

KN/m

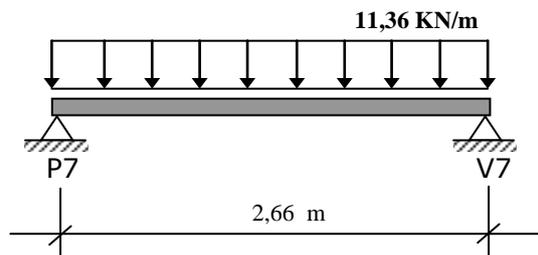


Figura 17.2 - Carregamento da V5

conteúdo 18

carregamento da V6

VIGA 6 (12x40)

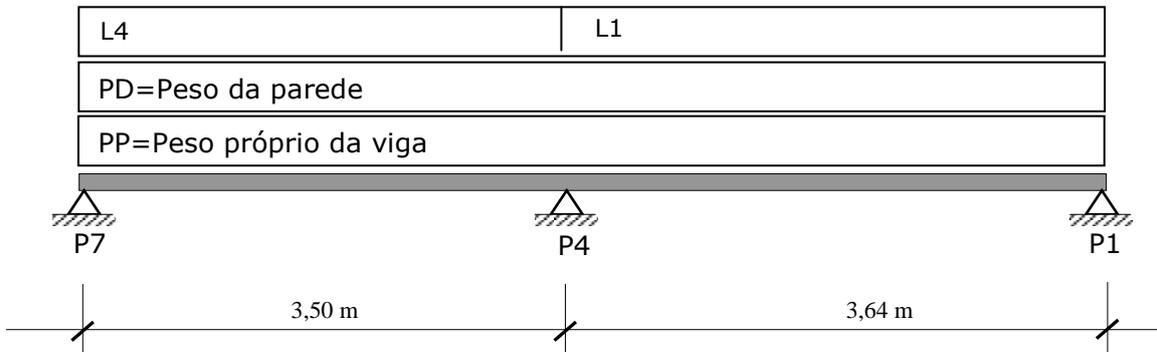


Figura 18.1 – Esquema do carregamento da V6

$$PD = 6 \text{ KN/m}$$

$$PP = \gamma_c \cdot b \cdot h = 25 \times 0,12 \times 0,4 = 1,2 \text{ KN/m}$$

Carregamento distribuído

Trecho I : P7-P4

PP	1,20	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L4(Rx)	3,86	
q	11,06	

Trecho II : P4-P1

PP	1,20	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L1(Rx₂)	4,39	
q	11,59	

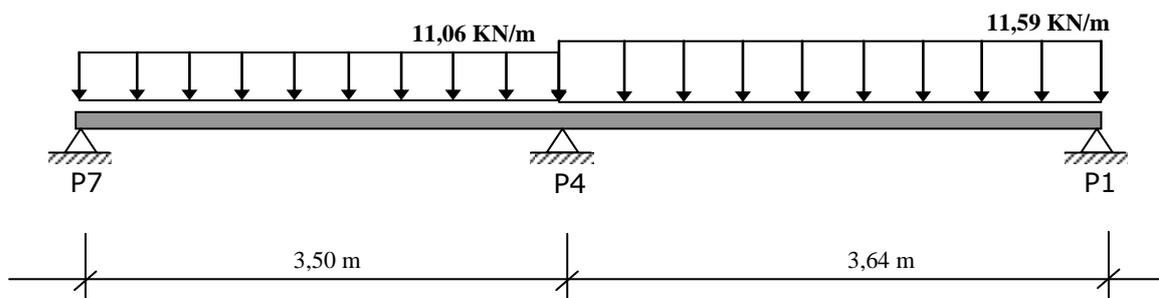


Figura 18.2 – Carregamento da V6

conteúdo 19

carregamento da V7

VIGA 7 (12x60)

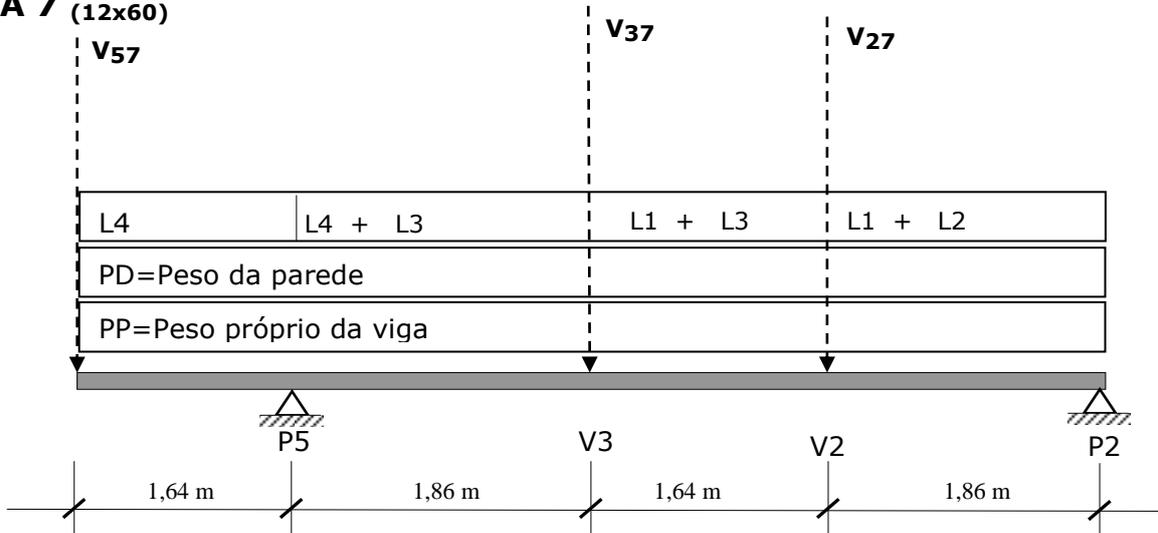


Figura 19.1 – Esquema do carregamento da V7

$$PD = 6 \text{ KN/m}$$

$$PP = \gamma_c \cdot b \cdot h = 25 \times 0,12 \times 0,6 = 1,8 \text{ KN/m}$$

Carregamento distribuído

Trecho I : Balanço – P5

PP	1,80	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L4(Rx)	3,86	
q	11,66	

Trecho II : P5 – V3

PP	1,80	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L4(Rx)	3,86	
L3(Ry₁)	6,65	
q	18,31	

Trecho III : V3 – V2

PP	1,80	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L1(Rx₁)	7,66	
L3(Ry₁)	6,65	
q	22,11	

Trecho IV: V2 – P2

PP	1,80	<i>KN/m</i>
PD	6,00	
L1(Rx₁)	7,66	
L2(Ry)	1,38	
q	16,84	

Cargas concentradas

q (V5)	11,36	<i>KN</i>
I(V5)	2,66	
V₅₋₇	15,11	

q (V3)	20,60	<i>KN</i>
I(V3)	2,66	
V₃₋₇	27,40	

q(V2)	21,87	<i>KN</i>
I(V2)	4,20	
V₂₋₇	45,93	

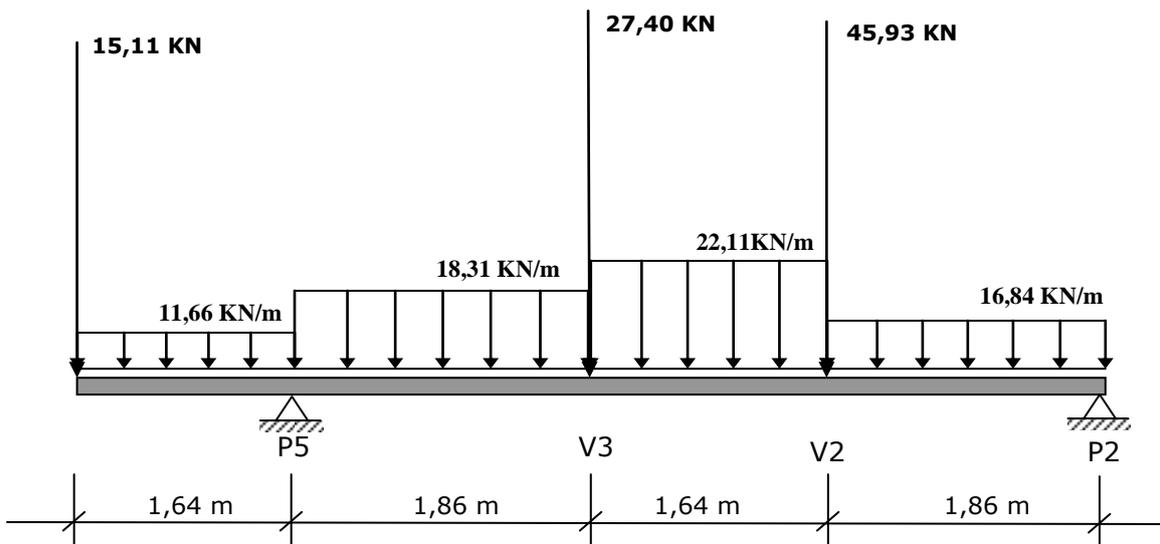


Figura 19.2 – Carregamento da V7

conteúdo 20

carregamento da V8

VIGA 8 (12x60)

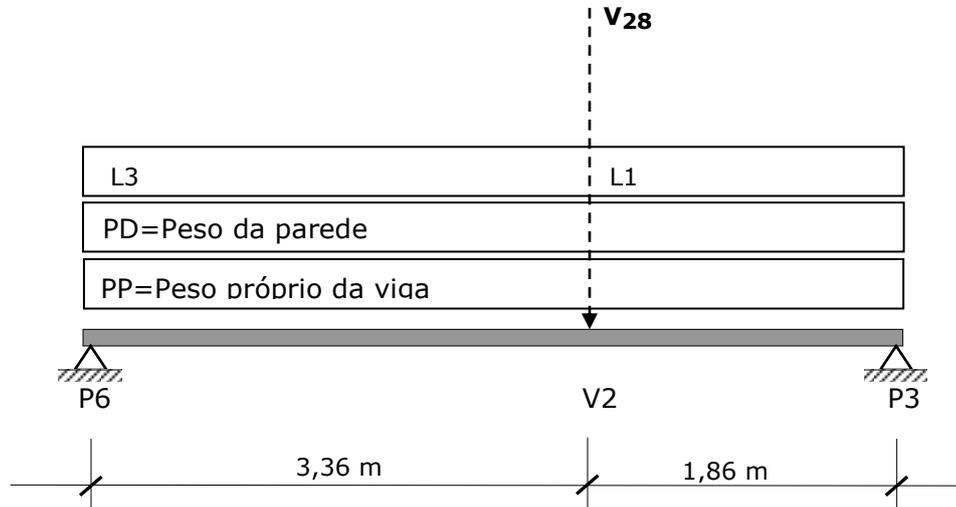


Figura 20.1 - Esquema do carregamento da V8

$$PD = 6 \text{ KN/m}$$

$$PP = \gamma_c \cdot b \cdot h = 25 \times 0,12 \times 0,6 = 1,8 \text{ KN/m}$$

Carregamento distribuído

Trecho I : P6-V2

PP	1,80
PD	6,00
L3(Ry₂)	3,86
q	11,66

KN/m

Trecho II : V2-P3

PP	1,80
PD	6,00
L1(Ry)	1,38
q	9,18

KN/m

Carga concentrada

q (V2)	21,87
I(V2)	4,20
V₂₋₈	45,93

KN

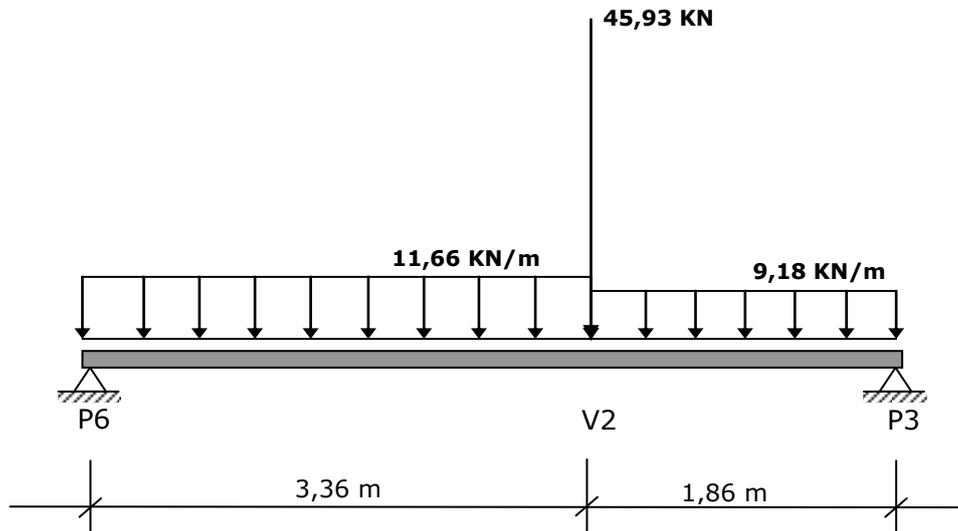


Figura 20.2 – Carregamento da V8

conteúdo 21

fundamentos do concreto armado

21.1 Histórico

Os romanos empregavam em suas construções de pedra uma argamassa de cal e pozzolana, com propriedades cimentícias.

O cimento portland foi descoberto no segundo quartel do século XIX, por Josef Aspdim (1824) na Inglaterra, tendo a produção industrial se iniciado após 1850.

O concreto simples teve uma utilização crescente na segunda metade do século XIX, substituindo progressivamente a alvenaria de pedra na maioria das obras.

O concreto armado foi inventado por um francês, Joseph Monier, que a partir de 1860 utilizou argamassa de cimento portland armada para fabricar vasos de jardim e outras peças.

A partir do final do século XIX e início do século XX, o concreto armado tornou-se um dos mais importantes materiais de construção, utilizado em edifícios, pontes, obras marítimas etc.

O concreto protendido foi introduzido na década de 1930-40, graças aos trabalhos do engenheiro francês Eugene Freyssinet. A partir da segunda guerra mundial, o concreto protendido foi largamente utilizado na reconstrução da Europa, tornando-se um dos tipos de construção mais competitivas na atualidade.

21.2 O material concreto armado

O concreto armado é composto da associação de um material resistente à compressão (concreto simples), com outro extremamente resistente à tração (aço), formando um conjunto monolítico, capaz de resistir a esforços conjuntos de tração+compressão (flexão).

A armadura pode ser passiva ou ativa.

Armadura passiva, só trabalha quando solicitada ou, quando da aplicação dos carregamentos. Exemplo: estruturas convencionais.

Armadura ativa, entra em serviço mesmo antes da aplicação do carregamento. Exemplo: concreto protendido.

21.3 Viabilidade do concreto armado

Pelas três razões básicas listadas a seguir, todas elas individualmente indispensáveis, pode o concreto armado ser considerado uma solução viável, durável e de enorme confiabilidade:

I – Trabalho conjunto do concreto e do aço, assegurado pela aderência entre os dois materiais.

II – Os coeficientes de dilatação térmica do aço e concreto são praticamente iguais.

Concreto: $0,9$ a $1,4 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}^{-1}$

Aço: $1,2 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}^{-1}$

III – O concreto protege de oxidação o aço da armadura, garantindo a durabilidade da estrutura.

21.4 Vantagens e desvantagens do concreto armado

O concreto armado apresenta, como material de construção, grande número de vantagens:

- a) materiais econômicos e disponíveis com abundância no globo terrestre;
- b) grande facilidade de moldagem, permitindo adoção das mais variadas formas;
- c) emprego extensivo de mão de obra não qualificada e equipamentos simples;
- d) elevada resistência à ação do fogo;
- e) elevada resistência ao desgaste mecânico;
- f) grande estabilidade, sob ação das intempéries dispensando trabalhos de manutenção;
- g) aumento de resistência à ruptura, com o tempo;
- h) facilidade e economia na construção de estruturas contínuas, sem juntas.

Basicamente, a grande desvantagem do concreto armado é seu peso próprio, da ordem de 2,5 t/m³ para o concreto normal, conseguindo-se chegar a valores compreendidos entre 1,2 e 2,0 t/m³ para o concreto leve estrutural.

Outras desvantagens são as dificuldades para reformas ou demolições e o baixo grau de proteção térmica que oferece, vindo a exigir a aplicação de produtos com esta finalidade (normalmente em associação à obtenção de boa impermeabilização), sobre coberturas.

Finalmente, cabe frisar que a inevitável fissuração da região tracionada em peças de concreto armado, durante muito tempo apontada como inconveniente grave, na realidade não o é, pois hoje sabemos que o uso de armação fina e convenientemente distribuída nas zonas tracionadas limita a abertura das fissuras, tornando-as capilares e, então inofensivas.

21.5 Características mecânicas do concreto

21.5.1 Resistência à compressão

Rompidos "n" corpos de prova cilíndricos padronizados (diâmetro 15cm, altura 30cm) com idade 28 dias, para a mesma dosagem do concreto, verifica-se considerável flutuação de resultados da resistência, os quais seguem aproximadamente a **curva normal** de distribuição da teoria de probabilidades.

O valor médio dos resultados experimentais é chamado resistência média do concreto ($f_{ccm}=f_{cm}$).

Denomina-se **resistência característica à compressão (f_{ck})** do concreto um valor mínimo estatístico acima do qual ficam situados 95% dos resultados experimentais.

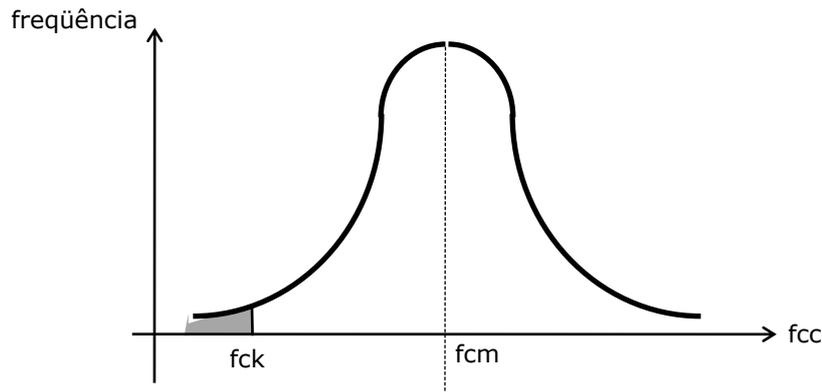


Figura 21.1 – Curva normal da distribuição de frequência dos ensaios de corpos de prova

Admitindo –se a curva normal da distribuição (figura 21.1), pode-se escrever a relação:

$$fck = fcm.(1 - 1,645\delta) \quad (21.1)$$

onde δ representa o *coeficiente de variação* ou *dispersão* dos valores, igual ao quociente do desvio padrão (sd) pela média dos valores experimentais (fcm).

$$sd = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (fcc - fcm)^2}{n - 1}} \quad (21.2)$$

$$\delta = \frac{sd}{fcm} = \frac{1}{fcm} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (fcc - fcm)^2}{n - 1}} \quad (21.3)$$

onde fcc = valor experimental obtido com um corpo de prova.

Quando não for conhecido o coeficiente de variação δ , podem ser adotados valores aproximados em função do método de controle da dosagem, a resistência à compressão aos “j” dias de idade, fcj, é obtida pela expressão:

$$fcj = fck + 1,645.sd \quad (21.4)$$

Tipo de controle dos materiais	sd
Controle rigoroso: materiais medidos em peso, umidade dos agregados controlada freqüentemente por método preciso	40
Controle normal: agregados medidos em volume, cimento em peso; umidade dos agregados controlada freqüentemente por método preciso	55
Controle escasso: agregados medidos em volume, cimento em peso; umidade dos agregados simplesmente estimada	70

Tabela 21.1 – Valores usuais do desvio padrão

Na maioria das obras, não se dispõe de um número de ensaios suficiente para determinação precisa da resistência característica do concreto executado pela análise estatística.

Em obras com valor especificado $f_{ck} > 16\text{MPa}$, ou coeficiente de segurança do concreto $\gamma_c < 1,4$, a totalidade do concreto da estrutura é dividida em lotes, para fins de controle e aceitação. Dispondo-se, em um lote, de n corpos de prova, dispostos em ordem crescente de valor ($f_{c1}, f_{c2}, \dots, f_{cn}$) o valor estimado da resistência característica ($f_{ck,est}$), do lote poderá ser obtido com a expressão:

$$f_{ck, est} = 2 \cdot \frac{f_{c1} + f_{c2} + \dots + f_{cn}, \frac{n}{2} - 1}{\frac{n}{2}} - f_{c, \frac{n}{2}} \geq \alpha \cdot f_{c1} \geq 0,85 \cdot f_{cm} \quad (21.5)$$

onde o coeficiente α depende do número n de corpos de prova.

n	6	7	8	10	12	14	16	≥18
α	0,89	0,91	0,93	0,96	0,98	1,00	1,02	1,04

Tabela 21.2 – Valores do coeficiente α em relação ao número de corpos de prova

Em obras com valor especificado $f_{ck} \leq 16\text{MPa}$, calculados com coeficiente de segurança do concreto $\gamma_c \geq 1,4$, o concreto de toda a estrutura pode ser considerado globalmente. O valor estimado da resistência característica é dado por:

$$f_{ck,est} = \alpha \cdot f_{c1} \quad (21.6)$$

sendo α , obtido em função de n , como indicado na tabela 21.2

21.5.2 Comportamento frente a carregamento de longa duração

Podemos dizer que toda peça de concreto armado tem uma parcela de seu carregamento de longa duração, sendo a mesma referente ao peso próprio e ao dos materiais de revestimento, além de algum tipo de sobrecarga que, em função de sua ocorrência, possa ser considerada praticamente permanente. Está verificado hoje ser a resistência à compressão do concreto, para cargas de longa duração, inferior àquela referente a carregamentos rápidos, constituindo ainda fator agravante a existência de excentricidade na aplicação da carga. Deste modo, se trabalhamos com uma resistência do concreto retirada de ensaios de curta duração, precisamos afetar o valor assim obtido, para a resistência característica f_{ck} , de um fator redutor que leve em conta sua diminuição devida a carregamento de longa duração.

A partir de estudos e ensaios feitos, sobretudo por H.Rüsch, chegamos à conclusão de que a redução de resistência do concreto devida a cargas de longa duração pode, simplificada, ser tomada da ordem de 15% daquela correspondente a carregamento de curta duração, e, desta forma, todas as normas mais recentes recomendam multiplicar-se por 0,85 as resistências características do concreto à compressão, obtidas nos ensaios de curta duração.

21.5.3 Módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson

(NBR6118/2003 – Item 8.2.8) O módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial, deve ser obtido segundo ensaio descrito na ABNT NBR 8522 . Quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 dias, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade usando a expressão:

$$E_{ci} = 5600.f_{ck}^{1/2} \quad (21.7)$$

onde:

E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal.

O módulo de elasticidade numa idade $j \geq 7$ dias pode também ser avaliado através dessa expressão, substituindo-se f_{ck} por f_{ckj} .

Quando for o caso, é esse o módulo de elasticidade a ser especificado em projeto e controlado na obra.

O módulo de elasticidade secante a ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço, deve ser calculado pela expressão :

$$E_{cs} = 0,85.E_{ci} \quad (21.8)$$

Na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal pode ser adotado um módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de elasticidade secante (E_{cs}).

Na avaliação do comportamento global da estrutura e para o cálculo das perdas de protensão, pode ser utilizado em projeto o módulo de deformação tangente inicial (E_{ci}).

Para tensões de compressão menores que $0,5.f_c$ e tensões de tração menores que f_{ct} , o coeficiente de Poisson ν , pode ser tomado como igual a 0,2 e o módulo de elasticidade transversal G_c igual a $0,4 E_{cs}$.

21.5.4 Diagrama tensão-deformação

As diversas normas – entre elas NBR6118/2003 e o CEB – recomendam, no dimensionamento do concreto, para carregamentos de curta duração, a adoção do diagrama parábola-retângulo, da figura 21.2, havendo concordância entre parábola do 2º.grau e reta para $\epsilon = 2\text{‰}$, considerando-se atingida a ruptura com $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$.

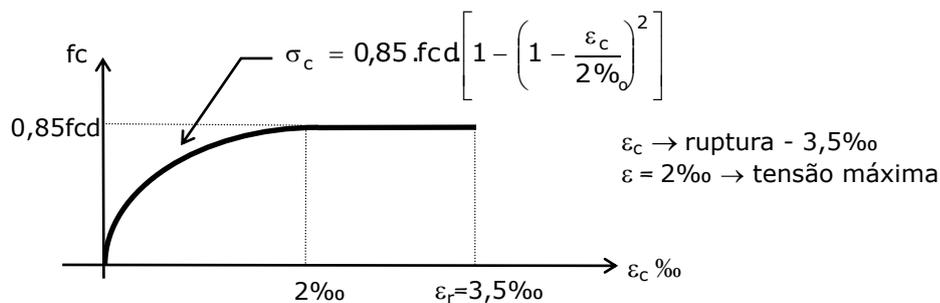


Figura 21.2 – Diagrama tensão-deformação do concreto

21.5.5 Resistência à tração

(NBR6118/2003 – Item 8.2.5) A resistência à tração indireta $f_{ct,sp}$ e a resistência à tração na flexão $f_{ct,f}$ devem ser obtidas de ensaios realizados segundo a NBR 7222 e a NBR 12142, respectivamente.

A resistência à tração direta f_{ct} pode ser considerada igual a $0,9.f_{ct,sp}$ ou $0,7 f_{ct,f}$ ou, na falta de ensaios para obtenção de $f_{ct,sp}$ e $f_{ct,f}$, pode ser avaliada por meio das equações seguintes:

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (21.9)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ctm} \quad (21.10)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ctm} \quad (21.11)$$

onde:

f_{ctm} - resistência média à tração do concreto (MPa);

f_{ck} - Resistência característica à compressão do concreto (MPa).

Sendo $f_{ckj} \geq 7\text{MPa}$, estas expressões podem também ser usadas para idades diferentes de 28 dias.

Na região tracionada, das peças, o concreto tem como função:

- cobertura: proteção química e mecânica;
- transferência dos esforços à armadura, através da aderência.

21.6 Características reológicas do concreto

21.6.1 Introdução

Quando não há impedimento à livre deformação do concreto, e a ele é aplicada, no tempo t_0 , uma tensão constante no intervalo $t - t_0$ sua deformação total, no tempo t , vale:

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) \quad (21.12)$$

onde:

$\varepsilon_c(t_0) = \sigma_c(t_0) / E_{ci}(t_0)$ é a deformação imediata, por ocasião do carregamento, com $E_c(t_0)$ calculado, para $j = t_0$, pela expressão: $E_{CS}=0,85E_C$;

$\varepsilon_{cc}(t) = [\sigma_c(t_0) / E_{ci28}] \varphi(t, t_0)$ é a deformação por fluência, no intervalo de tempo (t, t_0) , com E_{c28} calculado pela mesma expressão para $j = 28$ dias;

$\varepsilon_{cs}(t)$ é a deformação por retração, no intervalo de tempo (t, t_0)

21.6.2 Deformação lenta (Fluência)

21.6.2.1 Generalidades

A assim denominada "deformação lenta" do concreto foi estudada a partir de constatações práticas óbvias: por exemplo, construía-se uma marquise, cuja flecha na extremidade, medida após a retirada do escoramento, era de 1,5cm; 5 anos depois, sem nenhuma mudança de cargas, o valor da mesma flecha passara para 4cm. Qual a explicação?

Neste sentido, engenheiros e pesquisadores, lançaram -se à experimentação, chegando se às conclusões apresentadas a seguir.

Seja uma peça de concreto da figura 21.3, carregada axialmente com uma pressão de valor constante ao longo do tempo e igual a σ_c :

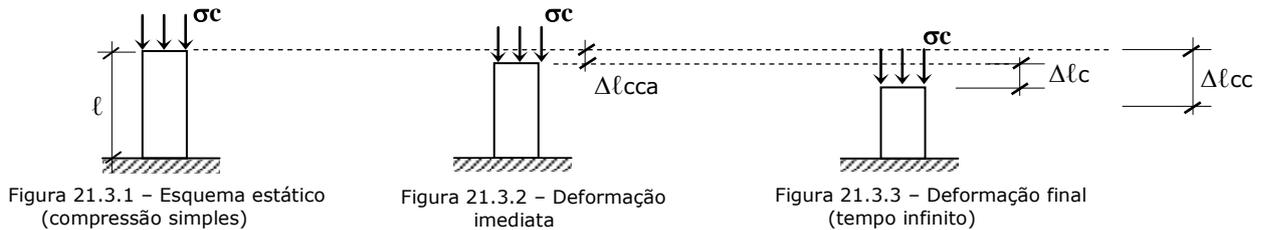


Figura 21.3 - Deformação lenta

(NBR6118/2003 - Item A2.1) A deformação por fluência do concreto (ϵ_{cc}) compõe-se de duas partes, uma rápida e outra lenta. A fluência rápida (ϵ_{cca}) é irreversível e ocorre durante as primeiras 24 h após a aplicação da carga que a originou. A fluência lenta é por sua vez composta por duas outras parcelas: a deformação lenta irreversível (ϵ_{ccf}) e a deformação lenta reversível (ϵ_{ccd}).

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccf} + \epsilon_{ccd} \quad (21.13)$$

$$\epsilon_{c,tot} = \epsilon_c + \epsilon_{cc} = \epsilon_c (1 + \varphi) \quad (21.14)$$

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (21.15)$$

onde:

φ_a é o coeficiente de fluência rápida;

φ_f é o coeficiente de deformação lenta irreversível;

φ_d é o coeficiente de deformação lenta reversível.

21.6.2.2 Hipóteses

Para o cálculo dos efeitos da fluência, quando as tensões no concreto são as de serviço, admitem-se as seguintes hipóteses:

a) a deformação por fluência ϵ_{cc} varia linearmente com a tensão aplicada;

b) para acréscimos de tensão aplicados em instantes distintos, os respectivos efeitos de fluência se superpõem;

c) a fluência rápida produz deformações constantes ao longo do tempo; os valores do coeficiente ϕ_a são função da relação entre a resistência do concreto no momento da aplicação da carga e a sua resistência final;

d) o coeficiente de deformação lenta reversível ϕ_d depende apenas da duração do carregamento; o seu valor final e o seu desenvolvimento ao longo do tempo são independentes da idade do concreto no momento da aplicação da carga;

e) o coeficiente de deformação lenta irreversível ϕ_f depende de:

- umidade relativa do ambiente (U);
- consistência do concreto no lançamento;
- espessura fictícia da peça h_{fic} ;
- idade fictícia do concreto no instante (t_0) da aplicação da carga;
- idade fictícia do concreto no instante considerado (t).

f) para o mesmo concreto, as curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo, correspondentes a diferentes idades do concreto no momento do carregamento, são obtidas, umas em relação às outras, por deslocamento paralelo ao eixo das deformações conforme a figura 21.4.

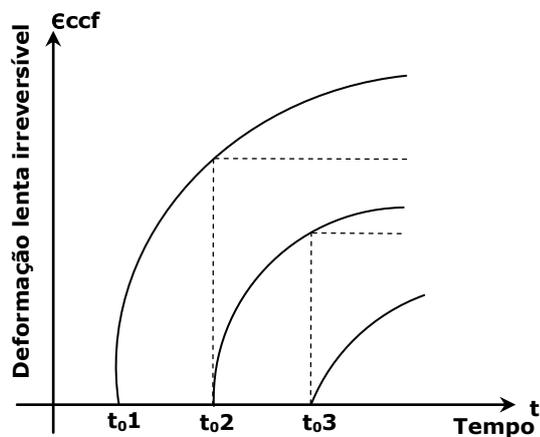


Figura 21.4 - Variação $\epsilon_{ccf}(t)$

21.6.2.3 Valor da fluência

No instante t a deformação devida à fluência é dada por:

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccd} + \epsilon_{ccf} = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \phi(t, t_0) \quad (21.16)$$

com E_{c28} calculado, para $j = 28$ dias, pela expressão: $E_{c28} = 0,85E_c$.

O coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$, válido também para a tração, é dado por:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_f^\infty [\beta_f(t) - \beta(t_0)] + \varphi_d^\infty \beta_d \quad (21.17)$$

onde:

t é a idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

t_0 é a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento, em dias;

φ_a é o coeficiente de fluência rápida, determinado pela expressão:

$$\varphi_a = 0,8 \cdot \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (21.18)$$

onde:

$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ é a função de crescimento da resistência do concreto com a idade;

$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \times \varphi_{2c}$ é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível;

φ_{1c} é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente U , em porcentagem, e da consistência do concreto dada pela tabela 21.3.

φ_{2c} é o coeficiente dependente da espessura fictícia h_{fic} da peça;

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (21.19)$$

onde:

h_{fic} é a espessura fictícia, em centímetros;

$\beta_f(t)$ ou $\beta_f(t_0)$ é o coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto;

$\varphi_{d\infty}$ é o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível que é considerado igual a 0,4;

β_d é o coeficiente relativo à deformação lenta reversível função do tempo $(t - t_0)$ decorrido após o carregamento.

$$\beta_d = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (21.20)$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (21.21)$$

onde:

$$\begin{aligned} A &= 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113; \\ B &= 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23; \\ C &= -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183; \\ D &= 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931; \end{aligned} \quad (21.22)$$

h é a espessura fictícia, em metros; para valores de h fora do intervalo $(0,05 \leq h \leq 1,6)$, adotam-se os extremos correspondentes;
 t é o tempo, em dias ($t \geq 3$).

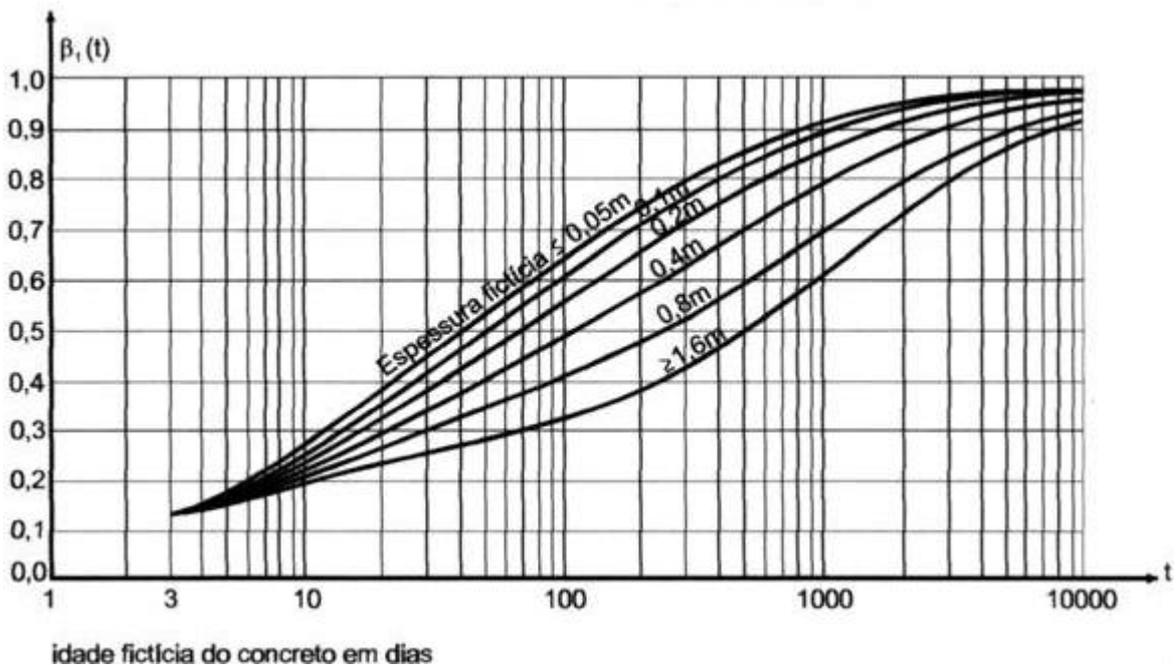


Figura 21.5 – Variação de $\beta_f(t)$

21.6.3 Retração do concreto

21.6.3.1 Generalidades

A denominação "retração" decorre do fato de o fenômeno significar uma redução de volume da peça de concreto (devido à expulsão da água quimicamente dissociada daquilo que chamamos "concreto").

No processo da retração, a água é inicialmente expulsa das fibras externas o que, criando condições de deformação diferenciais entre a periferia e o miolo, gera tensões (auto-equilibradas em seu conjunto) capazes de provocar fissuração (fissuração = ruptura localizada por tração) do concreto, no caso de não ser colocada uma armação visando a prevenir esta ocorrência.

21.6.3.2 Hipóteses básicas

(NBR6118/2003 – Item A2.3) O valor da retração do concreto depende da:

- a) umidade relativa do ambiente;
- b) consistência do concreto no lançamento;
- c) espessura fictícia da peça.

21.6.3.3 Valor da retração

Entre os instantes t_0 e t a retração é dada por:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs}^{\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (21.23)$$

onde:

$\varepsilon_{cs}^{\infty} = \varepsilon_{1s} \times \varepsilon_{2s}$ é o valor final da retração;

ε_{1s} é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto (ver tabela 21.3);

ε_{2s} é o coeficiente dependente da espessura fictícia da peça:

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} \quad (21.24)$$

onde:

h_{fic} é a espessura fictícia, em centímetros;

$\beta_s(t)$ ou $\beta_s(t_0)$ é o coeficiente relativo á retração, no instante t ou t_0 ;

t é a idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

t_0 é a idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, em dias.

Ambiente	Umidade U %	Fluência $\varphi_{1c}^{1)}$			Retração $10^4 \varepsilon_{1s}^{2)}$			$\gamma^{4)}$
		Abatimento de acordo com a NBR NM 67						
		cm						
		0 - 4	5 - 9	10 - 15	0 - 4	5 - 9	10 - 15	
Na água	-	0,6	0,8	1,0	+1,0	+1,0	+1,0	30,0
Em ambiente muito úmido imediatamente acima da água	90	1,0	1,3	1,6	-1,0	-1,3	-1,6	5,0
Ao ar livre, em geral	70	1,5	2,0	2,5	-2,5	-3,2	-4,0	1,5
Em ambiente seco	40	2,3	3,0	3,8	-4,0	-5,2	-6,5	1,0

- 1) $\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U$ para abatimento no intervalo de (5 a 9)cm e $U \leq 90\%$.
- 2) $10^4 \varepsilon_{1s} = -6,16 - (U/484) + (U^2/1590)$ para abatimentos de (5 a 9) cm e $U < 90\%$.
- 3) Os valores de φ_{1c} e ε_{1s} para $U \leq 90\%$ e abatimento entre (0 e 4) cm são 25% menores e para abatimentos entre (10 e 15) cm são 25% maiores.
- 4) $\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 U)$ para $U \leq 90\%$.

Notas:

Para efeito de cálculo, as mesmas expressões e os mesmos valores numéricos podem ser empregados no caso de tração.

Para o cálculo dos valores de fluência e retração a consistência do concreto é aquela correspondente à obtida com o mesmo traço sem a adição de superplastificantes e superfluidificantes.

Tabela 21.3 - Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E}$$

onde:

$$\begin{aligned} A &= 40; \\ B &= 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8; \\ C &= 2,5h^3 - 8,8h + 40,7; \\ D &= -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8; \\ E &= -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8; \end{aligned} \quad (21.25)$$

h é a espessura fictícia, em metros; para valores de h fora do intervalo ($0,05 \leq h \leq 1,6$), adotam-se os extremos correspondentes;

t é o tempo, em dias ($t \geq 3$).

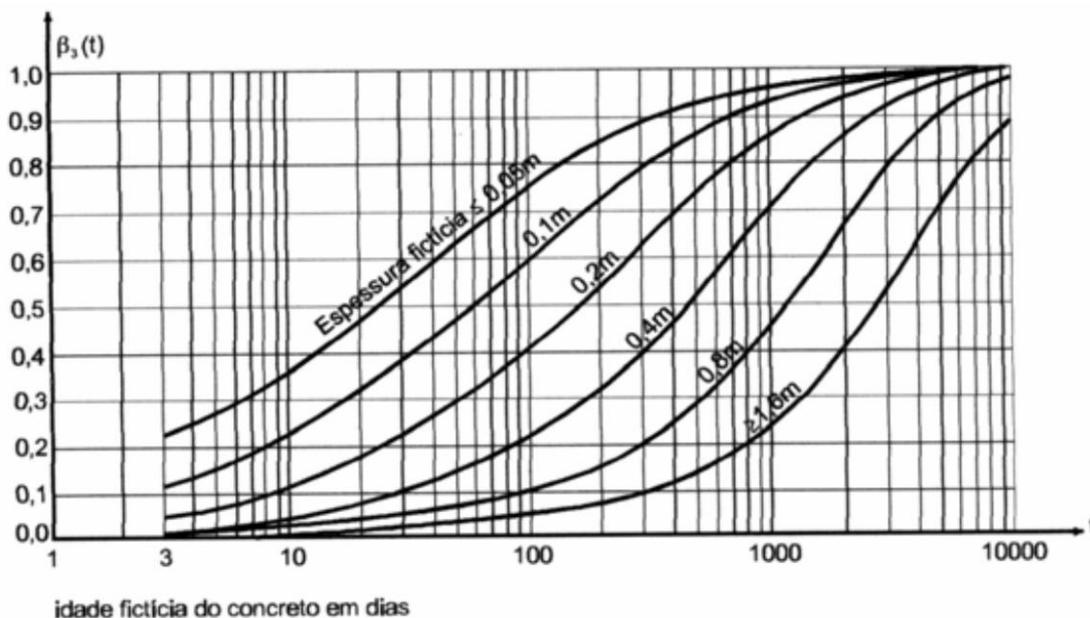


Figura 21.6 - Variação de $\beta_s(t)$

Cabe observar, que, quanto mais pudermos retardar o início da retração através de uma boa cura (manutenção da umidade do concreto fresco, usando-se, para tal, cobrir a peça com panos ou sacos encharcados, visando a evitar a expulsão prematura da água quimicamente inerte), menor será a deformação específica efetiva que teremos devido à retração. Em muitos casos aplica-se, com esta finalidade, sobre as superfícies em contato com o ar uma emulsão à base de parafina (denominada anti-sol).

O tempo normal de cura para uma peça é de 7 dias (idade a partir da qual a resistência do concreto o habilita a receber os primeiros efeitos da retração) .

Quando a diminuição de ϵ_{cs} não resolver, de per si, o problema, será também necessário reduzir-se o valor de l (distância do centro de dilatação da estrutura até a seção considerada), usando juntas definitivas na estrutura, dividindo-a em partes, ou juntas provisórias, chamadas juntas de concretagem. Estas últimas são fechadas após ter ocorrido um percentual de retração suficiente para minimizar o valor da deformação final Δl , situando-o dentro de limites compatíveis.

21.6.4 Idade e espessura fictícias

21.6.4.1 Idade fictícia do concreto

A idade a considerar é a idade fictícia ($\alpha \times t_{ef}$), em dias, quando o endurecimento se faz à temperatura ambiente de 20°C e, nos demais casos, quando não houver cura a vapor, a idade a considerar é a idade fictícia dada por:

$$t = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_{ef,i} \quad (21.26)$$

onde:

t é a idade fictícia, em dias;

α é o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento; na falta de dados experimentais permite-se o emprego dos valores constantes da tabela 21.4.

T_i é a temperatura média diária do ambiente (°C);

$\Delta t_{ef,i}$ é o período, em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente, T_i , pode ser admitida constante.

Nota: Essa expressão não se aplica à cura a vapor.

Cimento Portland (CP)	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (III-25, III-32, III-40, IV-25, IV-32, RS)	1	1
De endurecimento normal (I, I-S, II-E, II-F, II-Z, classes 25,32 e 40)	2	
De endurecimento rápido (V-ARI)	3	
CP I e CP I-S – Cimento Portland comum CP II-E, CP II-F e CP II-Z – Cimento Portland composto CP III - Cimento Portland de alto-forno CP IV - Cimento Portland pozolânico CP V-ARI – Cimento Portland de alta resistência inicial RS – resistente a sulfatos (propriedade específica de alguns dos tipos de cimento citados)		

Tabela 21.4 – Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento

21.6.4.2 Espessura fictícia da peça

Define-se como espessura fictícia o seguinte valor:

$$h_{fic} = \gamma \cdot \frac{2 \cdot A_c}{u_{ar}} \quad (21.27)$$

onde:

γ é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente (U%) (ver tabela 21.3), sendo:

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1U); \quad (21.28)$$

A_c é a área da seção transversal da peça;

u_{ar} é a parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar.

21.6.5 Fluência e Retração

(NBR6118/2003 – Item 8.2.11) Em casos onde não é necessária grande precisão, os valores finais do coeficiente de fluência $\varphi(t_\infty, t_0)$ e da deformação específica de retração $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ do concreto, submetido a tensões menores que $0,5f_c$ quando do primeiro carregamento, podem ser obtidos, por interpolação linear, a partir da tabela 21.5.

Essa tabela fornece o valor do coeficiente de fluência $\varphi(t_\infty, t_0)$ e da deformação específica de retração $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ em função da umidade ambiente e da espessura equivalente $2A_c/u$, onde A_c é a área da seção transversal e u é o perímetro da seção em contato com a atmosfera. Os valores dessa tabela são relativos a temperaturas do concreto entre 10°C e 20°C, podendo-se, entretanto, admitir temperaturas entre 0°C e 40°C. Esses valores são válidos para concretos plásticos e de cimento Portland comum.

Umidade Ambiente %			40		55		75		90	
			20	60	20	60	20	60	20	60
$\varphi(t_\infty, t_0)$	t_0 dias	5	4,4	3,9	3,8	3,3	3,0	2,6	2,3	2,1
		30	3,0	2,9	2,6	2,5	2,0	2,0	1,6	1,6
		60	3,0	2,6	2,2	2,2	1,7	1,8	1,4	1,4
$\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ ‰	t_0 dias	5	-0,44	-0,39	-0,37	-0,33	-0,23	-0,21	-0,10	-0,09
		30	-0,37	-0,38	-0,31	-0,31	-0,20	-0,20	-0,09	-0,09
		60	-0,32	-0,36	-0,27	-0,30	-0,17	-0,19	-0,08	-0,09

Tabela 21.5 – Valores característicos superiores da deformação específica de retração $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ e do coeficiente de fluência $\varphi(t_\infty, t_0)$

21.6.6 Variação de temperatura

Conforme sabemos da Física, a seção de uma peça submetida a uma variação uniforme de temperatura igual a $\Delta t^{\circ}\text{C}$ terá uma deformação específica, axial, dada por:

$$\varepsilon_{ct} = \alpha \cdot \Delta t \quad (21.29)$$

sendo α o coeficiente de dilatação linear do material. A NBR6118/2003 – Item 8.2.3, recomenda a adoção do valor $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ para o concreto armado.

Sugestões práticas recomendam separar, com juntas de dilatação, as estruturas alongadas, evitando-se as deformações impostas pela variação de temperatura. O espaçamento entre juntas de 30m é bastante usual.

21.6.7 Deformação total do concreto

(NBR6118/2003 – Item A2.5) Quando há variação de tensão ao longo do intervalo, induzidas por ações externas ou agentes de diferentes propriedades reológicas (incluindo-se armadura, concretos de diferentes idades, etc), a deformação total no concreto pode ser calculada por:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c28}} \varphi(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^t \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} \left(\frac{1}{E_{ct}} + \frac{\varphi(\tau, t_0)}{E_{c28}} \right) d\tau \quad (21.30)$$

em que os três primeiros termos representam a deformação não impedida e a integral, os efeitos da variação de tensões ocorridas no intervalo.

Permite-se substituir essa expressão por:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right] + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \Delta \sigma_c(t_0) \left(\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right) \quad (21.31)$$

onde:

$\Delta \sigma_c(t, t_0)$ é a variação total de tensão no concreto, no intervalo (t, t_0) ;

α é o coeficiente característico que tem valor variável conforme o caso.

Em outros casos usuais pode-se considerar $\alpha = 0,8$, mantendo $E_c(t_0) \neq E_{c28}$ sempre que significativo.

Essa aproximação tem a vantagem de tratar φ como uma única função, sem separar φ_a , φ_f , e φ_d .

É possível separar φ_a , φ_f , e φ_d , mas para isso é necessário aplicar a expressão integral ao problema em estudo. A expressão simplificada não se aplica nesse caso.

Especial atenção deve ser dada aos casos em que as fundações são deformáveis ou parte da estrutura não apresenta deformação lenta, como o caso de tirantes metálicos.

21.6.8 Deformações na armadura

(NBR6118/2003 – Item A3) Quando a armadura é solicitada em situação análoga à descrita em 21.6.7, sua deformação vale:

$$\varepsilon_s(t) = \frac{\sigma_s(t_0)}{E_s} + \frac{\sigma_s(t_0)}{E_s} \chi(t, t_0) \quad (21.32)$$

onde:

$\sigma_s(t_0) / E_s$ é a deformação imediata, por ocasião do carregamento;

$[\sigma_s(t_0) / E_s] \chi(t, t_0)$ é a deformação por fluência, ocorrida no intervalo de tempo (t, t_0) e considerada sempre que $\sigma_s(t_0) > 0,5 f_{tpk}$.

Quando a livre deformação por fluência é impedida, em situação análoga à descrita em 6.2 para o concreto, a deformação total pode ser calculada por:

$$\varepsilon_s(t) = \frac{\sigma_s(t_0)}{E_s} + \frac{\sigma_s(t_0)}{E_s} \chi(t, t_0) + \frac{\Delta\sigma_s(t, t_0)}{E_s} [1 + \chi(t, t_0)] \quad (21.33)$$

onde:

$\Delta\sigma_s(t, t_0)$ é a variação total de tensão na armadura, no intervalo (t, t_0) .

21.7 Aço

21.7.1 Categoria

Nos projetos de estruturas de concreto armado deve ser utilizado aço classificado de acordo com suas características mecânicas.

As barras e fios de aço, são classificados em categorias, denominadas pelas letras CA (concreto armado) seguidas do limite de escoamento em kgf/mm^2 .

A categoria CA-60 só é utilizada para fios, isto é, produtos trefilados de diâmetro inferior a 10mm.

A categoria CA-50 é encontrada em barras com diâmetro maior que 5mm.

CA - 50		
BITOLA	SEÇÃO	PESO
mm	cm ²	Kg/m
6,3	0,312	0,245
8	0,503	0,395
10	0,785	0,617
12,5	1,227	0,963
16	2,011	1,578
20	3,142	2,466
25	4,909	3,853
32	8,042	6,313

CA - 60		
BITOLA	SEÇÃO	PESO
mm	cm ²	Kg/m
4,2	0,139	0,109
5	0,196	0,154
6	0,283	0,222
7	0,385	0,302
8	0,503	0,395
9,5	0,709	0,558

Tabela 21.6 – Tabelas de bitolas milimétricas padronizadas

21.7.2 Tipo de superfície

(NBR6118/2003 – Item 8.3.2) Os fios e barras podem ser lisos ou providos de saliências ou mossas. Para cada categoria de aço, o coeficiente de conformação superficial mínimo, determinado através de ensaios de acordo com a NBR 7477 deve atender ao indicado na NBR 7480.

Para efeito de obediência à norma supracitada, a conformação superficial é medida pelo coeficiente η_1 , cujo valor está relacionado ao coeficiente de conformação superficial η_b como estabelecido na tabela 21.7.

Tipo de barra	Coeficiente de conformação superficial	
	η_b	η_1
Lisa	1,0	1,0
Dentada	1,2	1,4
Alta aderência	$\geq 1,5$	2,25

Tabela 21.7 – Relação entre η_1 e η_b

21.7.3 Massa específica

Pode-se adotar para massa específica do aço de armadura passiva o valor de 7 850 kg/m³.

21.7.4 Coeficiente de dilatação térmica

O valor 10⁻⁵/°C pode ser considerado para o coeficiente de dilatação térmica do aço, para intervalos de temperatura entre -20°C e 150°C.

21.7.5 Módulo de elasticidade

Na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, o módulo de elasticidade do aço pode ser admitido igual a 210 GPa.

21.7.6 Diagrama tensão-deformação

Os aços de categoria A apresentam um patamar de escoamento perfeitamente definido, sendo o aspecto de seu diagrama tensão-deformação simplificado representado na figura 21.7.

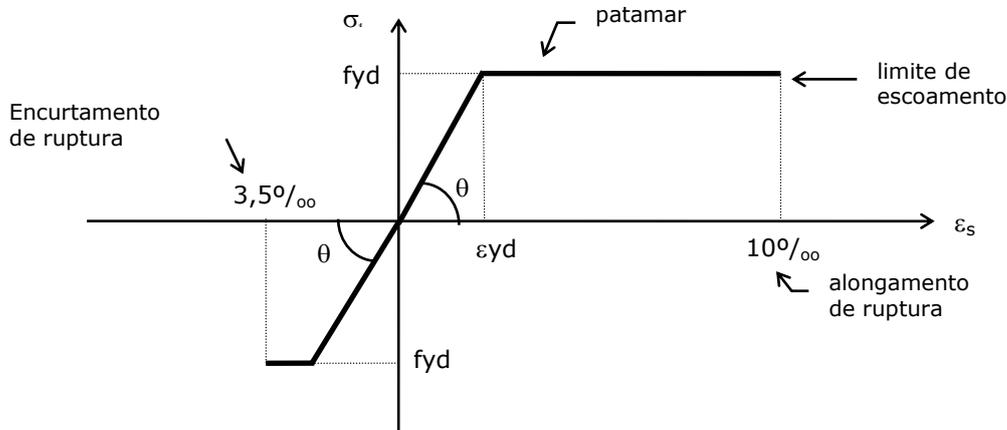


Figura 21.7 – Diagrama tensão-deformação do aço

$$E_s = \operatorname{tg}\theta = \frac{f_{yd}}{\varepsilon_{yd}} \Rightarrow \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (21.34)$$

A limitação a 10‰ do alongamento de ruptura do aço visa apenas evitar uma deformação excessiva da peça próxima à ruptura, já que, pelos resultados de ensaios, poderíamos deixar o mesmo chegar a valores compreendidos entre cerca de 7% (AÇO CA-60) e de 18% (CA-25); quanto à limitação a 3,5‰ do encurtamento de ruptura, a mesma foi feita visando à coerência com a limitação feita para o concreto. Se o concreto e o aço são aderentes, o aço não poderá encurtar mais que o concreto. Na ausência de resultados de ensaio do aço à compressão, a NBR6118/2003 permite que se tome $f_y = f_{yc}$ (iguais limites de escoamento à tração e compressão).

21.8 Aplicações

Exemplo 21.1 – Determinar os módulos de elasticidade inicial e secante, para concretos com resistência característica à compressão de 20 MPa e 25 MPa.

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$\text{módulo de elasticidade inicial } E_{ci} = 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} \rightarrow E_{ci} = 25043,96 \text{ MPa}$$

$$\text{módulo de elasticidade secante } E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \rightarrow E_{cs} = 21287,37 \text{ MPa}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$\text{módulo de elasticidade inicial } E_{ci} = 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} \rightarrow E_{ci} = 28000,00 \text{ MPa}$$

$$\text{módulo de elasticidade secante } E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \rightarrow E_{cs} = 23800,00 \text{ MPa}$$

Exemplo 21.2 – Determinar a resistência à tração f_{ctk_inf} e f_{ctk_sup} , para concretos com resistência característica à compressão de 20 MPa e 25 MPa.

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$\text{resistência à tração média do concreto } f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \rightarrow f_{ctm} = 2,210 \text{ MPa}$$

$$\text{resistência à tração inferior do concreto } f_{ctk_inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} \rightarrow f_{ctk_inf} = 1,547 \text{ MPa}$$

$$\text{resistência à tração superior do concreto } f_{ctk_sup} = 1,3 \cdot f_{ctm} \rightarrow f_{ctk_sup} = 2,874 \text{ MPa}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$\text{resistência à tração média do concreto } f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \rightarrow f_{ctm} = 2,565 \text{ MPa}$$

$$\text{resistência à tração inferior do concreto } f_{ctk_inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} \rightarrow f_{ctk_inf} = 1,796 \text{ MPa}$$

$$\text{resistência à tração superior do concreto } f_{ctk_sup} = 1,3 \cdot f_{ctm} \rightarrow f_{ctk_sup} = 3,335 \text{ MPa}$$

Exemplo 21.3 – Relações entre unidades usuais em concreto armado.

$$1 \text{ KN} = 0,1 \text{ tf} = 100 \text{ Kgf}$$

$$1 \text{ MPa} = 10^3 \text{ KN/m}^2 = 0,1 \text{ KN/cm}^2 = 0,01 \text{ tf/cm}^2 = 10 \text{ Kgf/cm}^2$$

conteúdo 22

estados limites – ações – segurança

22.1 Segurança estrutural

Uma estrutura é considerada segura quando atende, simultaneamente, aos seguintes requisitos :

- a) Mantém durante sua vida útil as características originais de projeto, a um custo razoável de manutenção;
- b) em condições normais de utilização, não apresente aparência que cause inquietação aos usuários ou ao público em geral, nem apresente falsos sinais de alarme que lancem suspeitas sobre a sua segurança;
- c) sob utilização indevida, deve apresentar sinais visíveis – flechas, deformações e fissuras – de eventuais estados de perigo.

Cabe enfatizar aqui a importância de conceitos que não tem merecido o tratamento adequado como vida útil e manutenção estrutural. É urgente encarar a questão da durabilidade, mesmo em obras bem construídas, de um ponto de vista mais científico, principalmente no que concerne à vida útil das edificações, visando estabelecer critérios objetivos e níveis adequados de manutenção. Projetar e construir obras duradouras a custos acessíveis são obrigações do profissional competente. e nesse sentido, é fundamental passar a encarar no Brasil, como já é feito no primeiro mundo, a manutenção como algo tão sério e importante como um bom projeto e uma execução.

22.2 Estados limites de desempenho

Diz-se que a estrutura atinge um Estado Limite de Desempenho, quando ela deixa de cumprir suas finalidades, por razões de segurança, funcional ou estética. De acordo com a etapa do cálculo que se considera são definidos os seguintes estados limites:

22.2.1 Estado Limite Último – a estrutura esgota sua capacidade resistente devido à ruína de um ou mais de seus componentes. A estrutura deixa de servir aos fins para os quais foi prevista, podendo se atingir um estado limite último por um dos fatores :

- perda de estabilidade (incapacidade de absorver reações de apoio ou forças de ligação em vínculos internos);
- ruptura de seções críticas;
- transformação da estrutura em mecanismos (ruptura após plastificação).

Considera-se que uma peça tenha atingido a sua capacidade limite quando na fibra mais comprimida de concreto o encurtamento é igual ao valor último convencional ($\epsilon_c=3,5\%$ ou 2%) ou quando na armadura tracionada a barra de aço mais deformada tem o alongamento igual ao valor último convencional ($\epsilon_s=10\%$).

22.2.2 Estado Limite de Serviço – a estrutura apresenta um desempenho fora dos padrões especificados para sua utilização normal. Não há risco iminente de ruína do sistema, mas comportamentos inadmissíveis para a manutenção da própria estrutura ou para a utilização normal da construção. Um estado limite de serviço pode se caracterizar por:

- flechas excessivas em lajes ou vigas;
- fissuração excessiva;
- danos indesejáveis (corrosão);
- vibração.

Dimensionar uma estrutura significa definir as dimensões das peças e armaduras correspondentes, de modo a garantir uma margem de segurança conveniente aos estados limites últimos e um comportamento adequado aos estados limites de serviço, tendo presentes os fatores condicionantes de economia.

22.3 Ações (NBR6118-2003 – Seção 11)

Na análise estrutural deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura em exame, levando-se em conta os possíveis estados limites últimos e os de serviço.

22.3.1 Simbologia

Os símbolos utilizados, que poderiam gerar dúvidas, encontram-se a seguir definidos:

F - Ações (ver tabelas 22.3 e 22.4)

- γ_{f1} - Parte do coeficiente de ponderação das ações γ_f que considera a variabilidade das ações
- γ_{f2} - Parte do coeficiente de ponderação das ações γ_f que considera a simultaneidade de atuação das ações
- γ_{f3} - Parte do coeficiente de ponderação das ações γ_f que considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações
- γ_q - Coeficiente de ponderação para as ações variáveis diretas
- γ_{qs} - Coeficiente de ponderação para a ação variável estabilizante
- γ_{gn} - Coeficiente de ponderação para as ações permanentes não estabilizantes
- $\gamma_{\epsilon g}$ - Coeficiente de ponderação para as ações indiretas permanentes (retração ou fluência)
- $\gamma_{\epsilon q}$ - Coeficiente de ponderação para as ações indiretas variáveis (temperatura)
- γ_n - Coeficiente de ajuste de γ_f que considera o aumento de probabilidade de ocorrência de desvios relativos significativos na construção (aplicado em paredes e pilares com dimensões abaixo de certos valores)
- θ_1 - Desaprumo de um elemento vertical contínuo
- ψ_{0j} - Fator de redução de combinação para as ações variáveis diretas
- $\psi_{0\epsilon}$ - Fator de redução de combinação para as ações variáveis indiretas
- ψ_0 - Fator de redução de combinação para ELU
- ψ_1 - Fator de redução de combinação freqüente para ELS
- ψ_2 - Fator de redução de combinação quase permanente para ELS

22.3.2 Classificação das ações

As ações a considerar classificam-se em: permanentes, variáveis e excepcionais.

Para cada tipo de construção, as ações a considerar devem respeitar suas peculiaridades e as normas a ela aplicáveis.

22.3.2.1 Ações permanentes

Ações permanentes são as que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção. Também são consideradas como permanentes as ações que crescem no tempo tendendo a um valor limite constante.

As ações permanentes devem ser consideradas com seus valores representativos mais desfavoráveis para a segurança.

22.3.2.2 Ações permanentes diretas

As ações permanentes diretas são constituídas pelo peso próprio da estrutura e pelos pesos dos elementos construtivos fixos e das instalações permanentes.

• Peso próprio

Nas construções correntes admite-se que o peso próprio da estrutura seja avaliado da seguinte forma:

No caso de concretos de massa específica normal que são aqueles que, depois de secos em estufa, têm massa específica (ρ_c) compreendida entre 2 000 kg/m³ e 2 800 kg/m³.

Em não se conhecendo a massa específica real, para efeito de cálculo, pode-se adotar para o concreto simples o valor 2 400 kg/m³ e para o concreto armado 2 500 kg/m³.

Quando se conhecer a massa específica do concreto utilizado, pode-se considerar para valor da massa específica do concreto armado, aquela do concreto simples acrescida de 100 kg/m³ a 150 kg/m³.

Concretos especiais devem ter sua massa específica determinada experimentalmente em cada caso particular (ver NBR 12654) e o efeito da armadura avaliado conforme NBR6118/2003 - Item 8.2.2.

• Peso dos elementos construtivos fixos e de instalações permanentes

As massas específicas dos materiais de construção correntes podem ser avaliadas com base nos valores indicados na NBR 6120.

Os pesos das instalações permanentes são considerados com os valores nominais indicados pelos respectivos fornecedores.

• Empuxos permanentes

Consideram-se como permanentes os empuxos de terra e outros materiais granulosos quando forem admitidos não removíveis.

Como representativos devem ser considerados os valores característicos $F_{k,sup}$ ou $F_{k,inf}$ conforme a NBR 8681.

22.3.2.3 Ações permanentes indiretas

As ações permanentes indiretas são constituídas pelas deformações impostas por: retração e fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas e protensão.

22.3.2.4 Ações variáveis

• Ações variáveis diretas

As ações variáveis diretas são constituídas pelas cargas acidentais previstas para o uso da construção, pela ação do vento e da chuva, devendo-se respeitar as prescrições feitas por normas brasileiras específicas.

• Cargas acidentais previstas para o uso da construção

As cargas acidentais devem ser dispostas nas posições mais desfavoráveis para o elemento estudado, ressalvadas as simplificações permitidas por normas brasileiras específicas e correspondem normalmente a:

- cargas verticais de uso da construção;
- cargas móveis, considerando o impacto vertical;
- impacto lateral;
- força longitudinal de frenagem ou aceleração;
- força centrífuga.

Essas cargas devem ser dispostas nas posições mais desfavoráveis para o elemento estudado, ressalvadas as simplificações permitidas por normas específicas brasileiras.

• Ação do vento

Os esforços devidos à ação do vento devem ser considerados e determinados de acordo com o prescrito pela NBR 6123 permitindo-se o emprego de regras simplificadas previstas em normas brasileiras específicas.

• Ação da água

O nível d'água característico adotado para cálculo de reservatórios, tanques, decantadores e outros pode ser igual ao máximo compatível com o sistema de extravasão, considerando apenas o coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f3} = 1,2$ (ver NBR6118-2003 itens 11.7 e 11.8). Nas estruturas em que a água de chuva possa ficar retida deve ser considerada a presença de uma lâmina de água correspondente ao nível da drenagem efetivamente garantida pela construção.

• Ações variáveis durante a construção

As estruturas em que todas as fases construtivas não tenham sua segurança garantida pela verificação da obra pronta, devem ter, incluídas no projeto, as verificações das fases construtivas mais significativas e sua influência na fase final.

A verificação de cada uma dessas fases deve ser feita considerando a parte da estrutura já executada e as estruturas provisórias auxiliares com os respectivos pesos próprios. Além disso devem ser consideradas as cargas acidentais de execução.

22.3.2.5 Ações variáveis indiretas

• Variações uniformes de temperatura

A variação da temperatura da estrutura, causada globalmente pela variação da temperatura da atmosfera e pela insolação direta, é considerada uniforme. Ela depende do local de implantação da construção e das dimensões dos elementos estruturais que a compõem.

De maneira genérica podem ser adotados os seguintes valores:

- a) para elementos estruturais cuja menor dimensão não seja superior a 50 cm, deve ser considerada uma oscilação de temperatura em torno da média de 10°C a 15°C ;
- b) para elementos estruturais maciços ou ocos com os espaços vazios inteiramente fechados, cuja menor dimensão seja superior a 70 cm, admite-se que essa oscilação seja reduzida respectivamente para 5°C a 10°C;
- c) para elementos estruturais cuja menor dimensão esteja entre 50 cm e 70 cm admite-se que seja feita uma interpolação linear entre os valores acima indicados.

A escolha de um valor entre esses dois limites pode ser feita considerando 50 % da diferença entre as temperaturas médias de verão e inverno, no local da obra.

Em edifícios de vários andares devem ser respeitadas as exigências construtivas prescritas por esta Norma para que sejam minimizados os efeitos das variações de temperatura sobre a estrutura da construção.

• Variações não uniformes de temperatura

Nos elementos estruturais em que a temperatura possa ter distribuição significativamente diferente da uniforme, devem ser considerados os efeitos dessa distribuição. Na falta de dados mais precisos, pode ser admitida uma variação linear entre os valores de temperatura adotados, desde que a variação de temperatura considerada entre uma face e outra da estrutura não seja inferior a 5°C.

• Ações dinâmicas

Quando a estrutura, pelas suas condições de uso, está sujeita a choques ou vibrações, os respectivos efeitos devem ser considerados na determinação das solicitações e a possibilidade de fadiga deve ser considerada no dimensionamento dos elementos estruturais de acordo com a NBR6118-2003 seção 23.

22.3.2.6 Ações excepcionais

No projeto de estruturas sujeitas a situações excepcionais de carregamento, cujos efeitos não possam ser controlados por outros meios, devem ser consideradas ações excepcionais com os valores definidos, em cada caso particular, por normas brasileiras específicas.

22.3.3 Valores das ações

22.3.3.1 Valores característicos

Os valores característicos F_k das ações são estabelecido nesta seção em função da variabilidade de suas intensidades.

• Ações permanentes

Para as ações permanentes que produzam efeitos desfavoráveis na estrutura, o valor característico corresponde ao quantil de 95% da respectiva distribuição normal de probabilidade (valor característico superior, $F_{gk,sup}$).

Para as ações permanentes que produzam efeitos favoráveis na estrutura, o valor característico corresponde ao quantil de 5% da respectiva distribuição normal de probabilidade (valor característico inferior, $F_{gk,inf}$).

Para as ações que tenham baixa variabilidade, diferindo muito pouco entre si os valores característicos superior e inferior, adotam-se como característicos os valores médios das respectivas distribuições de probabilidade.

Esses valores estão definidos nesta seção ou em normas específicas como a NBR 6120.

• Ações variáveis

Os valores característicos das ações variáveis, F_{qk} estabelecidos por consenso e indicados em normas específicas, correspondem a valores que têm de 25% a 35% de probabilidade de serem ultrapassados no sentido desfavorável, durante um período de 50 anos, o que significa que o valor característico F_{qk} é o valor com período médio de retorno de 200 a 140 anos respectivamente.)

Esses valores estão definidos nesta seção ou em normas específicas como a NBR 6120.

22.3.3.2 Valores representativos

As ações são quantificadas por seus valores representativos, que podem ser:

- a) os valores característicos conforme definimos neste conteúdo;
- b) valores convencionais excepcionais, que são os valores arbitrados para as ações excepcionais;
- c) valores reduzidos, em função da combinação de ações, tais como:
 - nas verificações de Estados Limites Últimos, quando a ação considerada se combina com a ação principal. Os valores reduzidos são determinados a partir dos valores característicos pela expressão $\psi_0 F_k$, que considera muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais ações variáveis de naturezas diferentes.
 - nas verificações de estados limites de serviço. Estes valores reduzidos são determinados a partir dos valores característicos pelas expressões $\psi_1 F_k$ e $\psi_2 F_k$, que estimam valores freqüentes e quase permanentes, respectivamente, de uma ação que acompanha a ação principal.

22.3.3.3 Valores de cálculo

Os valores de cálculo F_d das ações são obtidos a partir dos valores representativos, multiplicando-os pelos respectivos coeficientes de ponderação γ_f definiremos a seguir.

22.3.4 Coeficientes de ponderação das ações

As ações devem ser majoradas pelo coeficiente γ_f , cujos valores encontram-se estabelecidos nos itens que se seguem

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3} \quad (22.1)$$

sendo:

$$\gamma_{f2} = \psi_0 \cdot \psi_1 \quad \text{ou} \quad \psi_2 \quad (22.2)$$

onde:

γ_{f1} considera a variabilidade das ações;

γ_{f2} considera a simultaneidade de atuação das ações;

γ_{f3} considera os desvios gerados nas construções, não explicitamente considerados, e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações.

22.3.4.1 Coeficientes de ponderação das ações no estado limite último (ELU)

Os valores base para verificação são os apresentados nas tabelas 22.1 e 22.2, para $\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ e γ_{f2} , respectivamente.

Para as paredes estruturais com espessura inferior a 19 cm e não inferior a 12 cm, e para os pilares com menor dimensão inferior a 19 cm, o coeficiente γ_f deve ser majorado pelo coeficiente de ajustamento γ_n . Esta correção se deve ao aumento da probabilidade de ocorrência de desvios relativos e falhas na construção.

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D ¹⁾	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0
D = desfavorável, F = favorável, G = geral, T = temporária.								
¹⁾ Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.								

Tabela 22.1 – Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$

Ações		γ_{f2}		
		Ψ_0	$\Psi_1^{1)}$	Ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, (nem de elevadas concentrações de pessoas 2)	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, (ou de elevada concentração de pessoas 3)	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	~0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

1) Para os valores de Ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver NBR6118/2003-Seção 23.
 2) Edifícios residenciais.
 3) Edifícios comerciais e de escritórios.

Tabela 22.2 – Valores do Coeficiente γ_{f2}

Os valores das tabelas 22.1 e 22.2 podem ser modificados em casos especiais aqui não contemplados, de acordo com a NBR 8681.

O valor do coeficiente de ponderação, de cargas permanentes de mesma origem, num dado carregamento, deve ser o mesmo ao longo de toda estrutura. A única exceção é o caso da verificação da estabilidade como corpo rígido.

22.3.4.2 Coeficientes de ponderação das ações no estado limite de serviço (ELS)

Em geral, o coeficiente de ponderação das ações para estados limites de serviço é dado pela expressão:

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \tag{22.3}$$

onde γ_{f2} tem valor variável conforme a verificação que se deseja fazer (tabela 13):

- $\gamma_{f2} = 1$ para combinações raras;
- $\gamma_{f2} = \Psi_1$ para combinações freqüentes;
- $\gamma_{f2} = \Psi_2$ para combinações quase permanentes.

22.3.5 Combinações de ações

Um carregamento é definido pela combinação das ações que têm probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período pré-estabelecido.

A combinação das ações deve ser feita de forma que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura e a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos e aos estados limites de serviço deve ser realizada em função de combinações últimas e combinações de serviço, respectivamente.

22.3.6 Combinações últimas

Uma combinação última pode ser classificada em normal, especial ou de construção e excepcional.

22.3.6.1 Combinações últimas normais

Em cada combinação devem figurar: as ações permanentes e a ação variável principal, com seus valores característicos e as demais ações variáveis, consideradas como secundárias, com seus valores reduzidos de combinação, conforme NBR 8681.

22.3.6.2 Combinações últimas especiais ou de construção

Em cada combinação devem figurar: as ações permanentes e a ação variável especial, quando existir, com seus valores característicos e as demais ações variáveis com probabilidade não desprezível de ocorrência simultânea, com seus valores reduzidos de combinação, conforme NBR 8681.

22.3.6.3 Combinações últimas excepcionais

Em cada combinação devem figurar: as ações permanentes e a ação variável excepcional, quando existir, com seus valores representativos e as demais ações variáveis com probabilidade não desprezível de ocorrência simultânea, com seus valores reduzidos de combinação, conforme NBR 8681.

22.3.6.4 Combinações últimas usuais

Para facilitar a visualização, essas combinações estão dispostas na tabela 22.3 .

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado ¹	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{oj} F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{o\varepsilon} F_{qk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores $P_{k\text{máx}}$ e $P_{k\text{min}}$ para a força desfavorável e favorável respectivamente, conforme definido na seção 9.
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_{s,\text{min}}$, onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \psi_{oj} Q_{jk}$
Especiais ou de construção	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{oj} F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{o\varepsilon} F_{\varepsilon qk}$	
Excepcionais	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + F_{q1\text{exc}} + \gamma_q \sum \psi_{oj} F_{qjk} + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{o\varepsilon} F_{\varepsilon qk}$	
<p>F_d é o valor de cálculo das ações para combinação última F_{gk} representa as ações permanentes diretas $F_{\varepsilon k}$ representa as ações indiretas permanentes como a retração $F_{\varepsilon gk}$ e variáveis como a temperatura $F_{\varepsilon qk}$ F_{qk} representa as ações variáveis diretas das quais F_{q1k} é escolhida principal $\gamma_g, \gamma_{\varepsilon g}, \gamma_q, \gamma_{\varepsilon q}$ - ver tabela 22.1 $\psi_{oj}, \psi_{o\varepsilon}$ - ver tabela 22.2 F_{sd} representa as ações estabilizantes F_{nd} representa as ações não estabilizantes G_{sk} é o valor característico da ação permanente estabilizante R_d é o esforço resistente considerado como estabilizante, quando houver G_{nk} é o valor característico da ação permanente instabilizante $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum_{j=2}^m \psi_{oj} Q_{jk}$ Q_{nk} é o valor característico das ações variáveis instabilizantes Q_{1k} é o valor característico da ação variável instabilizante considerada como principal $\psi_{oj} Q_{jq}$ são as demais ações variáveis instabilizantes, consideradas com seu valor reduzido. $Q_{s,\text{min}}$ é o valor característico mínimo da ação variável estabilizante que acompanha obrigatoriamente uma ação variável instabilizante</p>		
<p>¹⁾ No caso geral, devem ser consideradas inclusive combinações onde o efeito favorável das cargas permanentes seja reduzido pela consideração de $\gamma_g = 1,0$. No caso de estruturas usuais de edifícios essas combinações que consideram γ_g reduzido (1,0) não precisam ser consideradas.</p>		

Tabela 22.3 – Combinações últimas

22.3.7 Combinações de serviço

• Classificação

São classificadas de acordo com sua permanência na estrutura e devem ser verificadas como estabelecido a seguir:

- a) quase-permanentes:** podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de deformações excessivas.

b) freqüentes: se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação dos estados limites de formação de fissuras, de abertura de fissuras e de vibrações excessivas. Podem também ser consideradas para verificações de estados limites de deformações excessivas decorrentes de vento ou temperatura que podem comprometer as vedações.

c) raras: ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do Estado Limite de Formação de Fissuras.

● **Combinações de serviço usuais**

Para facilitar a visualização, essas combinações estão dispostas na tabela 22.4.

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase-permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase-permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase-permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d, ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações freqüentes de serviço (CF)	Nas combinações freqüentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor freqüente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase-permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \sum \psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores freqüentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \psi_{1j} F_{qjk}$
$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas ψ_1 é o fator de redução de combinação freqüente para ELS ψ_2 é o fator de redução de combinação quase-permanente para ELS		

Tabela 22.4 – Combinações de serviço

22.4 Resistências (NBR6118/2003 – Seção 12)

22.4.1 Simbologia

Os símbolos utilizados, que poderiam gerar dúvidas, encontram-se a seguir definidos:

- f - Resistência
- γ_{m1} - Parte do coeficiente de ponderação das resistências γ_m que considera a variabilidade da resistência dos materiais envolvidos
- γ_{m2} - Parte do coeficiente de ponderação das resistências γ_m que considera a diferença entre a resistência do material no corpo-de-prova e na estrutura

γ_{m3} - Parte do coeficiente de ponderação das resistências γ_m que considera os desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das resistências

22.4.2 Valores característicos

Os valores característicos f_k das resistências são os que, num lote de material, têm uma determinada probabilidade de serem ultrapassados, no sentido desfavorável para a segurança.

Usualmente é de interesse a resistência característica inferior $f_{k,inf}$, cujo valor é menor que a resistência média f_m , embora por vezes haja interesse na resistência característica superior $f_{k,sup}$, cujo valor é maior que f_m .

Para os efeitos desta Norma, a resistência característica inferior é admitida como sendo o valor que tem apenas 5% de probabilidade de não ser atingido pelos elementos de um dado lote de material.

22.4.3 Valores de cálculo

22.4.3.1 Resistência de cálculo

A resistência de cálculo f_d é dada pela expressão:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m} \quad (22.4)$$

22.4.3.2 Tensões resistentes de cálculo

As tensões resistentes de cálculo σ_{Rd} ou τ_{Rd} são estabelecidas para a determinação das solicitações resistentes de cálculo que não dependam diretamente das resistências medidas convencionalmente em ensaios de corpos-de-prova padronizados dos materiais empregados. Os valores de σ_{Rd} e τ_{Rd} são estabelecidos, em cada caso particular, a partir das teorias de resistência dos elementos estruturais considerados.

22.4.3.3 Resistência de cálculo do concreto

No caso específico da resistência de cálculo do concreto (f_{cd}), alguns detalhes adicionais são necessários, conforme a seguir descrito:

a) quando a verificação se faz em data j igual ou superior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (22.5)$$

Nesse caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feito aos 28 dias, de forma a confirmar o valor de f_{ck} adotado no projeto;

b) quando a verificação se faz em data j inferior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ckj}}{\gamma_c} \cong \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (22.6)$$

sendo β_1 a relação f_{ckj}/f_{ck} dada por:

$$\beta_1 = \exp \{ s [1 - (28/t)^{1/2}] \} \quad (22.7)$$

onde:

$s = 0,38$ para concreto de cimento CPIII e IV;

$s = 0,25$ para concreto de cimento CPI e II;

$s = 0,20$ para concreto de cimento CPV-ARI.

t é a idade efetiva do concreto, em dias.

Essa verificação deve ser feita aos t dias, para as cargas aplicadas até essa data.

Ainda deve ser feita a verificação para a totalidade das cargas aplicadas aos 28 dias.

Nesse caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feito em duas datas: aos t dias e aos 28 dias, de forma a confirmar os valores de f_{ckj} e f_{ck} adotados no projeto.

22.4.4 Coeficientes de ponderação das resistências

As resistências devem ser minoradas pelo coeficiente:

$$\gamma_m = \gamma_{m1} \cdot \gamma_{m2} \cdot \gamma_{m3} \quad (22.8)$$

onde:

γ_{m1} considera a variabilidade da resistência dos materiais envolvidos;

γ_{m2} considera a diferença entre a resistência do material no corpo-de-prova e na estrutura;

γ_{m3} considera os desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das resistências.

22.4.4.1 Coeficientes de ponderação das resistências no estado limite último (ELU)

Os valores para verificação no estado limite último estão indicados na tabela 22.5.

Combinações	Concreto γ_c	Aço γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Tabela 22.5 – Valores dos Coeficientes γ_c e γ_s

Para a execução de elementos estruturais nos quais estejam previstas condições desfavoráveis (por exemplo, más condições de transporte, ou adensamento manual, ou concretagem deficiente por concentração de armadura), o coeficiente γ_c deve ser multiplicado por 1,1.

Para elementos estruturais pré-moldados e pré-fabricados deve ser consultada a NBR 9062.

Admite-se, nas obras de pequena importância, o emprego de aço CA-25 sem a realização do controle de qualidade estabelecido na NBR 7480, desde que o coeficiente de segurança para o aço seja multiplicado por 1,1.

22.4.4.2 Coeficientes de ponderação das resistências no estado limite de serviço (ELS)

Os limites estabelecidos para os estados limites de serviço, não necessitam de minoração, portanto, $\gamma_m = 1,0$.

22.5 Verificação da segurança

Na verificação da segurança das estruturas de concreto devem ser atendidas as condições construtivas e as condições analíticas de segurança.

22.5.1 Condições construtivas de segurança

Devem ser atendidas as exigências estabelecidas:

- nos critérios de detalhamento constantes das seções 18 e 20 desta Norma;
- nas normas de controle dos materiais, especialmente a NBR 12655;
- no controle de execução da obra, conforme o Anexo C e normas brasileiras específicas.

22.5.2 Condições analíticas de segurança

As condições analíticas de segurança estabelecem que as resistências não devem ser menores que as solicitações e devem ser verificadas em relação a todos os estados limites e todos os carregamentos especificados para o tipo de construção considerada, ou seja, em qualquer caso deve ser respeitada a condição:

$$R_d \geq S_d \quad (22.9)$$

Para a verificação do estado limite último de perda de equilíbrio como corpo rígido, R_d e S_d devem assumir os valores de cálculo das ações estabilizantes e desestabilizantes respectivamente.

22.5.3 Esforços resistentes de cálculo

Os valores de cálculo dos esforços resistentes são determinados a partir dos valores de cálculo das resistências dos materiais adotados no projeto, ou das tensões resistentes de cálculo.

22.5.4 Esforços solicitantes de cálculo

As solicitações de cálculo são calculadas, para a combinação de ações considerada, de acordo com a análise estrutural.

22.6 – Aplicações

Exemplo 22.1 – Determine os coeficientes de ponderação das ações permanentes e acidentais de uma viga de edifícios de escritórios. Considerar:

ELU;

combinações de ações normais,
carregamento permanente desfavorável.

Carregamento permanente

Tabela 22.1 → $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} = 1,4$

Carregamento acidental

Tabela 22.2 → $\psi_0 = 0,7$ e $\psi_1 = 0,6$

$\gamma_{f2} = \psi_0 \cdot \psi_1 = 0,42$ ou $\gamma_{f2} = \psi_2 = 0,4$

Exemplo 22.2 – Para a viga do exemplo 22.1, calcular a combinação de ações total para o ELS. Considerar:

Combinação quase-permanente,

p = combinação de ações total,

g = carregamento permanente,

q = carregamento acidental.

Tabela 22.4 → $p = g + \psi_2 \cdot q$

Tabela 22.2 → $\psi_2 = 0,4$

Portanto: $p = g + 0,4 \cdot q$

Exemplo 22.3 – Complete as tabelas abaixo, considerando:

módulo de deformação do aço $E_s = 210000$ MPa;

combinações normais, no ELU tabela 22.5 → $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$;

verificação do concreto feita em data superior a 28 dias.

CONCRETO (fck)	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$
20 MPa	14,29 MPa
25 MPa	21,74 MPa

AÇO (classe A)	f_{yk}	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$	$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$
CA-50	<i>500 MPa</i>	<i>434,78 MPa</i>	<i>2,07 ‰</i>
CA-60	<i>600 MPa</i>	<i>521,74 MPa</i>	<i>2,48 ‰</i>

conteúdo 23

Ensaaios de Stuttgart

23.1 Ensaaios

Para o estudo do funcionamento das vigas de concreto armado, a literatura tradicionalmente, utiliza os resultados dos "ensaaios de Stuttgart", realizados por Leonhardt e Walther.

O ensaio consiste no carregamento gradativo de uma viga retangular biapoiada (convenientemente dimensionada pela teoria clássica de Morsch), com duas cargas concentradas simétricas conforme o esquema apresentado na figura 23.1. As cargas sendo aumentadas até que venham a atingir o valor que leve a viga à ruptura, tendo ainda a vantagem de permitir, numa mesma peça, a observação da flexão pura (sem cisalhamento) no trecho BC e da flexão simples (com cisalhamento) nos trechos AB e CD.

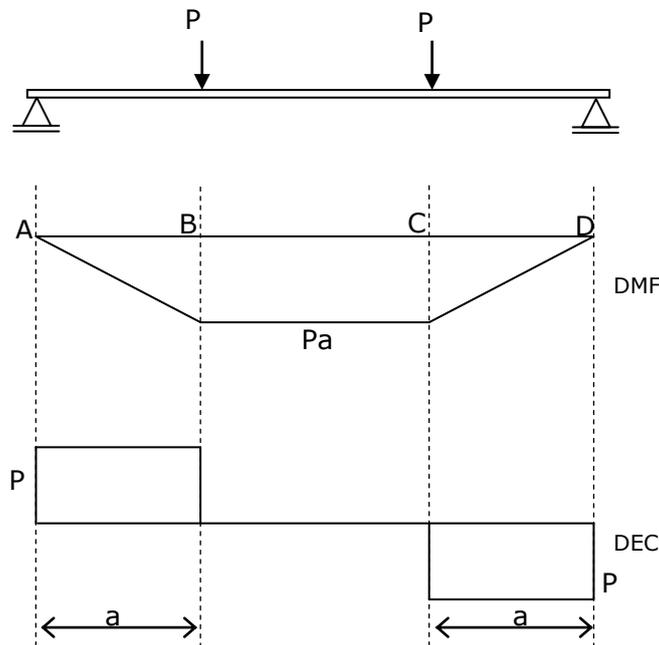


Figura 23.1 - Viga biapoiada para ensaios

Numa primeira fase, a viga não apresenta fissuras, pois o concreto da fibra inferior não atingiu à tensão de ruptura à tração. Os pontos da peça não fissurada estão sob estados planos de tensões, normais e tangenciais, cujas trajetórias de tensões principais de tração e de compressão estão esquematizadas na figura 23.2.

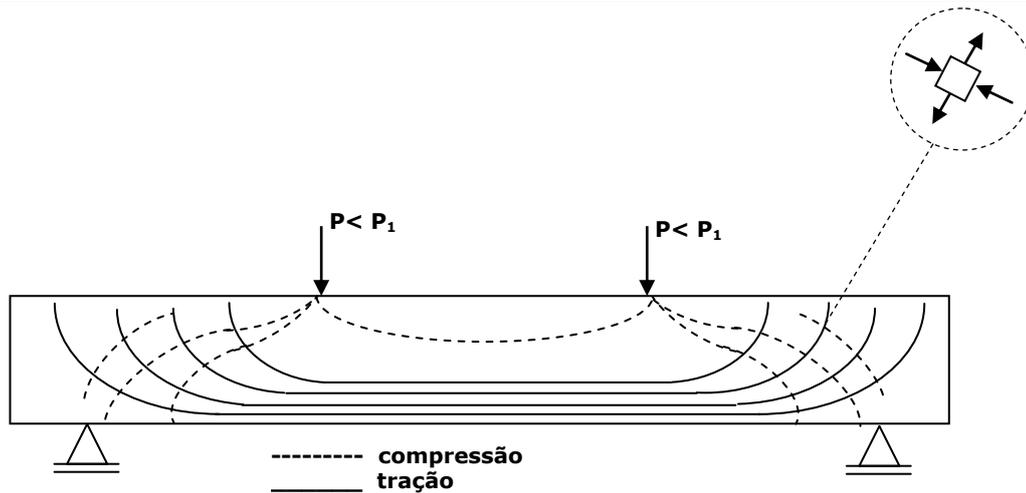


Figura 23.2 – Trajetória das tensões principais

Com o aumento da carga, a tensão de ruptura à tração é atingida no trecho central e começam a aparecer fissuras verticais que se estendem até pouco abaixo da linha neutra. Nesta fase os esforços de tração são absorvidos pela armadura. No início desta fase, nos trechos extremos o concreto da fibra inferior ainda não atingiu a tensão de ruptura, mas o aumento progressivo da carga até ao colapso, forçará toda a viga a trabalhar fissurada, com exceção de regiões muito pequenas, próximas aos apoios. Neste trecho, em presença das tensões cisalhantes, as fissuras são inclinadas (figura 23.3).

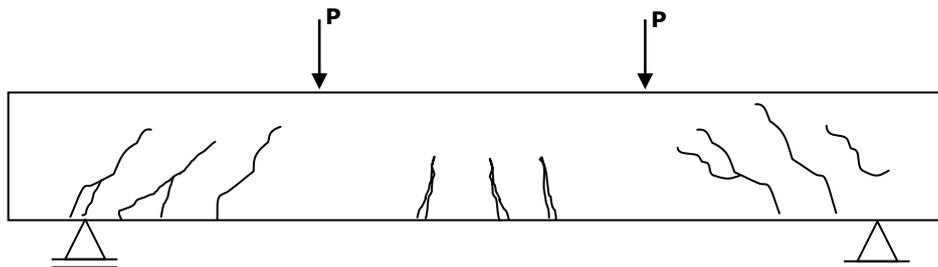


Figura 23.3 – Aparecimento das primeiras fissuras

O panorama de fissuração da peça ao atingir o estado limite último pode ser muito diferente daquele que poderia se prever da análise das trajetórias de tensões elásticas, pois depende do arranjo para a distribuição das armaduras (figura 23.4).

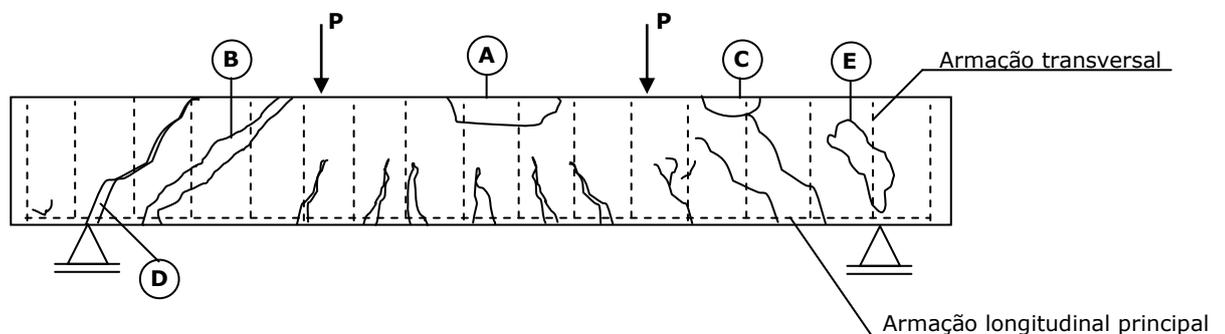


Figura 23.4 – Tipos possíveis de ruptura numa viga

Em princípio existiriam duas possibilidades para o arranjo das armaduras.

Uma primeira, teoricamente possível, é baseada na idéia da substituição local de material, onde barras de armadura seriam distribuídas por todo volume da peça estrutural, de modo que ao se abrir uma fissura já existiria uma armadura capaz de absorver a tração liberada do concreto. Neste caso, a distribuição dos esforços internos seguiria o mesmo padrão de antes da fissuração. Porém, nada garante que este arranjo seja o mais eficiente para a segurança em relação aos estados limites e nem o mais econômico.

A segunda, se baseia no fato de que uma parte das barras de aço é melhor aproveitada quando empregada de forma concentrada, em posições preferenciais da estrutura. Este é o princípio dos arranjos de armadura padronizadas, estabelecidas de acordo com modelos nos estados limites últimos das peças estruturais. Estes modelos devem sempre garantir a estabilidade, global e local, da peça. Para o trecho central da viga, onde as seções transversais estão solicitadas à flexão pura, o modelo típico consiste de seções resistentes formadas por um banzo comprimido de concreto e um banzo tracionado correspondente à armadura longitudinal disposta junto à face inferior. Para os trechos extremos, sob flexão não uniforme, o modelo idealizado é o de uma treliça, que considera a interação entre o momento fletor e a força cortante. A treliça tem banzos longitudinais, comprimido e tracionado, como no trecho central, ligada diagonais comprimidas e tirantes. As diagonais comprimidas, ditas bielas, representam o concreto entre as fissuras. Os tirantes, verticais ou inclinados, representam a armadura transversal da viga, completando o esquema estático da treliça e costurando as fissuras (figura 23.5).

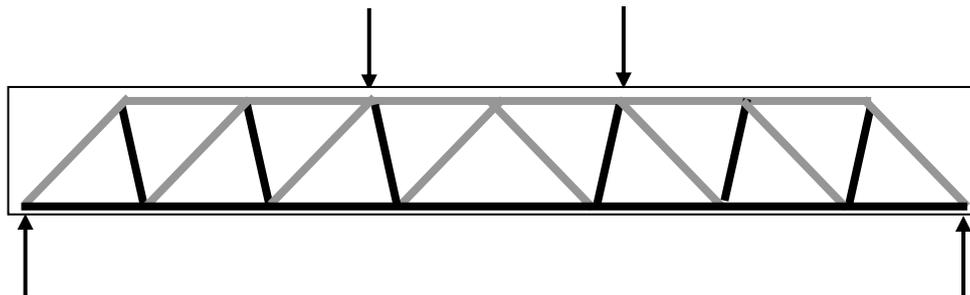


Figura 23.5 – Modelo de treliça para dimensionamento da viga no ELU

23.2 Modelos de ruptura

Os vários tipos de ruptura possíveis de ocorrerem numa viga de concreto como aquela ensaiada, submetida à flexão simples (figura 23.1) são os esquematizados na figura 23.4 e descritos a seguir.

A) Ruptura por flexão

1º caso:

- Concreto dimensionado por excesso (*vigas subarmadas*).
- O processo de ruptura se inicia pelo aço, ao ultrapassar seu limite de escoamento.
- Grande acréscimo de deformação na fibra tracionada.
- Diminuição da área comprimida, até que a mesma entra em processo de ruptura por excesso de compressão.

2º.caso:

- Armadura dimensionada com excesso (*vigas superarmadas*).
- A ruptura se dará, diretamente, pelo esmagamento das fibras comprimidas de concreto.
- O colapso da peça se dará antes que o aço das fibras tracionadas haja entrado em escoamento.
- Não será antecedida de grandes deformações, sendo chamada "**Ruptura sem aviso prévio**".

B) Ruptura de cisalhamento, por tração

- É o tipo mais comum de ruptura por cisalhamento, resultante da deficiência na armadura transversal destinada a absorver as trações que surgem por influência dos esforços cortantes.
- A peça tende a se dividir em duas partes, ficando caracterizada uma linha borda a borda.

C) Ruptura por compressão da mesa devido ao esforço cortante

- A deficiência de armação transversal de tração, além da ruptura típica de tração (armadura de cisalhamento insuficiente) pode ocorrer uma ruptura por compressão na mesa superior.
- Ruptura esta explicável pelo fato de que sendo baixa a armação de cisalhamento o aço atinge logo o limite de escoamento. O que acarreta intensa fissuração do concreto (fissuras inclinadas) ao longo de seu comprimento, penetrando as fissuras na região da mesa comprimida pela flexão que assim debilitada, pode entrar em processo de ruptura por esmagamento do concreto, apesar de a seção a que pertence estar submetida a momento fletor inferior àquele que atua no meio do vão da viga.

D) Ruptura por ancoragem deficiente da armação principal (longitudinal) sobre o apoio

- Armação principal de tração da viga está solicitada sobre o apoio (onde teoricamente se pensaria em solicitação nula), de modo que precisa ser convenientemente ancorada, sob pena de ocorrência de um tipo de ruptura em que a peça entra bruscamente em colapso devido a um deslizamento da armadura longitudinal, usualmente se propagando e provocando também uma ruptura ao longo da altura da viga.

E) Ruptura de cisalhamento, por esmagamento da biela comprimida

- Larguras b_w muito reduzidas, face às solicitações atuantes, as tensões principais de compressão poderão atingir valores excessivamente elevados, incompatíveis com a capacidade de resistência do concreto por compressão, quando solicitado simultaneamente por tração perpendicular (estado duplo). Teremos, então, uma ruptura por esmagamento de concreto (como se houvesse um pilar inclinado no interior da viga).

conteúdo 24

Durabilidade

24.1 Diretrizes para durabilidade das estruturas de concreto (NBR6118/2003 – Seção 6)

24.1.1 Exigências de durabilidade

As estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizado em projeto conservem suas segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o período correspondente à sua vida útil.

24.1.2 Vida útil

Por vida útil de projeto, entende-se o período de tempo durante o qual se mantêm as características das estruturas de concreto sem exigir, em relação às prescrições de manutenção previstas, medidas extras de manutenção e reparo, isto é, é após esse período que começa a efetiva deterioração da estrutura, com o aparecimento de sinais visíveis como: produtos de corrosão da armadura, desagregação do concreto, fissuras, etc.

A norma supracitada, pressupõe uma vida útil de no mínimo 50 anos.

O conceito de vida útil aplica-se à estrutura como um todo ou às suas partes. Dessa forma, determinadas partes das estruturas podem merecer consideração especial com valor de vida útil diferente do todo.

24.1.3 Agressividade do ambiente

A agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas de concreto.

Nos projetos das estruturas correntes, a agressividade ambiental pode ser classificada de acordo com o apresentado na tabela 24.1.

Classe de agressividade ambiental (CAA)	Agressividade	Classificação do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	fraca	Rural	insignificante
		Submersa	
II	moderada	Urbana ^{1), 2)}	pequeno
III	forte	Marinha ¹⁾	grande
		Industrial ^{1), 2)}	
IV	muito forte	Industrial ^{1), 3)}	elevado
		Respingos de maré	

- 1) Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).
- 2) Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.
- 3) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Tabela 24.1 – Classes de agressividade

O responsável pelo projeto estrutural, de posse de dados relativos ao ambiente em que será construída a estrutura, pode considerar classificação mais agressiva que a estabelecida na tabela 24.1.

24.2 Critérios de projeto que visam a durabilidade (NBR6118/2003 – Seção 7)

24.2.1 Simbologia específica desta seção

De forma a simplificar a compreensão e portanto a aplicação dos conceitos estabelecidos nesta seção, os símbolos mais utilizados, ou que poderiam gerar dúvidas, encontram-se a seguir definidos.

Dessa forma, os símbolos subscritos têm o mesmo significado apresentado em

C_{\min} - Cobrimento mínimo

C_{nom} - Cobrimento nominal (cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução)

UR - Umidade relativa do ar

ΔC - Tolerância de execução para o cobrimento

24.2.2 Drenagem

Deve ser evitada a presença ou acumulação de água proveniente de chuva ou decorrente de água de limpeza e lavagem, sobre as superfícies das estruturas de concreto.

As superfícies expostas que necessitam ser horizontais, tais como: coberturas, pátios, garagens, estacionamentos, e outras, devem ser convenientemente drenadas, com disposição de ralos e condutores.

Todas as juntas de movimento ou de dilatação, em superfícies sujeitas à ação de água, devem ser convenientemente seladas, de forma a torná-las estanques à passagem (percolação) de água.

Todos os topos de platibandas e paredes devem ser protegidos por chapins. Todos os beirais devem ter pingadeiras e os encontros a diferentes níveis devem ser protegidos por rufos.

24.2.3 Formas arquitetônicas e estruturais

Disposições arquitetônicas ou construtivas que possam reduzir a durabilidade da estrutura devem ser evitadas.

Deve ser previsto em projeto o acesso para inspeção e manutenção de partes da estrutura com vida útil inferior ao todo, tais como aparelhos de apoio, caixões, insertos, impermeabilizações e outros.

24.2.4 Qualidade do concreto e cobrimento

Atendidas as demais condições estabelecidas nesta seção, a durabilidade das estruturas é altamente dependente das características do concreto e da espessura e qualidade do concreto do cobrimento da armadura.

Ensaio comprobatório de desempenho da durabilidade da estrutura frente ao tipo e nível de agressividade previsto em projeto devem estabelecer os parâmetros mínimos a serem atendidos. Na falta destes e devido à existência de uma forte correspondência entre a relação água/cimento ou água/aglomerante, a resistência à compressão do concreto e sua durabilidade, permite-se adotar os requisitos mínimos expressos na tabela 24.2.

Concreto	Tipo	Classe de agressividade (tabela 24.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/aglomerante em massa	CA	$\leq 0,65$	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
	CP	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,50$	$\leq 0,45$
Classe de concreto (NBR 8953)	CA	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$
	CP	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C35$	$\geq C40$
NOTAS: CA Componentes e elementos estruturais de concreto armado CP Componentes e elementos estruturais de concreto protendido					

Tabela 24.2 – Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto

Os requisitos das tabelas 24.2 e 24.3 são válidos para concretos executados com aglomerantes hidráulicos que atendam às especificações das normas brasileiras em cada caso, de acordo com a NBR 12655.

Não é permitido o uso de aditivos contendo cloreto na sua composição em estruturas de concreto armado ou protendido.

A proteção das armaduras ativas externas deve ser garantida pela bainha, completada por graute, calda de cimento Portland sem adições, ou graxa especialmente formulada para esse fim.

Atenção especial deve ser dedicada à proteção contra a corrosão das ancoragens das armaduras ativas.

24.2.5 Cobrimento

Para atender aos requisitos estabelecidos na norma supracitada, o cobrimento mínimo da armadura é o menor valor que deve ser respeitado ao longo de todo o elemento considerado e que se constitui num critério de aceitação.

Para garantir o cobrimento mínimo (c_{min}) o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δc). Assim as dimensões das armaduras e os espaçadores devem respeitar os cobrimentos nominais, estabelecidos na tabela 24.3 para $\Delta c = 10$ mm.

Nas obras correntes o valor de Δc deve ser maior ou igual a 10 mm.

Quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução pode ser adotado o valor $\Delta c = 5$ mm, mas a exigência de controle rigoroso deve ser explicitada nos desenhos de projeto.

Os cobrimentos nominais e mínimos estão sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral à face externa do estribo. O cobrimento nominal de uma determinada barra deve sempre ser:

$$c_{nom} \geq \phi \text{ barra} \quad (24.1)$$

$$c_{nom} \geq \phi \text{ feixe} = \phi_n = \phi \sqrt{n} \quad (24.2)$$

$$c_{nom} \geq 0,5 \phi \text{ bainha} \quad (24.3)$$

A dimensão máxima característica do agregado graúdo, utilizado no concreto não pode superar em 20% a espessura nominal do cobrimento, ou seja:

$$d_{max} \leq 1,2 c_{nom} \quad (24.4)$$

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (tabela 1)			
		I	II	III	IV ³⁾
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje ²⁾	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto protendido ¹⁾	Todos	30	35	45	55

¹⁾ Cobrimento nominal da armadura passiva que envolve a bainha ou os fios, cabos e cordoalhas, sempre superior ao especificado para o elemento de concreto armado, devido aos riscos de corrosão fragilizante sob tensão.

²⁾ Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos, e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas pelos valores c_{nom} , respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

³⁾ Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos a armadura deve ter cobrimento nominal de 45mm.

Tabela 24.3 – Correspondência entre classe de agressividade e cobrimento nominal para $\Delta c = 10$ mm

conteúdo 25

flexão pura – fundamentos

25.1 Esquemática de uma Viga – Seção Retangular

25.1.1 Nomenclatura

A solicitação normal característica das vigas é a flexão pura ($M \neq 0$ e $N = 0$). A flexão subentende a existência de uma zona comprimida e outra tracionada, ao longo da viga.

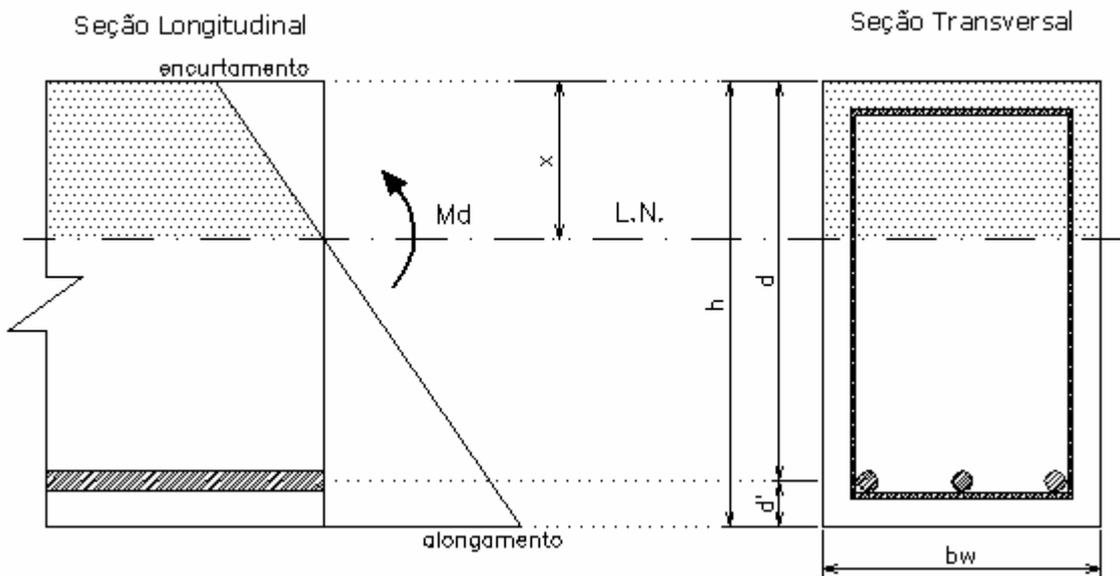


Figura 25.1 – Configuração da seção de uma viga retangular submetida à flexão pura

Sendo:

h = altura total da seção

d' = distância do c.g. da armadura à borda tracionada da seção

d = altura útil = $h - d'$

b_w = base da seção

x = distância da L.N. à borda da região mais comprimida da seção

25.1.2 Linha Neutra (L.N.)

Na linha neutra (L.N.), não há esforço, nem de tração, nem de compressão. Para materiais homogêneos (aço, madeira, concreto (não concreto armado)), a LN passa no centro de gravidade (CG) da seção transversal. Na verdade, a Linha Neutra não é uma linha e sim um "plano neutro", pois está presente ao longo da viga e ao longo de toda a seção transversal.

25.2 Posição Relativa da Linha Neutra (Kx)

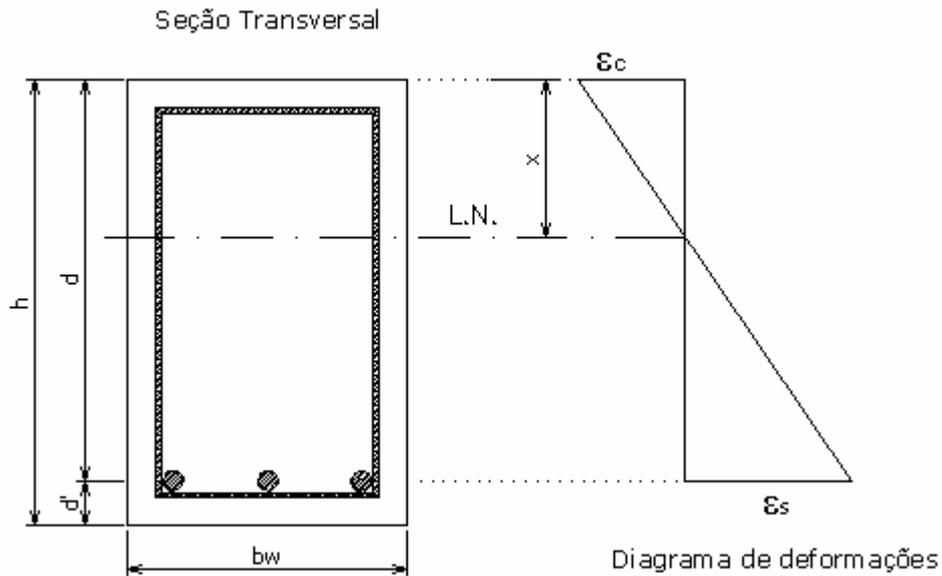


Figura 25.2 – Diagrama de deformações de uma viga submetida a flexão pura

ε_c = deformação no concreto

ε_s = deformação no aço

Da comparação dos triângulos no diagrama de deformações, temos que:

$$\frac{x}{\varepsilon_c} = \frac{d}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \Rightarrow \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad \text{chamando} \quad Kx = \frac{x}{d} \quad (25.1)$$

vem que:

$$Kx = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad (25.2)$$

25.3 Hipóteses básicas de dimensionamento

Para o dimensionamento de uma seção qualquer de peça fletida (flexão pura), serão hipóteses básicas as seguintes:

a) até a ruptura, as seções transversais permanecem planas, sendo, então, o diagrama de deformações específicas ε a linha reta indicada na figura 25.3;

b) o encurtamento de ruptura do concreto, nas seções fletidas, é de $3,5\%$, sendo, no entanto, atingido o valor de cálculo da tensão limite de compressão, igual a $0,85.f_{cd}$ (devido ao efeito Rüschi), para deformações a partir de 2% . Abaixo deste valor, as tensões de compressão no concreto caem até zero (na linha neutra) segundo uma lei de variação parabólica;

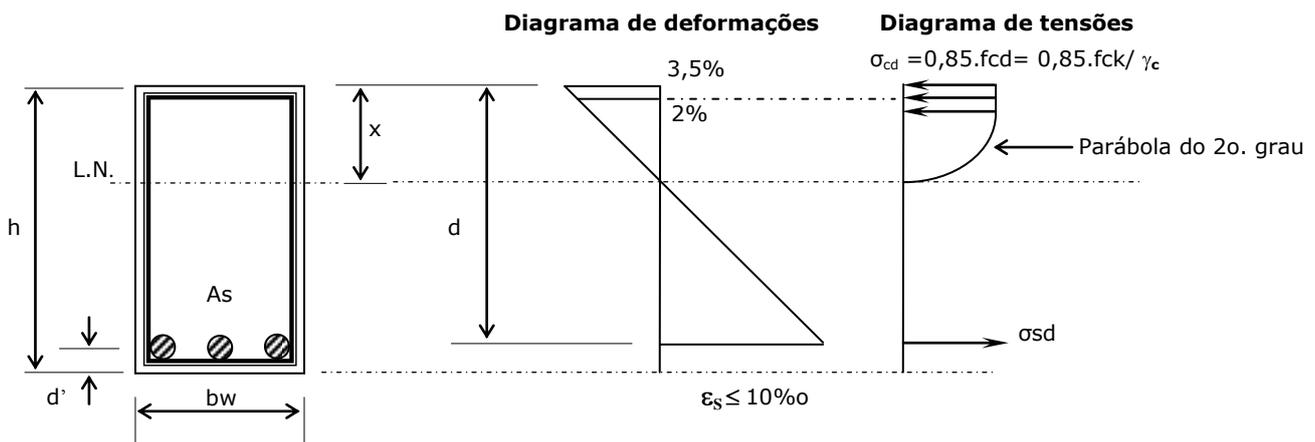


Figura 25.3 – Distribuição das tensões de compressão no concreto

c) apesar de os alongamentos de ruptura dos aços empregados nas armaduras de tração atingirem valores que vão desde 18% até 5% , o alongamento máximo permitido no cálculo para armadura de tração será de 10% , visando a prevenir deformações (plásticas) excessivas para a peça fletida;

d) é totalmente desprezada, a favor da segurança, a pequena resistência do concreto à tração.

conteúdo 26

flexão pura – domínios de deformação

26.1 Domínios de deformação

O estado limite último de ruptura ou deformação plástica excessiva é caracterizado convencionalmente na situação de cálculo pelas deformações específicas de cálculo ε_{cd} e ε_{sd} , respectivamente, do concreto e da armadura tracionada.

Observe-se que para ser alcançado o estado limite último, necessariamente deverá ser satisfeita uma das condições:

- Aço e concreto na ruptura $\rightarrow Kx = 0,259$

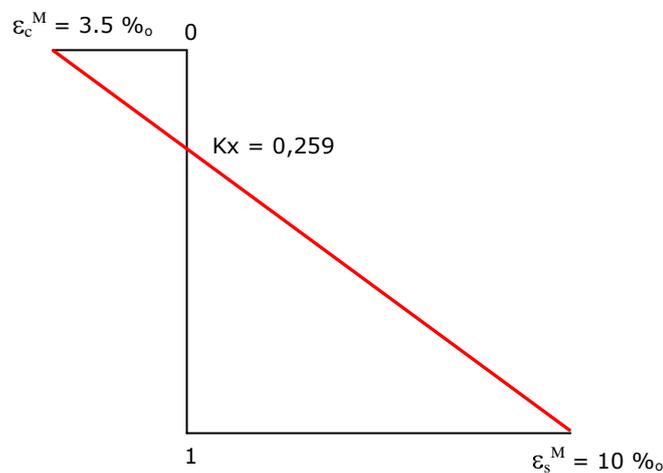


Figura 26.1 – Aço e concreto na ruptura

$$Kx = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} = \frac{3,5}{3,5 + 10} \Rightarrow Kx = 0.259 \quad (26.1)$$

• Aço na ruptura $\rightarrow Kx < 0,259$

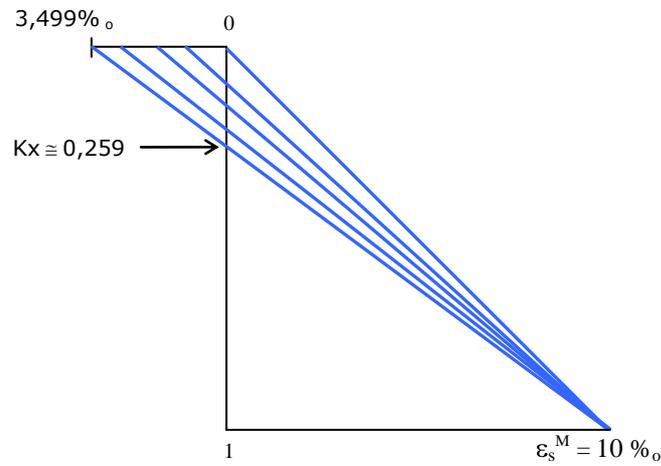


Figura 26.2 – Aço na ruptura

• Concreto na Ruptura $\rightarrow Kx > 0,259$

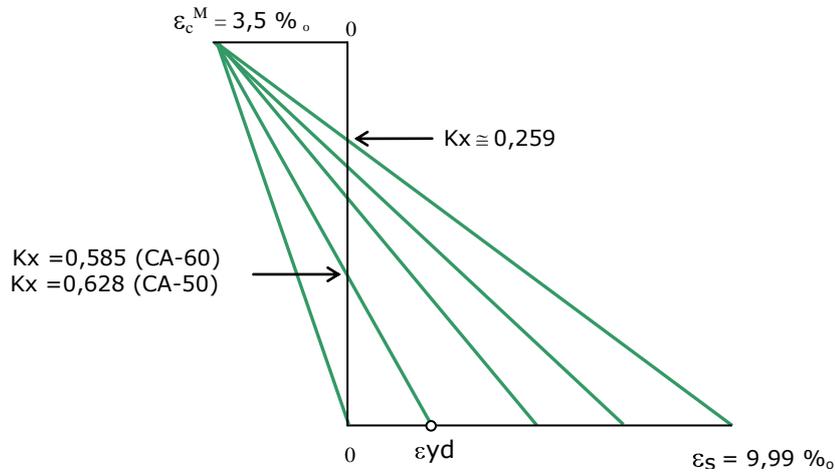


Figura 26.3 – Concreto na ruptura

CA-60
$$Kx = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} = \frac{3,5}{3,5 + 2,48} \Rightarrow Kx = 0.585 \quad (26.2)$$

CA-50
$$Kx = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} = \frac{3,5}{3,5 + 2,07} \Rightarrow Kx = 0.628 \quad (26.3)$$

26.2 Domínios de deformação na flexão pura

As configurações possíveis do diagrama de deformações correspondentes ao estado limite último para uma seção submetida a flexão pura sugerem a delimitação de regiões, chamadas domínios de deformações, onde poderá estar contido o diagrama de deformações referente a uma determinada sollicitação quando o estado limite último for atingido.

Na figura 26.4 estão representados os domínios de deformações e as retas que correspondem aos limites entre cada um deles.

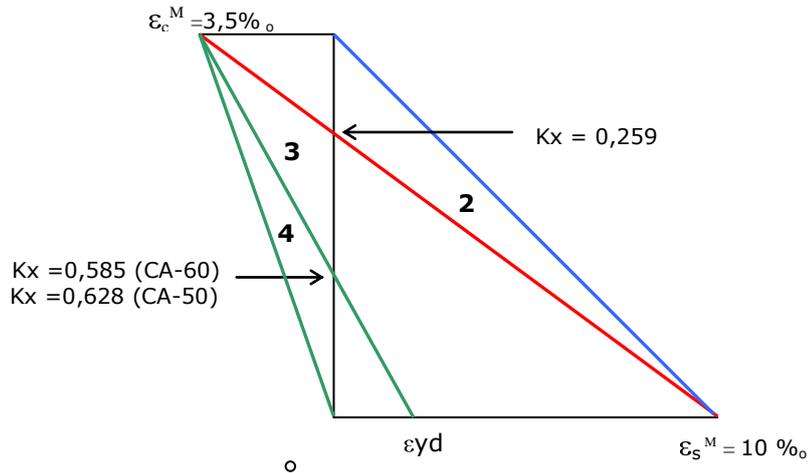


Figura 26.4 – Domínios de deformação na flexão pura

$$\bullet \text{ Domínio 2 } \left\{ \begin{array}{l} 0 < x < 0,259.d \rightarrow 0 < Kx < 0,259 \\ 0 < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \\ \varepsilon_s = \varepsilon_{s,u} = 10\% > \varepsilon_{yd} \rightarrow \sigma_s = f_{yd} \end{array} \right. \quad (26.4)$$

$$\bullet \text{ Domínio 3 } \left\{ \begin{array}{l} 0,259.d < x < 0,628.d \text{ (CA-50)} \rightarrow 0,259 < Kx < 0,628 \text{ (CA-50)} \\ 0,585.d \text{ (CA-60)} \rightarrow 0,259 < Kx < 0,585 \text{ (CA-60)} \\ \varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \\ \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq 10\% \rightarrow \sigma_s = f_{yd} \text{ seções sub-armadas} \end{array} \right. \quad (26.5)$$

$$\bullet \text{ Domínio 4 } \left\{ \begin{array}{l} 0,628.d \text{ (CA-50)} < x < d \rightarrow 0,628 \text{ (CA-50)} < Kx < 1 \\ 0,585.d \text{ (CA-60)} \quad \quad \quad 0,585 \text{ (CA-60)} \\ \varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \\ 0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \rightarrow 0 < \sigma_s < f_{yd} \text{ seções super-armadas} \end{array} \right. \quad (26.6)$$

26.3 Fronteiras dos Domínios

FRONTEIRA		ϵ_c^M	ϵ_s^M	Kx
23		3,5‰	10 ‰	0,259
34	CA-60	3,5‰	2,48‰	0,585
	CA-50	3,5‰	2,07‰	0,628

Tabela 26.1 – Fronteiras dos domínios de deformação

26.4 Domínios de deformação sugeridos pela NBR6118/2003

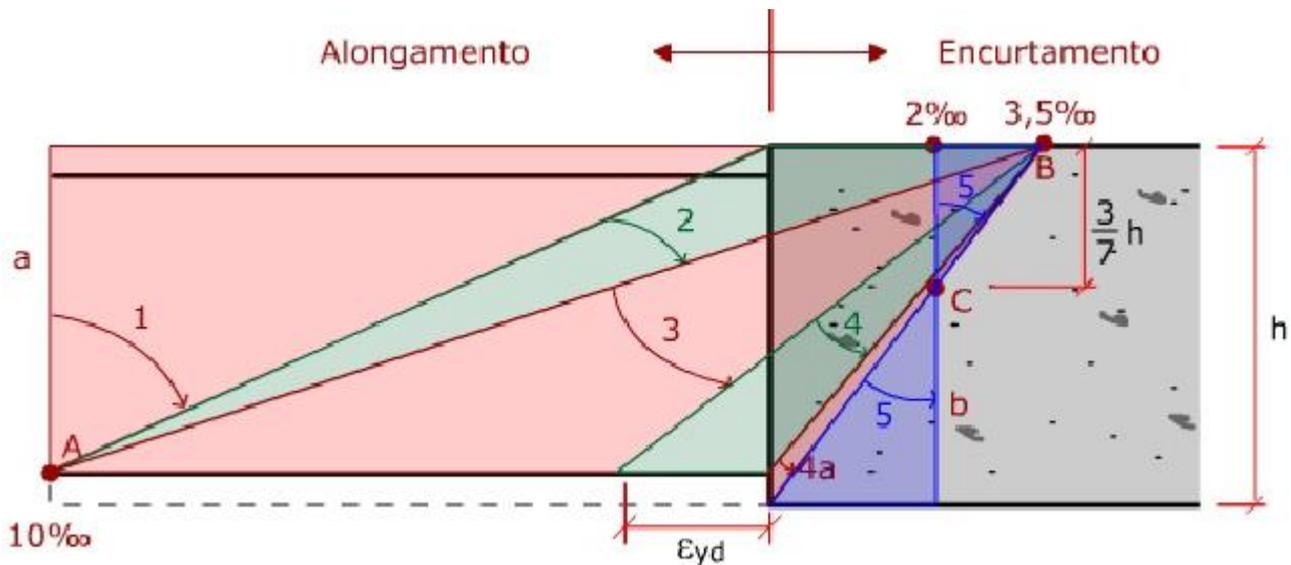


Figura 26.5 – Domínios de deformação NBR6118/2003

RUPTURA POR ALONGAMENTO PLÁSTICO EXCESSIVO DA ARMADURA DE TRAÇÃO

RETA a: Tração uniforme

DOMÍNIO 1: Tração não uniforme, sem compressão. O estado limite último é caracterizado pelo do aço ($\epsilon_s = 10\text{‰}$).

DOMÍNIO 2: Flexão Simples ou Composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c \leq 3,5\text{‰}$). O estado limite último é caracterizado pelo escoamento do aço ($\epsilon_s = 10\text{‰}$). A linha neutra corta a seção.

RUPTURA DO CONCRETO COMPRIMIDO (sem grandes deformações)

DOMÍNIO 3: Flexão Simples ou Composta com ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c = 3,5\text{‰}$) e com escoamento do aço ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$). A linha neutra corta a seção.

DOMÍNIO 4: Flexão Simples ou Composta com ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c = 3,5\text{‰}$) e sem escoamento do aço ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$). A linha neutra corta a seção. A ruptura da peça ocorre de forma frágil sem aviso, pois o concreto rompe antes que a armadura tracionada se deforme excessivamente.

DOMÍNIO 4a: Flexão Composta com armaduras comprimidas e ruptura à compressão do concreto ($\varepsilon_c=3,5\text{‰}$). A linha neutra corta a seção na região de cobrimento da armadura menos comprimida.

DOMÍNIO 5: Compressão não uniforme, sem tração. A linha neutra não corta a seção. Neste domínio, a deformação última do concreto é variável, sendo igual a $\varepsilon_c = 2\text{‰}$ na compressão uniforme e $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$ na flexo-compressão (linha neutra tangente à seção).

RETA b: Compressão uniforme.

26.5 Aplicações

Exemplo 26.1 – Seja uma viga de seção retangular e armadura simples, determine o domínio da solitação para a deformação específica do concreto de 0,00248.

$$\varepsilon_c = 0,00248 = 2,48\text{‰}$$

Expressão 26.4 $\rightarrow 0 < \varepsilon_c < 3,5\text{‰} \rightarrow$ Domínio 2

Exemplo 26.2 – A posição da linha neutra de uma viga de seção retangular e armadura simples é 12 cm, determine o domínio em que está trabalhando, considerando que sua altura útil é 40cm.

$$x = 12\text{cm}$$

$$d = 40\text{ cm}$$

$$Kx = \frac{x}{d} \rightarrow Kx = 0,300$$

Expressão 26.5 $\rightarrow 0,259 < Kx < 0,628$ CA-50 (ou 0,585 CA-60) \rightarrow Domínio 3

Exemplo 26.3 – Determine o domínio em que está trabalhando uma peça de concreto armado, em que o concreto está na ruptura e o aço com deformação específica no início do escoamento.

Concreto na ruptura $\rightarrow \varepsilon_c = 3,5\text{‰}$

Deformação específica de início de escoamento do aço $\rightarrow \varepsilon_{yd}$

Tabela 26.1 \rightarrow Fronteira do domínio 3 para o 4.

conteúdo 27

flexão pura

27.1 Simplificação do diagrama de tensões de compressão no concreto - seção retangular

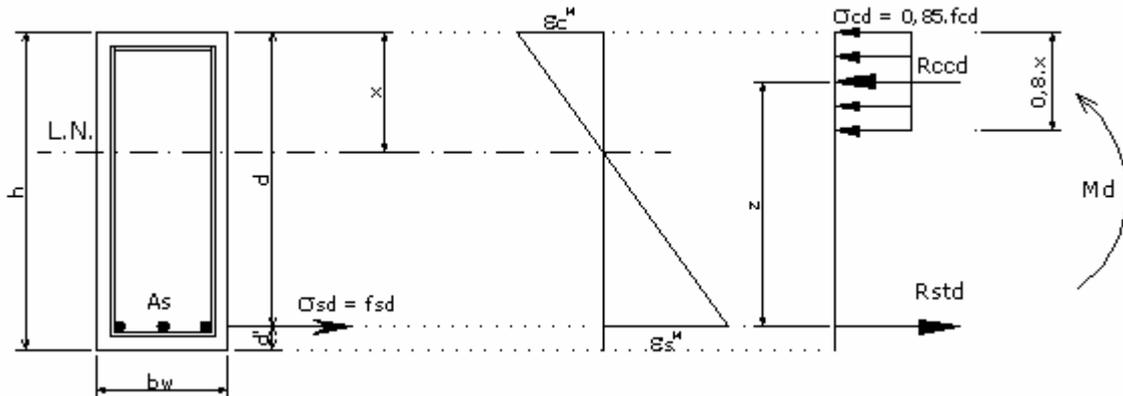


Figura 27.1 – Distribuição das deformações e tensões simplificadas na seção

(NBR6118/2003 – Item 17.2.2) A distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola retângulo, com tensão de pico igual a $0,85 f_{cd}$ (figura 27.1). A norma supracitada sugere que esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de altura $0,8 x$ (onde x é a profundidade da linha neutra), com a seguinte tensão:

- $0,85 f_{cd}$ no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;
- $0,80 f_{cd}$ no caso contrário.

As diferenças de resultados obtidos com esses dois diagramas são pequenas e aceitáveis, sem necessidade de coeficiente de correção adicional.

27.2 Expressões para dimensionamento

Considere a viga de seção retangular, submetida a flexão pura, conforme esquematizado na figura 27.2.

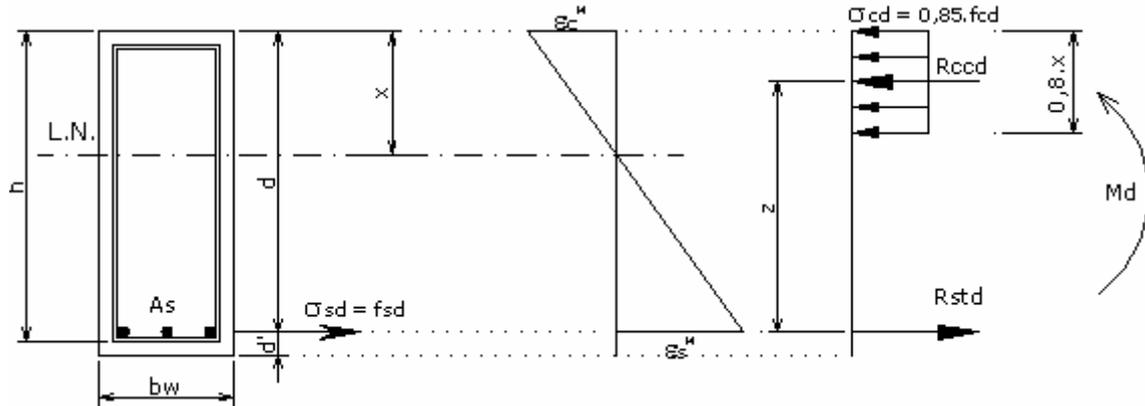


Figura 27.2 – Distribuição simplificada de cálculo

Onde:

σ_{cd} = tensão de cálculo do concreto;

σ_{sd} = tensão de cálculo do aço na armadura = f_{sd} ;

A_s = Área de aço da armadura;

A_c = Área da seção de concreto efetivamente comprimida;

M_d = Momento de cálculo aplicado à seção.

Temos:

no aço

$$\sigma_{sd} = \frac{R_{std}}{A_s} \Rightarrow R_{std} = f_{sd} \cdot A_s \quad (27.1)$$

$$A_s = \frac{R_{std}}{f_{sd}} \quad (27.2)$$

no Concreto

$$\sigma_{cd} = \frac{R_{ccd}}{A_c} \Rightarrow R_{ccd} = \sigma_{cd} \cdot A_c$$

mas $\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd}$ e $A_c = 0,8 \cdot x \cdot b_w$, de onde ficamos com a expressão:

$$R_{ccd} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b_w$$

$$R_{ccd} = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b_w \quad (27.3)$$

Sendo z , o braço de alavanca das resultantes R_{ccd} e R_{std} , temos que:

$$Md = R_{ccd}.z = R_{std}.z \quad \rightarrow \quad R_{std} = \frac{Md}{z} \quad (27.4)$$

Igualando (27.1) = (27.4) vem que:

$$f_{sd}A_s = \frac{Md}{z} \quad \rightarrow \quad A_s = \frac{Md}{f_{sd}z} \quad (27.5)$$

substituindo $z = d - 0,4.x$, em (27.5) obtemos a expressão para a área da armadura:

$$A_s = \frac{Md}{f_{sd}(d - 0,4.x)} \quad (27.6)$$

substituindo $z = d - 0,4.x$, agora em (27.4) vem que:

$$Md = R_{ccd}.(d - 0,4.x) \quad (27.7)$$

Substituindo (27.3) em (27.7) obtemos:

$$Md = 0,68.f_{cd}.x.b.w.(d - 0,4.x)$$

$$Md = 0,68.b.w.f_{cd}.d.x - 0,68b.w.f_{cd}.0,4x^2$$

$$- (0,68.0,4.f_{cd}.b.w)x^2 + (0,68.b.w.d.f_{cd})x - Md = 0$$

$$x = \frac{-0,68.b.w.d.f_{cd}}{-2.0,68.0,4.f_{cd}.b.w} \pm \frac{\sqrt{(0,68b.w.d.f_{cd})^2 - 4.0,68.0,4.f_{cd}.b.w.Md}}{-2.0,68.0,4.f_{cd}.b.w}$$

$$x = 1,25d \pm \sqrt{1,563d^2 - 3,676 \frac{Md}{f_{cd}.b.w}}$$

$$x = 1,25d \pm \sqrt{1,563.d^2 \left(1 - \frac{Md}{0,425.f_{cd}.b.w.d^2}\right)}$$

Assim obtemos a expressão da posição da linha neutra para a seção:

$$x = 1,25.d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425.f_{cd}.b.w.d^2}}\right) \quad (27.8)$$

Da condição de equilíbrio $R_{std} = R_{ccd}$, vem que:

$$\begin{aligned} f_{sd} \cdot A_s &= 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b \cdot w \\ f_{sd} \cdot A_s &= 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot w \cdot x \end{aligned} \quad (27.9)$$

Substituindo (27.1) em (27.9) ficamos com:

$$f_{sd} \cdot A_s = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot w \cdot K_x \cdot d$$

fazendo $K_z = z/d$ na expressão (27.5) obtemos :

$$f_{sd} \left(\frac{M_d}{f_{sd} \cdot K_z \cdot d} \right) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot w \cdot K_x \cdot d$$

portanto

$$M_d = d^2 \cdot b \cdot w \cdot 0,68 \cdot f_{cd} \cdot K_x \cdot K_z \quad (27.10)$$

$$d = \sqrt{\frac{M_d}{b \cdot w \cdot 0,68 \cdot f_{cd} \cdot K_x \cdot K_z}}$$

chamando

$$K_c = \sqrt{\frac{1}{0,68 \cdot f_{cd} \cdot K_x \cdot K_z}} \quad (27.11)$$

ficaremos com

$$d = K_c \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b \cdot w}} \quad (27.12)$$

Isolando x em (27.9) teremos a seguinte expressão para a posição da linha neutra:

$$x = 1,471 \cdot \frac{f_{sd}}{f_{cd}} \cdot \frac{A_s}{b \cdot w} \quad (27.13)$$

27.3 Dimensionamento da armadura de flexão de lajes - altura útil

A armadura de flexão será distribuída na largura de 100 cm. Em geral, tem-se nos vãos, num mesmo ponto, dois momentos fletores (M_x e M_y , positivos) perpendiculares entre si. Desta forma, a cada um desses momentos corresponde uma altura útil; d_x para o momento fletor M_x e d_y para o momento fletor M_y . Normalmente, M_x é maior do que M_y ; por isso, costuma-se adotar $d_x > d_y$; para isto, a armadura correspondente ao momento fletor M_y (A_{s_y}) é colocada sobre a armadura correspondente ao momento fletor M_x (A_{s_x}).

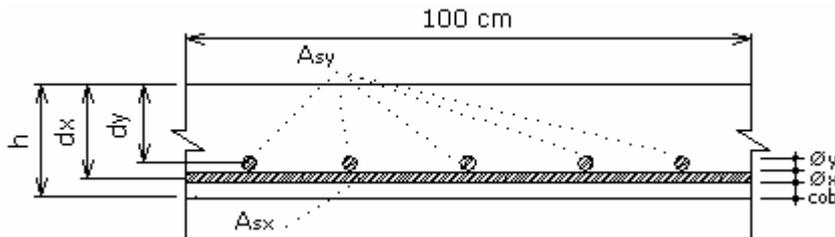


Figura 27.3 – Seção transversal de uma faixa de laje

Conforme a figura 27.3, tem-se:

$$d_x = h - \text{cob} - \frac{\phi_x}{2} \quad (27.16)$$

$$d_y = h - \text{cob} - \phi_x - \frac{\phi_y}{2} \quad (27.17)$$

onde:

cob = cobrimento da armadura da laje;

ϕ_x = diâmetro da armadura A_{s_x} correspondente a M_x ;

ϕ_y = diâmetro da armadura A_{s_y} correspondente a M_y .

Nas lajes maciças revestidas, usuais em edifícios (comercial e residencial), pode-se adotar aproximadamente:

$$d_x \cong h - \text{cob} - 0,5 \text{ cm} \quad (27.18)$$

$$d_y \cong h - \text{cob} - 1 \text{ cm} \quad (27.19)$$

27.4 Aplicações

Exemplo 27.1 – Calcular as armaduras dos trechos da viga V1 do painel de lajes do conteúdo 6. Considerar o carregamento obtido no conteúdo 13.

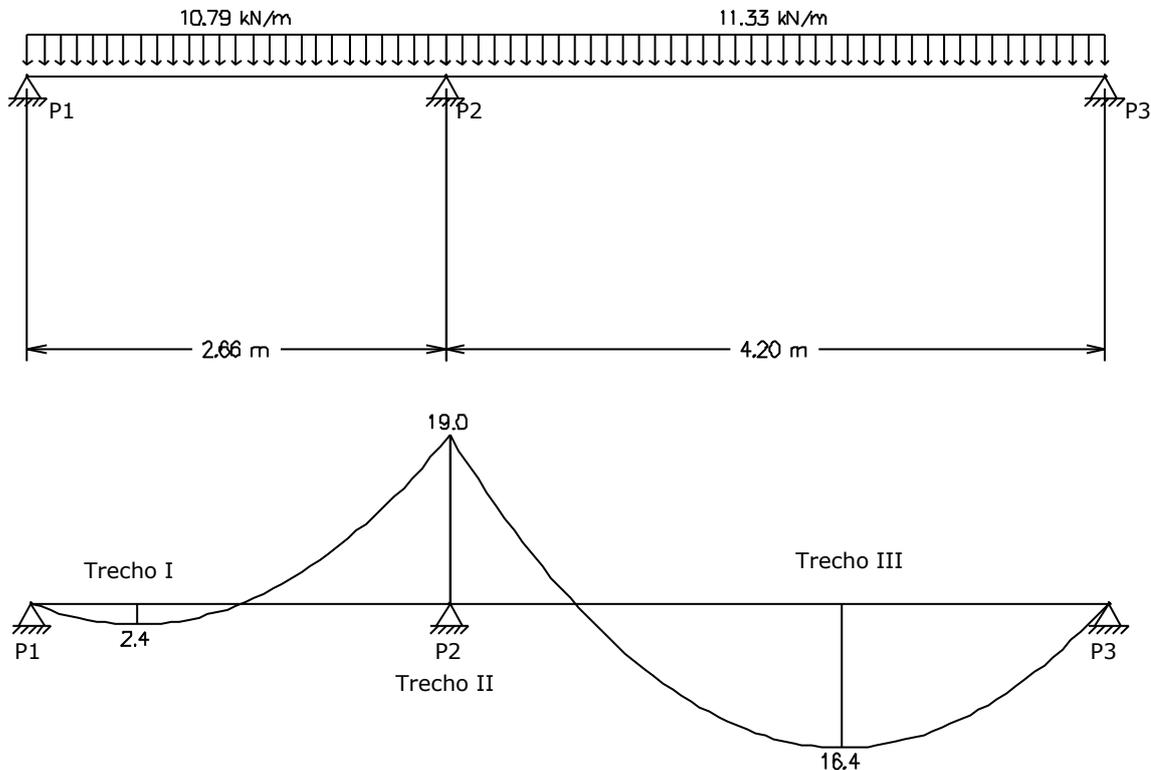


Figura 27.4 – Carregamento e DMF_k da V1

$$b_w = 12 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} h = 40 \text{ cm} \\ d' = 5 \text{ cm} \end{array} \right\} d = h - d' \rightarrow d = 35 \text{ cm}$$

$$\text{Concreto 25 MPa} \rightarrow f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \rightarrow f_{cd} = 17,86 \text{ MPa} = 1,786 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{AÇO CA-50A} \rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \rightarrow f_{yd} = 434,78 \text{ MPa} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

TRECHO I

1º.) *Momento de cálculo*

Dimensionamento da armadura para o momento positivo máximo do trecho

$$M_k = 2,4 \text{ KN.m}$$

$$M_d = 1,4 \cdot M_k \rightarrow M_d = 3,36 \text{ KN.m}$$

2º.) Posição da linha neutra

$$x = 1,25.d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425.fcd.bw.d^2}} \right) \rightarrow x = 0,66 \text{ cm}$$

3º.) Domínio da solitação

$$Kx = \frac{x}{d} \rightarrow Kx = 0,0189 \text{ portanto } 0 < Kx < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

4º.) Área de aço da armadura

$$As = \frac{Md}{f_yd(d - 0,4.x)} \rightarrow As = 0,222 \text{ cm}^2$$

TRECHO II

1º.) Momento de cálculo

Dimensionamento da armadura para o momento negativo máximo do trecho

$$M_k = 19,0 \text{ KN.m}$$

$$M_d = 1,4.M_k \rightarrow M_d = 26.6 \text{ KN.m}$$

2º.) Posição da linha neutra

$$x = 1,25.d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425.fcd.bw.d^2}} \right) \rightarrow x = 5,570 \text{ cm}$$

3º.) Domínio da solitação

$$Kx = \frac{x}{d} \rightarrow Kx = 0,159 \text{ portanto } 0 < Kx < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

4º.) Área de aço da armadura

$$As = \frac{Md}{f_yd(d - 0,4.x)} \rightarrow As = 1,867 \text{ cm}^2$$

TRECHO III

1º.) Momento de cálculo

Dimensionamento da armadura para o momento positivo máximo do trecho

$$M_k = 16,4 \text{ KN.m}$$

$$M_d = 1,4.M_k \rightarrow M_d = 22.96 \text{ KN.m}$$

2º.) Posição da linha neutra

$$x = 1,25.d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425.fcd.bw.d^2}} \right) \rightarrow x = 4,76 \text{ cm}$$

3º.) Domínio da solicitação

$$Kx = \frac{x}{d} \rightarrow Kx = 0,136 \text{ portanto } 0 < Kx < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

4º.) Área de aço da armadura

$$As = \frac{Md}{fyd(d - 0,4.x)} \rightarrow As = 1,596 \text{ cm}^2$$

Exemplo 27.2 – Estabelecer a expressão para a altura útil limite da seção transversal de uma viga retangular submetida flexão pura, para que a viga não trabalhe no domínio 4. Considerar os concretos de resistência característica à compressão 20 MPa e 25MPa.

$$\text{Na fronteira entre os domínios 3 e 4} \left\{ \begin{array}{l} Kx = 0,628 \\ Kz = 1 - 0,4.Kx \rightarrow Kz = 0,749 \end{array} \right.$$

fck = 20 MPa

1º.) Kc na fronteira entre os domínios 3 e 4

$$fcd = \frac{fck}{1,4} \rightarrow fcd = 14,29 \text{ MPa} = 1,479 \text{ KN/cm}^2$$

$$Kc = \sqrt{\frac{1}{0,68.fcd.Kx.kz}} \rightarrow Kc = 1,479$$

2º.) altura útil limite

$$d = Kc \cdot \sqrt{\frac{Md}{bw}} \rightarrow \boxed{d_{lim} = 1,479 \cdot \sqrt{\frac{Md}{bw}}} \text{ (sendo } Md \Rightarrow \text{KN.cm, } bw \Rightarrow \text{cm e } d \Rightarrow \text{cm)} \quad (27.14)$$

fck = 25 MPa

1º.) Kc na fronteira entre os domínios 3 e 4

$$fcd = \frac{fck}{1,4} \rightarrow fcd = 17,86 \text{ MPa} = 1,786 \text{ KN/cm}^2$$

$$Kc = \sqrt{\frac{1}{0,68.fcd.Kx.kz}} \rightarrow Kc = 1,323$$

2º.) altura útil limite

$$d = Kc \cdot \sqrt{\frac{Md}{bw}} \rightarrow \boxed{d_{lim} = 1,323 \cdot \sqrt{\frac{Md}{bw}}} \text{ (sendo } Md \Rightarrow \text{KN.cm, } bw \Rightarrow \text{cm e } d \Rightarrow \text{cm)} \quad (27.15)$$

Exemplo 27.3 – Determinar as armaduras positivas e negativas do painel de lajes do conteúdo 6. Considerar os momentos obtidos nos conteúdos 10 e 11 (figura 27.5).

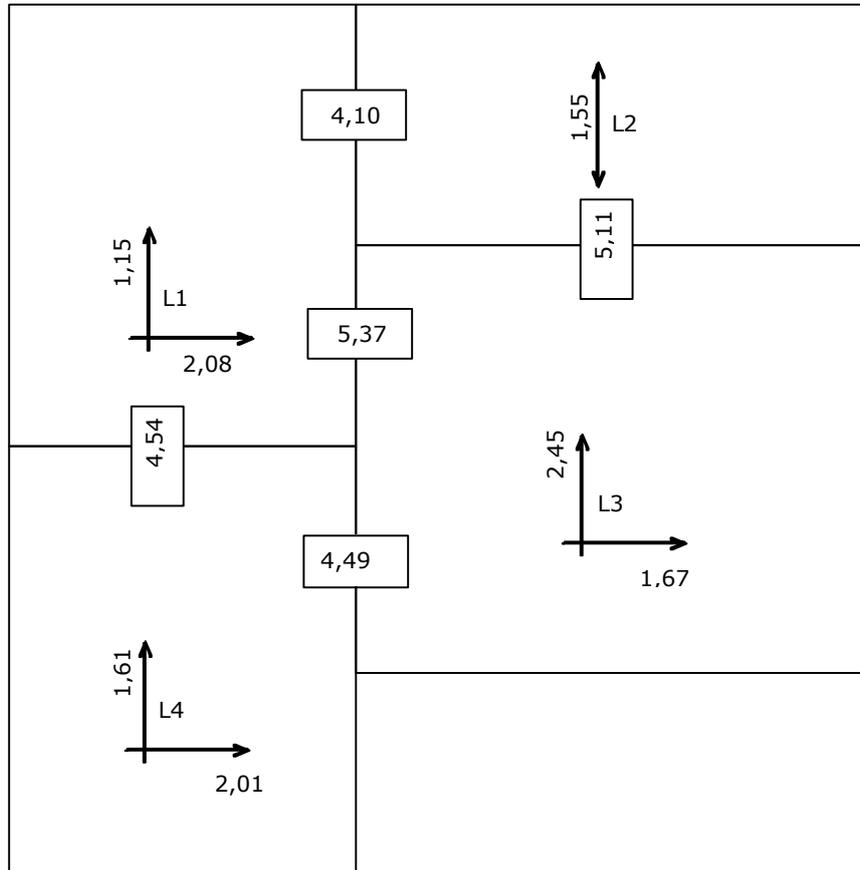


Figura 27.5 – Momentos positivos e negativos (KN.m)

$$\text{Concreto 25 MPa} \rightarrow f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \rightarrow f_{cd} = 17,86 \text{ MPa} = 1,786 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{AÇO CA-50A} \rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \rightarrow f_{yd} = 434,78 \text{ MPa} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{cob} = 2 \text{ cm}$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$dx = 10 - 2 - 0,5 \rightarrow dx = 7,5 \text{ cm}$$

$$dy = 10 - 2 - 1,0 \rightarrow dy = 7,0 \text{ cm}$$

$$bw = 100 \text{ cm}$$

ARMADURA POSITIVA

Laje 1

direção x

$$M_x = 2,08 \text{ KN.m}$$

$$M_{dx} = 1,4.M_x \rightarrow M_{dx} = 2,912 \text{ KN.m}$$

$$x = 1,25.d_x \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dx}}{0,425.f_{cd}.b_w.d_x^2}} \right) \rightarrow x = 0,325 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d_x} \rightarrow K_x = 0,043 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_{sx} = \frac{M_{dx}}{f_{yd}.(d_x - 0,4.x)} \rightarrow A_{sx} = 0,909 \text{ cm}^2$$

direção y

$$M_y = 1,15 \text{ KN.m}$$

$$M_{dy} = 1,4.M_y \rightarrow M_{dy} = 1,610 \text{ KN.m}$$

$$x = 1,25.d_y \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dy}}{0,425.f_{cd}.b_w.d_y^2}} \right) \rightarrow x = 0,192 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d_y} \rightarrow K_x = 0,0274 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_{sy} = \frac{M_{dy}}{f_{yd}.(d_y - 0,4.x)} \rightarrow A_{sy} = 0,535 \text{ cm}^2$$

Laje 2 (armada em uma direção)

direção x

$$M_x = 1,55 \text{ KN.m}$$

$$M_{dx} = 1,4.M_x \rightarrow M_{dx} = 2,170 \text{ KN.m}$$

$$x = 1,25.d_x \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dx}}{0,425.f_{cd}.b_w.d_x^2}} \right) \rightarrow x = 0,241 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d_x} \rightarrow K_x = 0,032 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_{sx} = \frac{M_{dx}}{f_{yd}.(d_x - 0,4.x)} \rightarrow A_{sx} = 0,674 \text{ cm}^2$$

Laje 3

direção x

$$M_x = 2,45 \text{ KN.m}$$

$$M_{dx} = 1,4.M_x \rightarrow M_{dx} = 3,43 \text{ KN.m}$$

$$x = 1,25.d_x \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dx}}{0,425.f_{cd}.b_w.d_x^2}} \right) \rightarrow x = 0,385 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d_x} \rightarrow K_x = 0,051 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_{sx} = \frac{M_{dx}}{f_{yd}.(d_x - 0,4.x)} \rightarrow A_{sx} = 1,074 \text{ cm}^2$$

direção y

$$M_y = 1,67 \text{ KN.m}$$

$$M_{dy} = 1,4.M_y \rightarrow M_{dy} = 2,338 \text{ KN.m}$$

$$x = 1,25.d_y \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dy}}{0,425.f_{cd}.b_w.d_y^2}} \right) \rightarrow x = 0,280 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d_y} \rightarrow K_x = 0,04 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_{sy} = \frac{M_{dy}}{f_{yd}.(d_y - 0,4.x)} \rightarrow A_{sy} = 0,781 \text{ cm}^2$$

Laje 4

direção x

$$M_x = 2,01 \text{ KN.m}$$

$$M_{dx} = 1,4.M_x \rightarrow M_{dx} = 2,814 \text{ KN.m}$$

$$x = 1,25.d_x \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dx}}{0,425.f_{cd}.b_w.d_x^2}} \right) \rightarrow x = 0,314 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d_x} \rightarrow K_x = 0,042 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_{sx} = \frac{M_{dx}}{f_{yd}.(d_x - 0,4.x)} \rightarrow A_{sx} = 0,878 \text{ cm}^2$$

direção y

$$M_y = 1,61 \text{ KN.m}$$

$$M_{dy} = 1,4 \cdot M_y \rightarrow M_{dy} = 2,254 \text{ KN.m}$$

$$x = 1,25 \cdot d_y \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dy}}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d_y^2}} \right) \rightarrow x = 0,269 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d_y} \rightarrow K_x = 0,038 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_{s_y} = \frac{M_{dy}}{f_{yd} \cdot (d_y - 0,4 \cdot x)} \rightarrow A_{s_y} = 0,752 \text{ cm}^2$$

ARMADURA NEGATIVA

L1 # L2

$$M = 4,10 \text{ KN.m}$$

$$M_d = 1,4 \cdot M \rightarrow M_d = 5,74 \text{ KN.m}$$

$$d = 7,5 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2}} \right) \rightarrow x = 0,653 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d} \rightarrow K_x = 0,087 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)} \rightarrow A_s = 1,824 \text{ cm}^2$$

L1 # L3

$$M = 5,37 \text{ KN.m}$$

$$M_d = 1,4 \cdot M \rightarrow M_d = 7,518 \text{ KN.m}$$

$$d = 7,5 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2}} \right) \rightarrow x = 0,865 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d} \rightarrow K_x = 0,115 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)} \rightarrow A_s = 2,417 \text{ cm}^2$$

L1 # L4

$$M = 4,54 \text{ KN.m}$$

$$Md = 1,4.M \rightarrow Md = 6,356 \text{ KN.m}$$

$$d = 7,5 \text{ cm}$$

$$x = 1,25.d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425.fcd.bw.d^2}} \right) \rightarrow x = 0,726 \text{ cm}$$

$$Kx = \frac{x}{d} \rightarrow Kx = 0,097 \text{ portanto } 0 < Kx < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$As = \frac{Md}{fyd.(d - 0,4.x)} \rightarrow As = 2,028 \text{ cm}^2$$

L2 # L3

$$M = 5,11 \text{ KN.m}$$

$$Md = 1,4.M \rightarrow Md = 7,154 \text{ KN.m}$$

$$d = 7,5 \text{ cm}$$

$$x = 1,25.d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425.fcd.bw.d^2}} \right) \rightarrow x = 0,822 \text{ cm}$$

$$Kx = \frac{x}{d} \rightarrow Kx = 0,11 \text{ portanto } 0 < Kx < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$As = \frac{Md}{fyd.(d - 0,4.x)} \rightarrow As = 2,294 \text{ cm}^2$$

L3 # L4

$$M = 4,49 \text{ KN.m}$$

$$Md = 1,4.M \rightarrow Md = 6,286 \text{ KN.m}$$

$$d = 7,5 \text{ cm}$$

$$x = 1,25.d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425.fcd.bw.d^2}} \right) \rightarrow x = 0,718 \text{ cm}$$

$$Kx = \frac{x}{d} \rightarrow Kx = 0,096 \text{ portanto } 0 < Kx < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$As = \frac{Md}{fyd.(d - 0,4.x)} \rightarrow As = 2,004 \text{ cm}^2$$

conteúdo 28

flexão pura – armadura dupla

28.1 Domínio 4

A análise do diagrama de tensão do aço da figura 28.1,

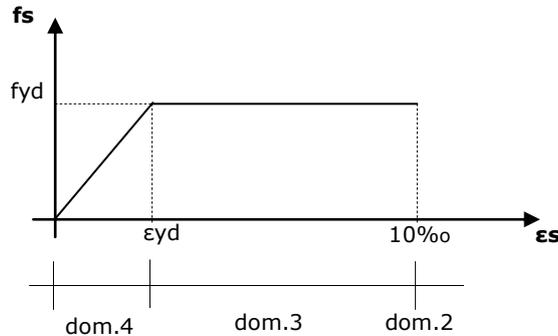


Figura 28.1 – Diagrama de tensão do aço

resulta que no domínio 4 a deformação e tensão do aço serão:

$$0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd} \rightarrow f_{sd} < f_{yd} \quad (28.1)$$

Para o concreto temos que no domínio 4:

$$\varepsilon_c = 3,5\text{‰} \rightarrow f_c = 0,85.f_{cd}$$

Observamos que:

Domínios: 2 ↓ Kz diminui
Md aumenta
3 ↓ fs = fyd = constante

Domínio: 4 { Kz e fs diminuem
Md aumenta
fsd < fyd

O dimensionamento com armadura simples (onde apenas a armadura de tração está trabalhando mecanicamente) no domínio 4, conduz a duas situações:

1) Aumento significativo da armadura;

2) $f_{sd} < f_{yd} \rightarrow$ a armadura não está em escoamento e, numa provável ruptura o concreto "rompe-se sem aviso prévio", ou seja, o concreto se rompe bruscamente por compressão, sem que a armadura escoe.

Uma peça dimensionada a flexão pura no Domínio 4 com armadura simples é portanda chamada "peça superarmada". Esta situação deve ser "evitada" para as vigas.

28.1.1 Como evitar o domínio 4

- Aumentando a altura da seção;
- aumentando a base da seção;
- optar por armadura dupla;
- optar por seção T.

28.2 Armadura Dupla

A utilização da armadura dupla se faz necessária nos casos em que se deseja evitar o domínio 4 e não podemos aumentar a altura da seção devido às restrições arquitetônicas.

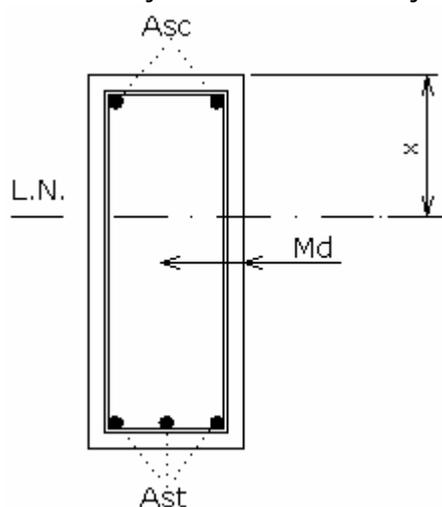


Figura 28.2 – Seção transversal de viga retangular com armadura dupla

Sendo:

Asc = armadura comprimida;

Ast = armadura tracionada;

Md = momento de cálculo atuante;

x = posição da linha neutra.

28.2.1 NBR6118/2003 – Item 14.6.4.3

Para melhorar a ductilidade das estruturas nas regiões de apoio das vigas ou de ligações com outros elementos estruturais, mesmo quando não forem feitas redistribuições de esforços solicitantes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos limites seguintes:

$$\text{a) } Kx_{lim} \leq 0,50 \text{ para concretos com } f_{ck} \leq 35 \text{ MPa; ou} \quad (28.2)$$

$$\text{b) } Kx_{lim} \leq 0,40 \text{ para concretos com } f_{ck} > 35 \text{ MPa.} \quad (28.3)$$

Esses limites podem ser alterados se forem utilizados detalhes especiais de armaduras, como por exemplo os que produzem confinamento nessas regiões.

28.2.2 Momento Limite

É o momento máximo para se dimensionar uma viga com armadura simples.

$$M_{d_{lim}} = \left(\frac{d}{Kc_{lim}} \right)^2 \cdot bw \quad (28.4)$$

28.2.3 Dimensionamento das armaduras

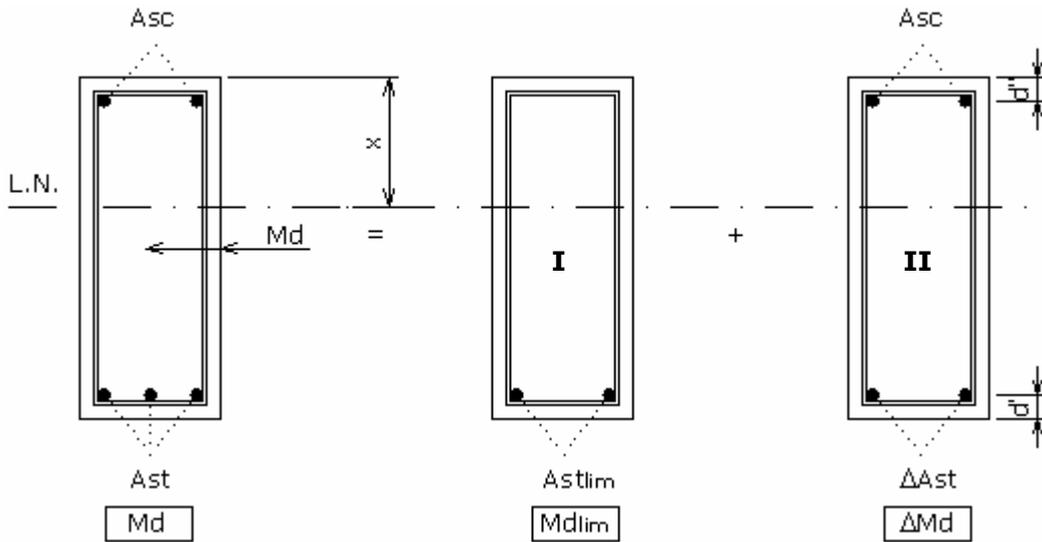


Figura 28.3 – Desmembramento de uma seção com armadura dupla

Se o momento solicitante for maior que o momento limite, desmembra-se este momento:

$$M_d > M_{d_{lim}} \rightarrow M_d = M_{d_{lim}} + \Delta M_d \quad (28.5)$$

Temos que:

$$M_{d_{lim}} = R_{s1} \cdot z \cdot \left(\frac{d}{d} \right)$$

onde z é o braço de alavanca e R_{s1} é a força resultante na armadura na etapa I do desmembramento, obtida por analogia da figura 28.2 com a figura 27.2.

$$M_{d_{lim}} = R_{s1} \cdot \frac{z}{d} \cdot d$$

$$M_{d_{lim}} = f_{sd} \cdot A_{st_{lim}} \cdot Kz_{lim} \cdot d$$

$$A_{st_{lim}} = \frac{M_{d_{lim}}}{f_{sd} Kz_{lim} \cdot d} \quad (28.6)$$

$$\text{onde:} \quad z = d - d'' \quad (28.7)$$

$$Kz_{lim} = 1 - 0,4 \cdot Kx_{lim} \quad (28.8)$$

$$f_{sd} = f_{yd} \quad (28.9)$$

a parcela do momento ΔM_d será:

$$\Delta M_d = M_d - M_{d_{lim}} \quad (28.10)$$

que será resistido pela armadura $\Delta A_{st} + A_{sc}$.

$$\Delta M_d = R_{s2} \cdot z$$

R_{s2} é a força resultante na armadura na etapa II do desmembramento, obtida por analogia da figura 28.2 com a figura 27.2.

$$\Delta M_d = R_{sd2} \cdot (d - d'')$$

$$\Delta M_d = f_{yd} \cdot \Delta A_{st} \cdot (d - d'')$$

$$\Delta A_{st} = \frac{\Delta M_d}{f_{yd} \cdot (d - d'')} \quad (28.11)$$

A armadura tracionada total A_{st} será:

$$A_{st} = A_{st_{lim}} + \Delta A_{st}$$

$$A_{st} = \frac{M_{d_{lim}}}{f_{yd} \cdot Kz_{lim} \cdot d} + \frac{\Delta M_d}{f_{yd} \cdot (d - d'')} \quad (28.12)$$

A armadura comprimida A_{sc} é dada por:

$$\Delta M_d = R_{sd2} \cdot z$$

$$\Delta M_d = f_{sc} \cdot A_{sc} \cdot (d - d'')$$

$$A_{sc} = \frac{\Delta M_d}{f_{sc} \cdot (d - d'')} \quad (28.13)$$

onde f_{sc} é a tensão no aço comprimido, que é dada por:

$$f_{sc} = E_s \cdot \epsilon_{sc} \quad (28.14)$$

28.2.4 Determinação de ϵ_{sc}

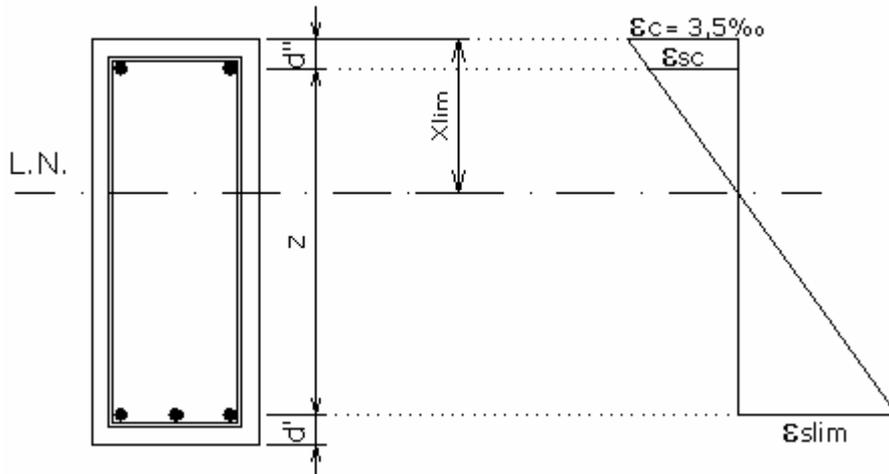


Figura 28.4 – Diagrama de deformação em uma seção retangular com armadura dupla

Por semelhança de triângulos, no diagrama de deformação, temos que:

$$\frac{3,5\text{‰}}{x_{lim}} = \frac{\epsilon_{sc}}{(x_{lim} - d'')}$$

$$\epsilon_{sc} = \left(\frac{x_{lim} - d''}{x_{lim}} \right) \cdot 3,5\text{‰} \quad (28.15)$$

onde:

$$x_{lim} = Kx_{lim} \cdot d \quad (28.16)$$

28.3 Aplicação

Exemplo 28.1 – Considere a viga de seção retangular com as seguintes características:

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

aço CA-50

$$b_w = 12 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$d' = 4 \text{ cm}$$

$$d'' = 4 \text{ cm}$$

Determinar a armadura corresponde à sollicitação de 95 KN.m.

OBS.: Devido a restrições construtivas não é possível alterar a seção.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = 17,86 \text{ MPa} = 1,786 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 434,78 \text{ MPa} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

$$d = h - d' = 36 \text{ cm}$$

$$z = d - d'' = 32 \text{ cm}$$

1º.) Verificação do domínio da sollicitação

$$x = 1,25 \cdot d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2}} \right) \rightarrow x = 25,12 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d} \rightarrow K_x = 0,698 \text{ portanto } 0,628 < K_x < 1 \rightarrow \text{Domínio 4}$$

Para evitarmos peça superarmada, adotaremos armadura dupla.

2º.) Momento limite para armadura simples

De acordo com item 28.2.1 deste conteúdo, para $f_{ck} \leq 35 \text{ MPa} \rightarrow k_{x_{lim}} \leq 0,5$, portanto adotaremos:

$$K_{x_{lim}} = 0,5$$

$$K_{z_{lim}} = 1 - 0,4 \cdot K_{x_{lim}} \rightarrow K_{z_{lim}} = 0,8$$

$$K_{C_{lim}} = \sqrt{\frac{1}{0,68 \cdot f_{cd} \cdot K_{x_{lim}} \cdot K_{z_{lim}}}} \rightarrow K_{C_{lim}} = 1,435$$

$$M_{d_{lim}} = \left(\frac{d}{K C_{lim}} \right)^2 \cdot b w \rightarrow M_{d_{lim}} = 75,52 \text{ KN.m}$$

$$75\% M_d = 71.25 \text{ KN.m}$$

$M_{d_{lim}} > 75\% M_d$ - De acordo com expressões 28.17 podemos adotar armadura dupla.

3º.) *Variação do momento*

$$\Delta M_d = M_d - M_{d_{lim}} \rightarrow \Delta M_d = 19,48 \text{ KN.m}$$

4º.) *Armadura tracionada*

$$A_{st} = \frac{M_{d_{lim}}}{f_{yd} \cdot K z_{lim} \cdot d} + \frac{\Delta M_d}{f_{yd} \cdot (d - d'')} \rightarrow A_{st} = 7,43 \text{ cm}^2$$

5º.) *Resistência do aço comprimido*

$$x_{lim} = K x_{lim} \cdot d \rightarrow x_{lim} = 18 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_{sc} = \left(\frac{x_{lim} - d''}{x_{lim}} \right) \cdot 3,5\%_o \rightarrow \varepsilon_{sc} = 2,72\%_o \text{ mas } \varepsilon_{yd} = 2,07\%_o$$

A deformação é maior que a de início de escoamento ($\varepsilon_{sc} > \varepsilon_{yd}$) $\rightarrow f_{sc} = f_{yd}$.

6º.) *Armadura comprimida*

$$A_{sc} = \frac{\Delta M_d}{f_{yd} \cdot (d - d'')} \rightarrow A_{sc} = 1,40 \text{ cm}^2$$

conteúdo 29

disposições construtivas gerais das armaduras

29.1 Distribuição transversal das barras

(NBR6118/2003 – Item 18.3.2.2) O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

- a) no sentido horizontal (e_h):
- 20 mm;
 - diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
 - 1,2 vezes o diâmetro máximo do agregado.
- b) no sentido vertical (e_v):
- 20 mm;
 - diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
 - 0,5 vezes o diâmetro máximo do agregado.

Para feixes de barras deve-se considerar o diâmetro do feixe

$$\phi_n = \phi \sqrt{n} \quad (29.1)$$

Estes valores se aplicam também às regiões de emendas por traspasse das barras.

BRITA	d_{mínimo} (mm)	d_{máximo} (mm)
0	4,8	9,5
1	9,5	19
2	19	25
3	25	50
4	50	76
5	76	100

Tabela 29.1 – Diâmetros mínimo e máximo do agregado

Se as barras, luvas ou feixes forem de diâmetros diferentes, deve-se tomar o maior diâmetro deles. No caso de existirem emendas por traspasse (barras justapostas), devem-se obedecer as prescrições específicas.

Na distribuição das armaduras deve-se também ter em mente a interferência das armaduras dos diversos elementos estruturais subseqüentes, como pilares, lajes e outras vigas.

Quando houver necessidade de 3 camadas ou mais, deve-se prever, ainda, uma largura livre horizontal a , que permita a passagem da agulha do vibrador:

$$a = \phi a + 10 \text{ mm} \quad (29.2)$$

ϕa = diâmetro da agulha do vibrador (= 35 - 50 - 75 - 100 mm)

sendo:

ϕ = diâmetro da barra ,

ϕ_f = diâmetro do círculo de mesma área do feixe,

n = número de barras.

c = cobrimento da viga

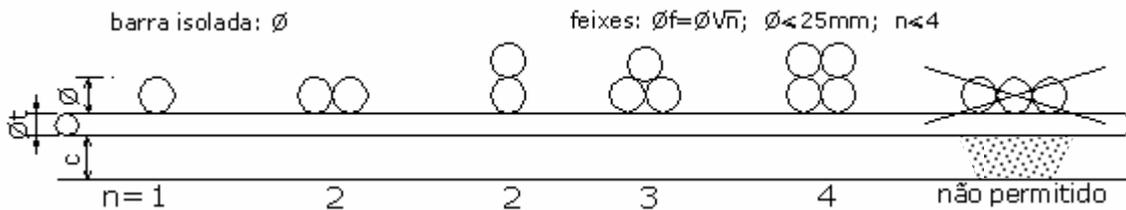


Figura 29.1 – Barras isoladas e feixes

Caso os valores estabelecidos a priori para d e d' não atendam às exigências ou se encontrem contra a segurança (para uma tolerância aceitável em engenharia), deve-se refazer o cálculo: ou com uma nova estimativa para a altura útil, ou considerando-se a resultante de cada camada de barras, separadamente.

29.2 Armadura de Pele

(NBR6118/2003 – Item 17.3.5.2.3) A mínima armadura lateral deve ser $0,10\%A_{c,alma}$ em cada face da alma da viga e composta por barras de alta aderência ($\eta_1 \geq 2,25$) com espaçamento não maior que 20 cm. No caso da utilização de barras de pequeno diâmetro $\phi < 8,0\text{mm}$, que não tenham alta aderência ($\eta_1 < 2,25$) deve-se dobrar essa quantidade de armadura.

Em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm pode ser dispensada a utilização da armadura de pele.

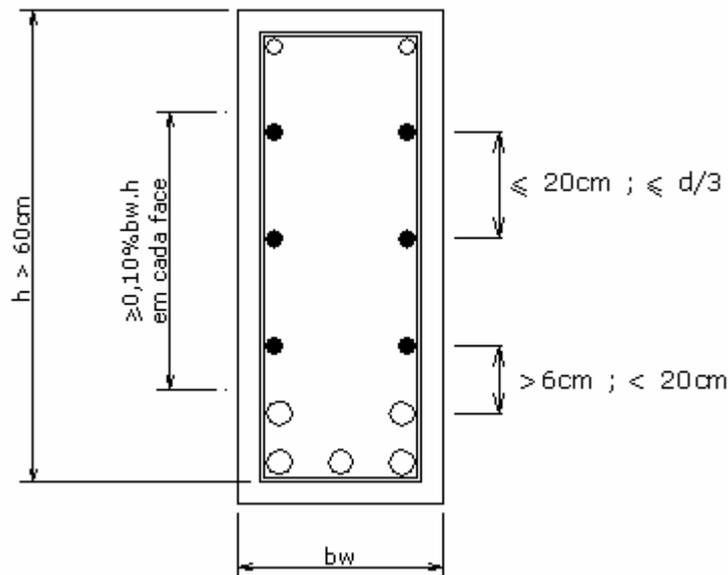


Figura 29.2 Armadura de pele

29.3 Valores mínimos para a armadura de tração

(NBR6118/2003 – Item 17.3.5.2.1) A armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados ou protendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitada a taxa mínima absoluta 0,15 %

$$M_{d,min} = 0,8W_0.f_{ctk,sup} \quad (29.3)$$

onde:

W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto à tração.

O dimensionamento para $M_{d,min}$ deve ser considerado atendido se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura da tabela 29.2.

A armadura mínima de tração visa prevenir condições de fissuração que podem ocorrer nos casos particulares em que a seção transversal tem dimensões superiores às necessárias no dimensionamento.

As vigas, de seção (de concreto) superdimensionada, têm seu funcionamento para as cargas de serviço no estágio I. Porém, no caso de um aumento súbito das cargas, o seu funcionamento pode passar para o estágio II, ocorrendo uma ruptura brusca do bordo tracionado. A armadura mínima é aquela capaz de prevenir a ruptura da seção quando esta é solicitada pelo momento de ruptura no estágio I, pois tem condições de substituir estaticamente o concreto tracionado da seção fissurada.

$$A_{s,min} \geq \rho_{min} \cdot bw \cdot h \quad (29.4)$$

onde:

ρ_{min} = taxa geométrica mínima de armadura longitudinal de vigas, pilares e tirantes;

bw = base da viga;

h = altura da viga;

Forma da seção	Valores de $\rho_{min}^{(1)}$ ($A_{s,min}/Ac$) %							
	f_{ck} ω_{min}	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

1) Os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado com base no valor de ω_{\min} dado.

NOTA Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

Tabela 29.2 Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

29.4 Armadura de tração e de compressão

(NBR6118/2003 - Item 17.3.5.2.4) Visando evitar condições adversas de concretagem, causadas por congestionamento de armaduras e as deficiências decorrentes destas, como ninho de concretagem, recomenda que a soma das armaduras de tração e de compressão ($A_{st} + A_{sc}$) não deve ter valor maior que $4\% \cdot A_c$, calculada na região fora da zona de emendas.

29.5 Quantidade máxima de barras por camada

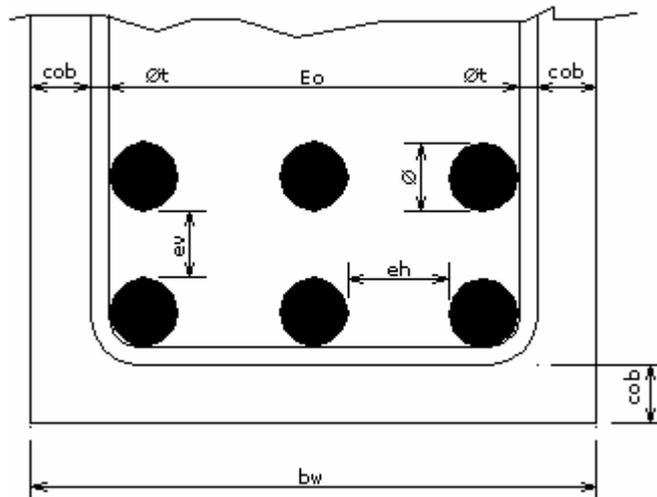


Figura 29.3 Espaçamento das barras da armadura longitudinal

Conforme esquema da figura 29.3, temos que:

$$E_o = N \cdot \phi + (N-1) \cdot e_o$$

$$E_o + e_o = N \cdot (\phi + e_o)$$

$$N = \frac{E_o + e_o}{\phi + e_o} \quad (29.5)$$

onde:

e_o = espaçamento mínimo entre barras (obtido conforme item 29.1);

N = quantidade máxima de barras por camada da seção.

29.6 Aplicações

Exemplo 29.1 – Para a viga desenvolvida no exemplo 27.1, detalhar as armaduras nas seções.

$$cob_v = 2,5 \text{ cm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$\phi_{agr} = 19 \text{ mm (Brita 1)}$$

$$bw = 12 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

Concreto 25 MPa

AÇO CA-50A

1º.) *Armadura mínima*

Para seção retangular, concreto 25 MPa, conforme tabela 29.1 temos que: $\rho_{mín} = 0,15\%$.

$$As_{mín} = \rho_{mín}.bw.h \rightarrow As_{mín} = 0,72 \text{ cm}^2$$

Trecho	$As_{calc} \text{ (cm)}^2$	$As_{mín} \text{ (cm)}^2$	$As \text{ (cm)}^2$
I	0,22	0,72	0,72
II	1,87	0,72	1,87
III	1,60	0,72	1,60

2º.) *Quantidade máxima de barras por camada*

$$Eo = bw - 2.cob - 2.\phi_t \rightarrow Eo = 6 \text{ cm}$$

$$eh \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi \\ 1,2.\phi_{agr} \end{cases}$$

$$ev \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi \\ 0,5.\phi_{agr} \end{cases}$$

ϕ (mm)	e_h (cm)	e_v (cm)	$N = \frac{Eo + e_h}{\phi + e_h} \downarrow$
6,3	2,3	2,0	2
8,0	2,3	2,0	2
10,0	2,3	2,0	2
12,5	2,3	2,0	2

3º.) detalhamento da armadura na seção

A_ϕ = área da seção da barra

N_ϕ = quantidade total de barras da armadura

$A_{S_{efet}}$ = área da seção da barra

TRECHO I

ϕ (mm)	$A_\phi = \pi \cdot \frac{\phi^2}{4}$ (cm) ²	A_S (cm) ²	$N_\phi = \frac{A_S}{A_\phi} \uparrow$	$A_{S_{efet}} = N_\phi \cdot A_\phi$ (cm) ²	d'_{real} (cm)
6,3	0,312	0,72	3	0,936	4,192
8,0	0,503	0,72	2	1,006	3,40
10,0	0,785	0,72	1	0,785	3,50
12,5	1,227	0,72	1	1,227	3,625

Opção adotada para armadura → **3φ6.3 mm**

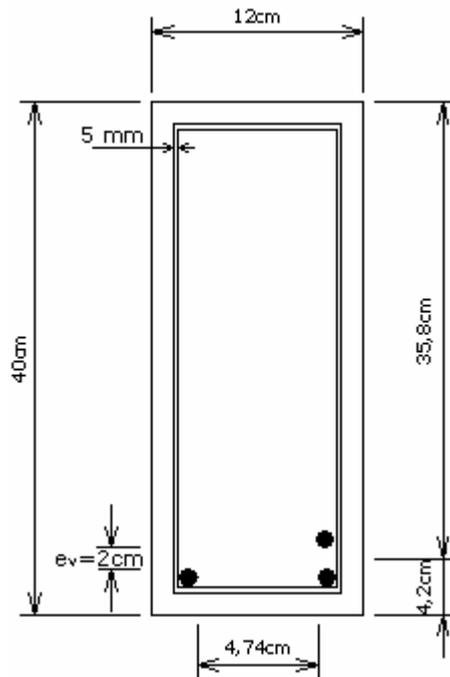


Figura 29.4 – Detalhe da seção transversal no trecho I

TRECHO II

ϕ (mm)	$A\phi = \pi \cdot \frac{\phi^2}{4}$ (cm) ²	A_s (cm) ²	$N\phi = \frac{A_s}{A\phi} \uparrow$	$A_{s\text{efet}} = N\phi \cdot A\phi$ (cm) ²	d'_{real} (cm)
6,3	0,312	1,87	6	1,872	5,945
8,0	0,503	1,87	4	2,012	4,80
10,0	0,785	1,87	3	2,355	4,50
12,5	1,227	1,87	2	2,454	3,625

Opção adotada para armadura → **4φ8.0 mm**

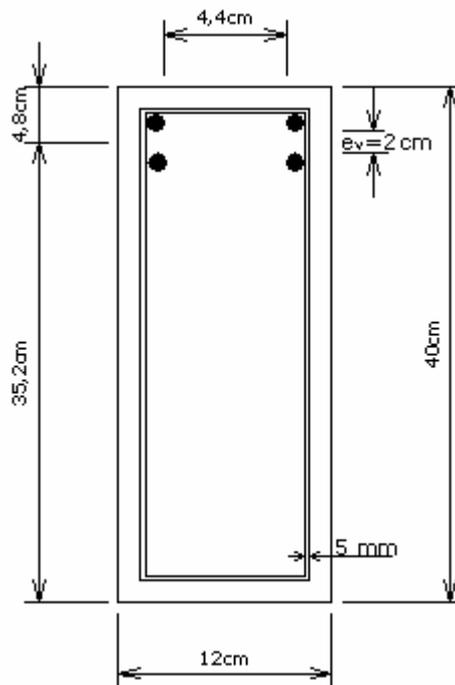


Figura 29.5 – Detalhe da seção transversal no trecho II

TRECHO III

ϕ (mm)	$A\phi = \pi \cdot \frac{\phi^2}{4}$ (cm) ²	A_s (cm) ²	$N\phi = \frac{A_s}{A\phi} \uparrow$	$A_{s\text{efet}} = N\phi \cdot A\phi$ (cm) ²	d'_{real} (cm)
6,3	0,312	1,60	6	1,872	5,945
8,0	0,503	1,60	4	2,012	4,80
10,0	0,785	1,60	3	2,355	4,50
12,5	1,227	1,60	2	2,454	3,625

Opção adotada para armadura → $4\phi 8.0$ mm

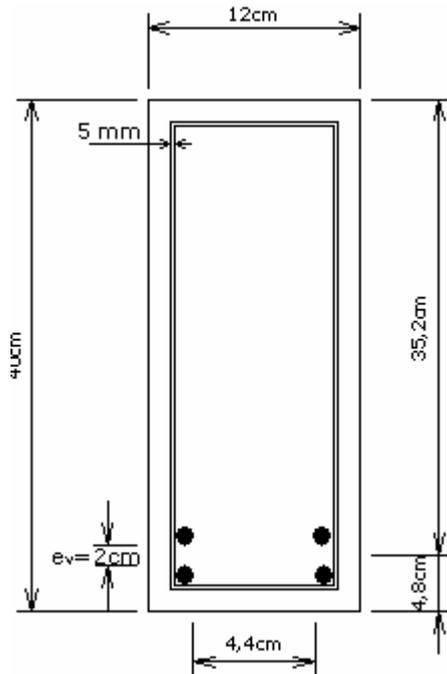


Figura 29.4 – Detalhe da seção transversal do trecho III

Exemplo 29.2 – Determine o momento resistente M_d , de uma seção retangular com armadura:

- $6\phi 20$ mm na região tracionada;
- $4\phi 12,5$ mm na região comprimida.

Considere:

$$\text{Concreto 25 MPa} \rightarrow f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \rightarrow f_{cd} = 17,86 \text{ MPa} = 1,786 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{AÇO CA-50A} \rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \rightarrow f_{yd} = 434,78 \text{ MPa} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

$$\phi_t = 6.3 \text{ mm}$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$c_{ob} = 2,5 \text{ cm}$$

$$e_h = 3 \text{ cm}$$

$$e_v = 2 \text{ cm}$$

1º.) Detalhamento da seção

ARMADURA TRACIONADA

$$A_{\phi 20} = \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} \rightarrow A_{\phi 20} = 3,142 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = 6 \cdot A_{\phi 20} \rightarrow A_{st} = 18,85 \text{ cm}^2$$

$$E_o = b_w - 2 \cdot \text{cob} - 2 \cdot \phi_t \rightarrow E_o = 13,74 \text{ cm}$$

$$N = \frac{E_o + e_h}{\phi + e_h} \downarrow \rightarrow N = 3 \text{ barras por camada}$$

Portanto o detalhamento será:

2 camadas contendo 3 barras.

$$d' = \text{cob} + \phi_t + \phi + e_v/2$$

$$d' = 6,13 \text{ cm}$$

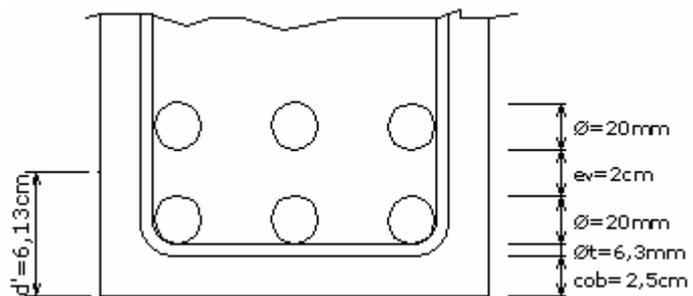


Figura 29.5 – Detalhe da armadura da região tracionada

ARMADURA COMPRIMIDA

$$A_{\phi 12.5} = \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} \rightarrow A_{\phi 12.5} = 1,227 \text{ cm}^2$$

$$A_{sc} = 4 \cdot A_{\phi 12.5} \rightarrow A_{sc} = 4,908 \text{ cm}^2$$

$$E_o = b_w - 2 \cdot \text{cob} - 2 \cdot \phi_t \rightarrow E_o = 13,74 \text{ cm}$$

$$N = \frac{E_o + e_h}{\phi + e_h} \downarrow \rightarrow N = 3 \text{ barras por camada}$$

Portanto o detalhamento será:

2 camadas contendo 2 barras.

$$d'' = \text{cob} + \phi_t + \phi + e_v/2$$

$$d'' = 5,38 \text{ cm}$$

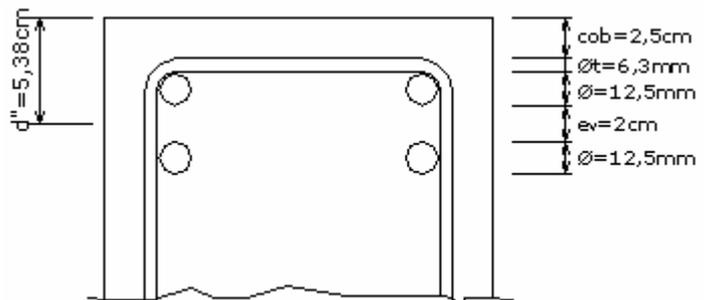


Figura 29.6 – Detalhe da armadura da região comprimida

2º.) *Altura útil e braço de alavanca*

$$d = h - d' \rightarrow d = 33,87 \text{ cm}$$

$$z = d - d'' \rightarrow z = 28,49 \text{ cm}$$

3º.) *Armadura referente ao momento limite para armadura simples*

$$f_{ck} \leq 35 \text{ MPa} \rightarrow kx_{lim} \leq 0,5, \text{ portanto adotaremos: } Kx_{lim} = 0,5$$

$$Kz_{lim} = 1 - 0,4 \cdot Kx_{lim} \rightarrow Kz_{lim} = 0,8$$

$$Kc_{lim} = \sqrt{\frac{1}{0,68 \cdot f_{cd} \cdot Kx_{lim} \cdot Kz_{lim}}} \rightarrow Kc_{lim} = 1,435$$

$$Md_{lim} = \left(\frac{d}{Kc_{lim}} \right)^2 \cdot b \cdot w \rightarrow Md_{lim} = 111,42 \text{ KN.m}$$

$$As_{lim} = \frac{Md_{lim}}{f_{yd} \cdot Kz_{lim} \cdot d} \rightarrow As_{lim} = 9,46 \text{ cm}^2$$

A Armadura de tração existente é maior que As_{lim} ; portanto a peça está com armadura dupla.

4º.) *Considerando que a armadura de tração é exata*

$$Ast = \frac{Md_{lim}}{f_{yd} \cdot Kz_{lim} \cdot d} + \frac{\Delta Md}{f_{yd} \cdot (d - d'')} \rightarrow Ast = As_{lim} + \frac{\Delta Md}{f_{yd} \cdot (d - d'')}$$

$$\Delta Md = f_{yd} \cdot z \cdot (Ast - As_{lim}) \rightarrow \Delta Md = 116,32 \text{ KN.m}$$

$$x_{lim} = Kx_{lim} \cdot d \rightarrow x_{lim} = 16,935 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_{sc} = \left(\frac{x_{lim} - d''}{x_{lim}} \right) \cdot 3,5\%_o \rightarrow \varepsilon_{sc} = 2,39\%_o \text{ mas } \varepsilon_{yd} = 2,07\%_o$$

A deformação é maior que a de início de escoamento ($\varepsilon_{sc} > \varepsilon_{yd}$) $\rightarrow f_{sc} = f_{yd}$.

$$Asc = \frac{\Delta Md}{f_{yd} \cdot (d - d'')} \rightarrow Asc = 9,39 \text{ cm}^2$$

Desta forma, a armadura de compressão existente estaria "INSUFICIENTE" de (4.908 - 9,39) cm². Portanto esta hipótese não é válida.

5º.) Considerando que a armadura de compressão é exata

$$A_{sc} = \frac{\Delta M_d}{f_{sc} \cdot (d - d'')} \rightarrow \Delta M_d = A_{sc} \cdot f_{yd} \cdot z$$

$$\Delta M_d = 60,80 \text{ KN.m}$$

$$A_{st} = \frac{M_{d_{lim}}}{f_{yd} \cdot K_z \cdot d} + \frac{\Delta M_d}{f_{yd} \cdot (d - d'')} \rightarrow A_{st} = A_{s_{lim}} + \frac{\Delta M_d}{f_{yd} \cdot (d - d'')}$$

$$A_{st} = 14,368 \text{ cm}^2$$

Desta forma, a armadura de tração existente está "EM EXCESSO" de (18,55 - 14,368) cm², fato admissível em dimensionamentos.

6º.) Momento resistente

$$M_d = M_{d_{lim}} + \Delta M_d \rightarrow M_d = 111,42 + 60,80$$

$$M_d = 172,22 \text{ KN.m}$$

conteúdo 30

flexão pura - viga T

30.1 Apresentação

Nas construções usuais, é pouco comum a ocorrência de vigas retangulares isoladas, já que os pisos estruturais (sejam de edifícios, sejam de pontes) são normalmente compostos por lajes descarregando em vigas, obtendo-se seções transversais como aquelas representadas nas figuras abaixo.

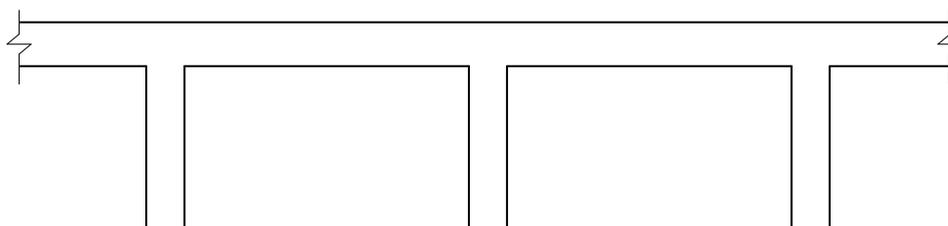


Figura 30.1 – Piso usual de edifício (laje superior)

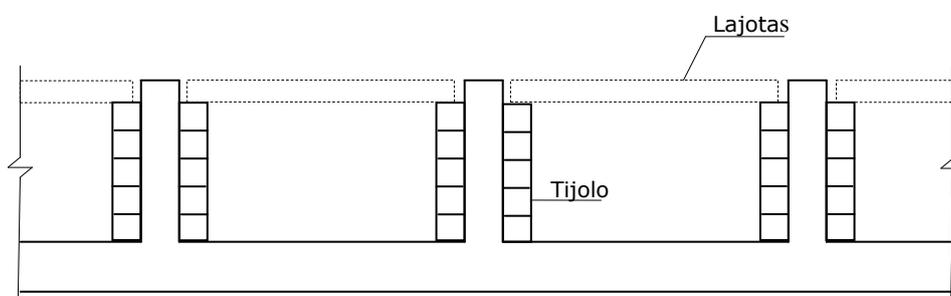


Figura 30.2 – Piso de edifício em casos especiais (laje inferior)

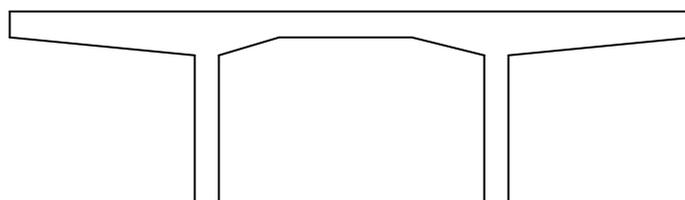


Figura 30.3 – Seção usual de ponte biapoiada

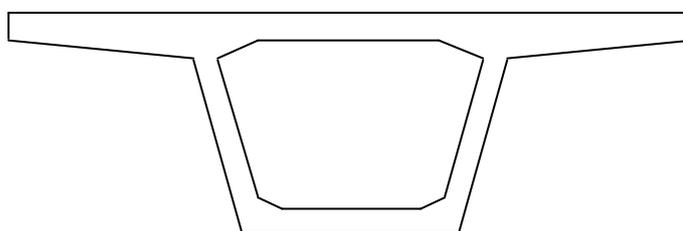


Figura 30.4 – Seção de ponte contínua (seção em caixa)

Em todas estas seções, a presença da laje (exceto figura 30.4) – necessária, independentemente de outras considerações, como elemento estrutural capaz de receber as cargas atuantes, transmitindo-as às vigas que, sob o carregamento que lhes couber, irão fletir – se revela enormemente favorável ao trabalho da viga, desde que localizada na zona

comprimida pela flexão, já que propiciará uma área de concreto resistente muito maior do que aquela que teríamos caso a seção da viga fosse um retângulo isolado.

Assim, para a figura 30.1, que representa o tipo mais comum de estrutura de piso de edifício, a laje vem a favorecer a situação das vigas para momentos positivos (no meio dos vãos), de nada adiantando para os momentos (negativos) sobre os apoios intermediários, já que, neste último caso, estando em região tracionada pela flexão, será como se não existisse.

A seção da figura 30.2 é mais lógica, para vigas contínuas; sob o ponto de vista estrutural tem, no entanto, o inconveniente de requerer um fechamento posterior do piso por lajotas (normalmente pré-fabricadas), apoiadas, em geral, sobre tijolos. Isto acarreta ônus adicional, que só se revelará recomendável no caso de termos vãos já apreciáveis para a estrutura, o que poderá tornar indispensável – em termos, até, de estabilidade – a presença da laje inferior. A respeito desta última seção, deve-se frisar que – em casos extremos – pode-se tornar necessário executá-la com lajota superior incorporada à seção resistente, visando a oferecer mesas de compressão também apreciáveis para momentos positivos.

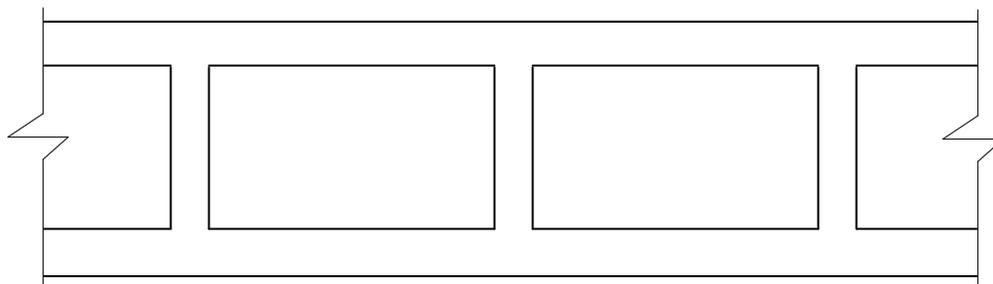


Figura 30.5 – Laje dupla

Esta última seção não é adotada usualmente em edifícios, a não ser quando vãos de maior porte a exigem estruturalmente, face ao inconveniente de acarretar a perda das formas que circundam sua parte vazada (interna), somado àquele de não permitir uma única concretagem para o piso (normalmente se executa, numa 1ª. etapa, a laje inferior e, numa 2ª. etapa, se concretam as nervuras juntamente com a laje superior). Sob o prisma estrutural é, no entanto, a ideal; pois, além de oferecer mesas resistentes para momentos fletores positivos ou negativos, possui inércia apreciável (pouco deformável à flexão) e ainda uma excelente rigidez à torção. Desta forma, no caso, por exemplo, das pontes contínuas, é normalmente o tipo de seção adotada, estando sua configuração particular dada na figura 30.4.

Finalmente, a figura 30.3, nos mostra, para as pontes biapoiadas, a seção transversal usual (não havendo, evidentemente, necessidade de laje inferior).

30.2 Largura da mesa colaborante da laje

(NBR6118/2003 – Item 14.6.2.2) Quando a estrutura for modelada sem a consideração automática da ação conjunta de lajes e vigas, esse efeito pode ser considerado mediante a adoção de uma largura colaborante da laje associada à viga, compondo uma seção transversal T. A consideração da seção T pode ser feita para estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos na estrutura, de uma forma mais realista. A largura colaborante **bf** deve ser dada pela largura da viga **bw** acrescida de no máximo 10% da distância **a** entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que houver laje

colaborante. A distância **a** pode ser estimada, em função do comprimento (ℓ) do tramo considerado, como se apresenta a seguir:

- viga simplesmente apoiada..... $a = 1,00.\ell$
- tramo com momento em uma só extremidade..... $a = 0,75.\ell$
- tramo com momentos nas duas extremidades..... $a = 0,60.\ell$
- tramo em balanço..... $a = 2,00.\ell$

Alternativamente o cômputo da distância **a** pode ser feito ou verificado mediante exame dos diagramas de momentos fletores na estrutura.

No caso de vigas contínuas, permite-se calculá-las com uma largura colaborante única para todas as seções, inclusive nos apoios sob momentos negativos, desde que ela seja calculada a partir do trecho de momentos positivos onde resulte mínima.

Devem ser respeitados os limites b_1 e b_3 conforme indicado na figura 30.6.

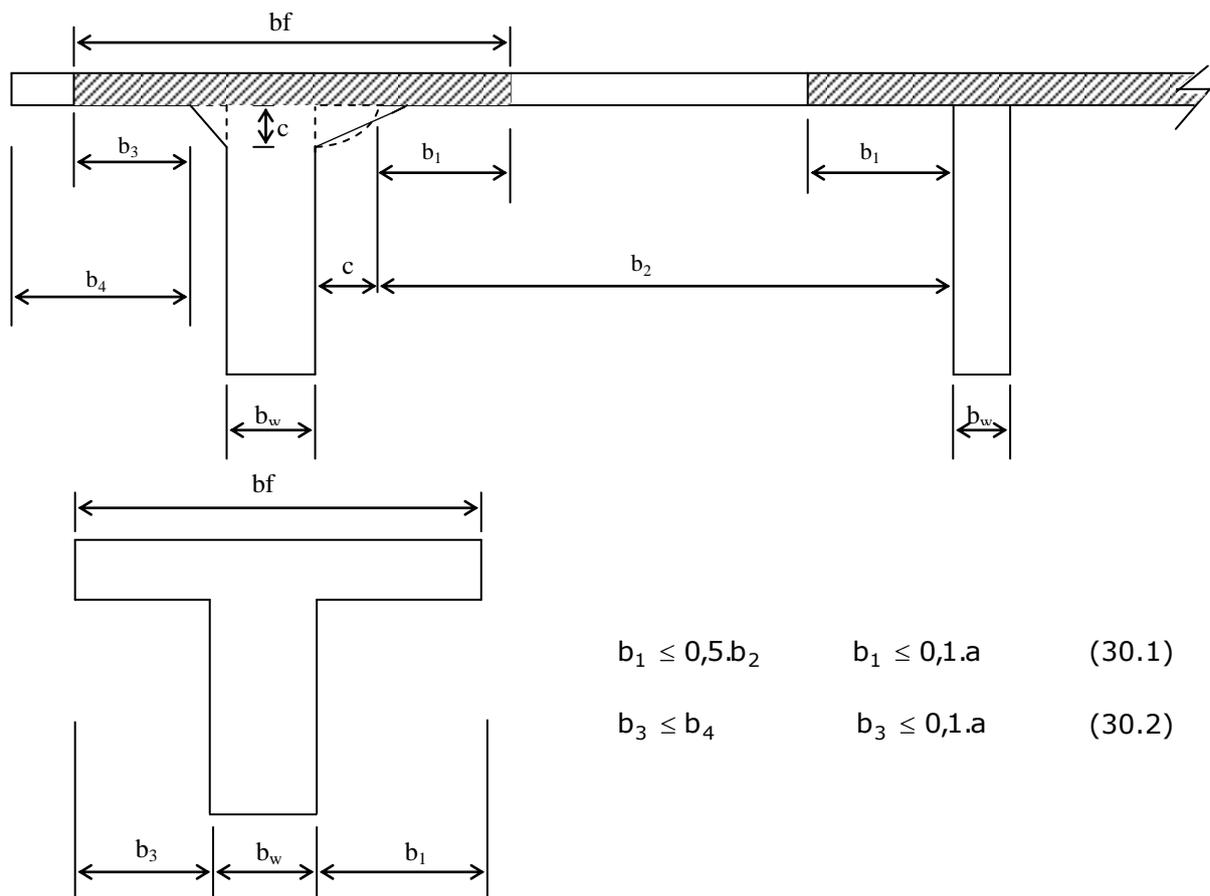


Figura 30.6– Largura da mesa colaborante

30.3 Dimensionamento

Para fins de dimensionamento, analisaremos três casos distintos que podem ocorrer para as vigas de seção T, esquematizadas sumariamente na figura 30.7.

Figura 30.7

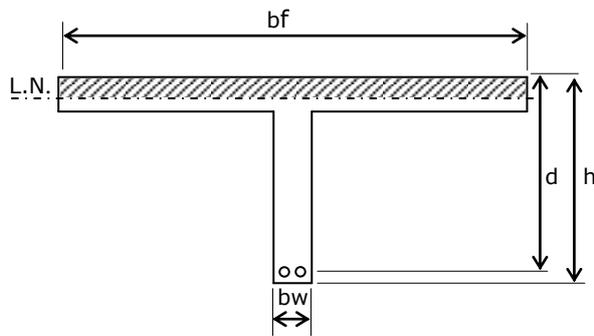


Figura 30.7.1 – Caso 1: Linha Neutra cai na mesa ($x < h_f$)

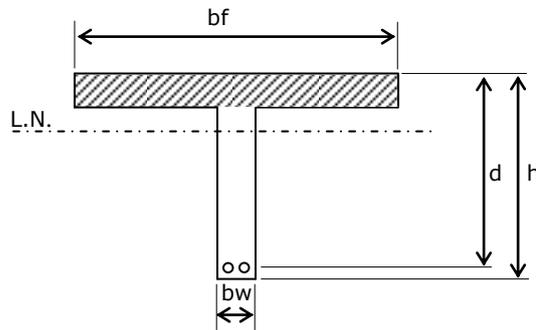


Figura 30.7.2 – Caso 2: Linha Neutra fora da mesa, cortando a alma ($h_f \leq x < 1,25h_f$)

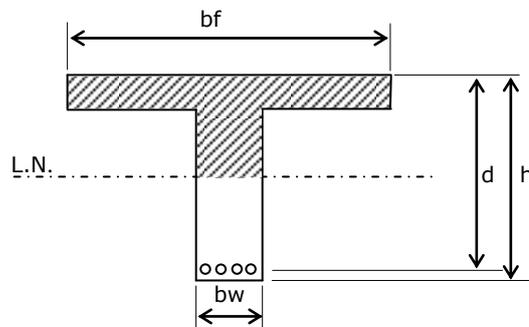


Figura 30.7.3 – Caso 3: Linha Neutra fora da mesa ($x \geq 1,25h_f$)

Na figura 30.9, da semelhança dos triângulos no diagrama de deformações;

$$\frac{\epsilon_s}{d-x} = \frac{3,5\%_o}{x} = \frac{\epsilon_{c,i}}{x-hf} \implies \frac{\epsilon_{c,i}}{\epsilon_s} = \frac{x-hf}{d-x} \quad \text{mas } x = Kx.d$$

$$\frac{\epsilon_{c,i}}{\epsilon_s} = \frac{Kx.d-hf}{d-Kx.d} = \frac{Kx.d-hf}{d(1-Kx)} \implies \frac{\epsilon_{c,i}(1-Kx)}{\epsilon_s} = \frac{Kx.d-hf}{d} = Kx - \frac{hf}{d}$$

$$\frac{\epsilon_{c,i}}{\epsilon_s}(1-Kx) = Kx - \frac{hf}{d}, \text{ multiplicando a expressão por } (-1) \text{ obtemos:}$$

$$\frac{\epsilon_{c,i}}{\epsilon_s}(Kx-1) = \frac{hf}{d} - Kx \implies \left(\frac{hf}{d}\right) = Kx + \frac{\epsilon_{c,i}}{\epsilon_s} \cdot (Kx-1) \quad (30.5)$$

Para o aço CA-50, fixando a deformada na fronteira 34, $Kx = 0,628$ e $\epsilon_s = 2,07\%_o$, substituindo em (30.5) obtemos:

$$\left(\frac{hf}{d}\right) = 0,628 + \frac{2\%_o}{2,07\%_o} \cdot (0,628 - 1) = 0,269$$

para $\epsilon_{c,i} \geq 2\%_o$ adotaremos

$$\frac{hf}{d} \leq 0,269$$

Para o aço CA-60, fixando a deformada na fronteira 34, $Kx = 0,585$ e $\epsilon_s = 2,48\%_o$, substituindo em (30.5) obtemos:

$$\left(\frac{hf}{d}\right) = 0,585 + \frac{2\%_o}{2,48\%_o} \cdot (0,585 - 1) = 0,25$$

para $\epsilon_{c,i} \geq 2\%_o$ adotaremos

$$\frac{hf}{d} \leq 0,25$$

Podemos, para cada aço utilizado, comparar com a relação específica.

Simplificadamente adotaremos :

$$\frac{hf}{d} \leq 0,25 \quad (30.6)$$

Que satisfará tanto o aço CA-50 como o CA-60.

Assim, desde que satisfeita a condição (30.6), quaisquer que sejam o aço ou concreto empregados, saberemos que são válidas as simplificações abaixo (orientação constante no Curso de Concreto - Volume I, autor José Carlos **Süssekind**, teoricamente bem sedimentada) para verificação e dimensionamento:

a) Verificação do concreto:

$$f_d = \frac{M_d}{bf \cdot \left(d - \frac{hf}{2}\right) \cdot hf} \leq 0,85 \cdot f_{cd} \quad (30.7)$$

b) Cálculo da armadura:

$$A_s = \frac{M_d}{\left(d - \frac{hf}{2}\right) \cdot f_{yd}} \quad (30.8)$$

• **Caso 3: A linha neutra intercepta a alma** $x \geq 1,25hf$ (**Figura 30.7.3**)

No caso em que a largura da alma já pode ser considerada expressiva, em termos de capacidade de resistência às tensões de compressão oriundas da flexão, seria procedimento excessivamente a favor da segurança e, portanto, antieconômico, aquele de desprezar sua colaboração. Desta forma, consideraremos a influência tanto da mesa, como da alma, empregando para essa finalidade a **Orientação do A.C.I.** (ou orientação geral). Neste critério faremos o desmembramento da seção de acordo com o esquema da figura 30.10.

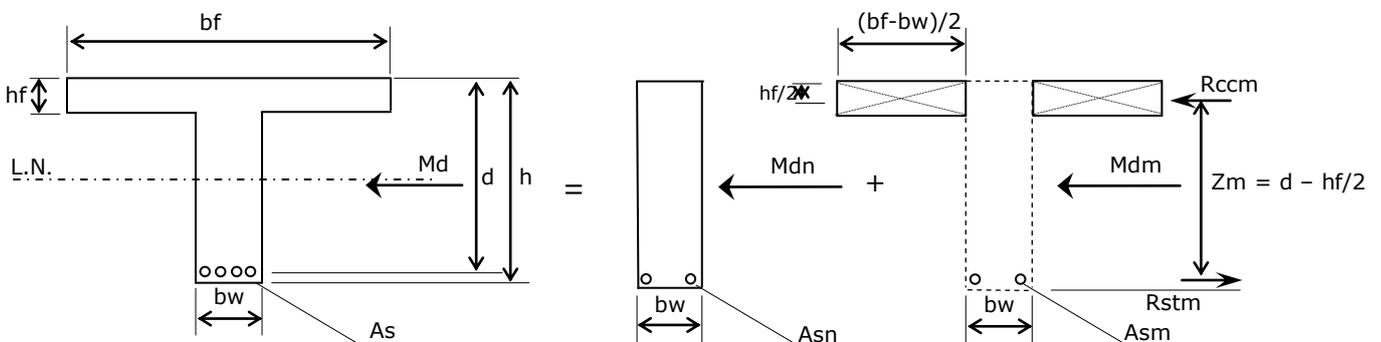


Figura 30.10 – Desmembramento da seção T

A análise das resultantes **Rccm** e **Rstm**, atuantes na seção T desmembrada de acordo com a figura 30.10 nos fornece que:

$$R_{stm} = \sigma_s \cdot A_{sm} = f_{yd} \cdot A_{sm} \quad (30.9)$$

$$R_{ccm} = \sigma_c \cdot A_{cm} = 0,85 \cdot A_{cm} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \quad (30.10)$$

Do equilíbrio estático das resultantes, vem que:

$$M_{dm} = \begin{cases} R_{ccm} \cdot Z_m \\ R_{stm} \cdot Z_m \end{cases} \quad (30.11)$$

$$(30.12)$$

Substituindo (30.10) em (30.11) ficamos com:

$$M_{dm} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (30.13)$$

Isolando A_{sm} na expressão (30.9) obtemos:

$$A_{sm} = \frac{R_{stm}}{f_{yd}} \quad (30.14)$$

Substituindo (30.12) em (30.14) vem que:

$$A_{sm} = \frac{M_{dm}}{f_{yd} \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right)} \quad (30.15)$$

As expressões de **As** e **Md** obtidas através do diagrama de desmembramento da seção T, na figura 30.10, são:

$$M_d = M_{dn} + M_{dm} \quad (30.16)$$

$$A_s = A_{sn} + A_{sm} \quad (30.17)$$

30.4 Aplicações

Exemplo 30.1 – Para o painel de lajes da figura 30.11, determine as dimensões da seção T, nos tramos da viga V2, sabe-se que V2 apóia em V6.

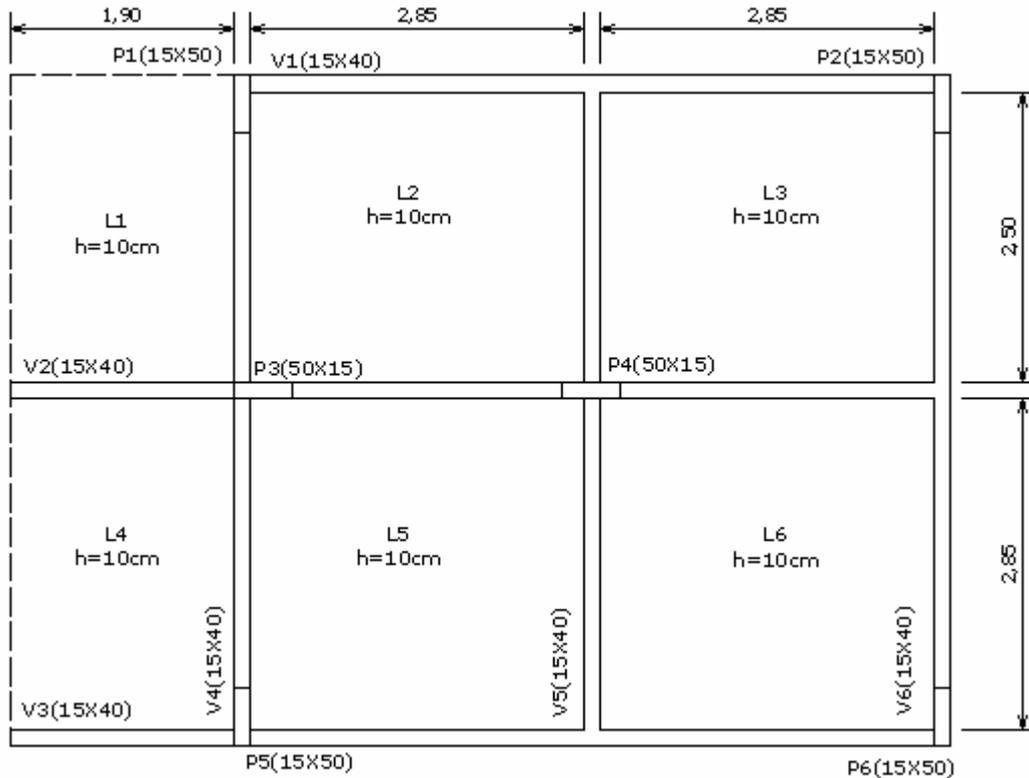


Figura 30.11 – Painel de Lajes

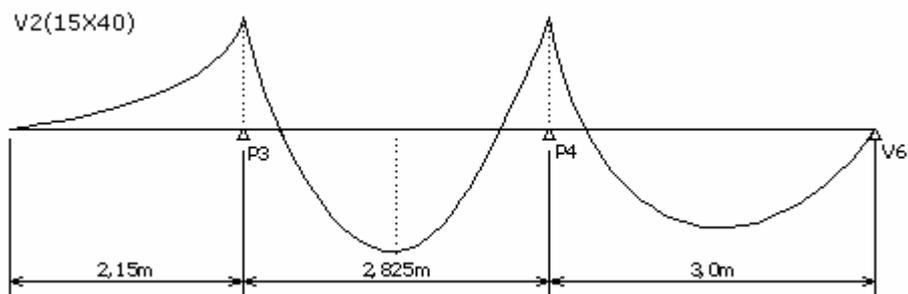


Figura 30.12 – Esquema do DMF e eixo da viga V2

1º.) Tramo Balanço – P3

$b_w = 15 \text{ cm}$

$h_f = 10 \text{ cm}$

$h = 40 \text{ cm}$

$$\ell = 215 \text{ cm}$$

De acordo com item 30.2: tramo em balanço $a = 2 \cdot \ell \rightarrow a = 430 \text{ cm}$

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,1 \cdot a = 0,1 \cdot 430 = 43 \text{ cm} \\ 0,5 \cdot b_2 = 0,5 \cdot 285 = 142,5 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\rightarrow b_1 = 43 \text{ cm}$$

$$b_3 \leq \begin{cases} 0,1 \cdot a = 0,1 \cdot 430 = 43 \text{ cm} \\ b_4 = 265 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\rightarrow b_3 = 43 \text{ cm}$$

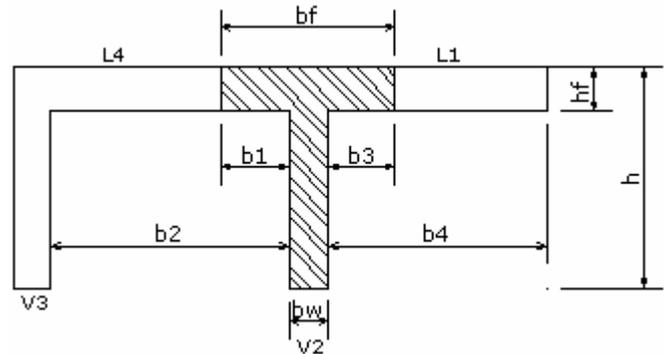


Figura 30.13 - Seção T tramo Balanço - P3

Portanto $bf = b_1 + bw + b_3 \rightarrow bf = 101 \text{ cm}$

2º.) Tramo P3 - P4

$$bw = 15 \text{ cm}$$

$$hf = 10 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$\ell = 282,5 \text{ cm}$$

De acordo com item 30.2: tramo com momento nas duas extremidades $a = 0,6 \cdot \ell \rightarrow a = 169,5 \text{ cm}$

$$b_{1L5} \leq \begin{cases} 0,1 \cdot a = 0,1 \cdot 169,5 = 16,95 \text{ cm} \\ 0,5 \cdot b_{2L5} = 0,5 \cdot 285 = 142,5 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\rightarrow b_{1L5} = 16 \text{ cm}$$

$$b_{1L2} \leq \begin{cases} 0,1 \cdot a = 0,1 \cdot 169,5 = 16,95 \text{ cm} \\ 0,5 \cdot b_{2L2} = 0,5 \cdot 250 = 125 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\rightarrow b_{1L2} = 16 \text{ cm}$$

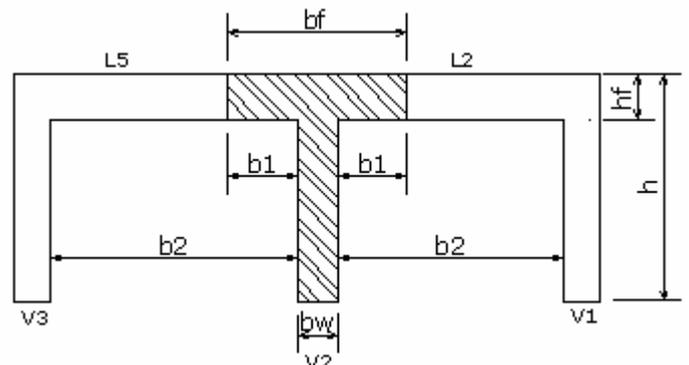


Figura 30.14 - Seção T tramo P3 - P4

Portanto $bf = b_{1L5} + bw + b_{1L2} \rightarrow bf = 47 \text{ cm}$

3º.) Tramo P4 - V6

$$b_w = 15 \text{ cm}$$

$$h_f = 10 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$\ell = 300 \text{ cm}$$

De acordo com item 30.2: tramo com momento em uma só extremidade $a = 0,75 \cdot \ell \rightarrow a = 225 \text{ cm}$

$$b_{1L6} \leq \begin{cases} 0,1 \cdot a = 0,1 \cdot 225 = 22,5 \text{ cm} \\ 0,5 \cdot b_{2L6} = 0,5 \cdot 285 = 142,5 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\rightarrow b_{1L6} = 22 \text{ cm}$$

$$b_{1L3} \leq \begin{cases} 0,1 \cdot a = 0,1 \cdot 225 = 22,5 \text{ cm} \\ 0,5 \cdot b_{2L3} = 0,5 \cdot 250 = 125 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\rightarrow b_{1L3} = 22 \text{ cm}$$

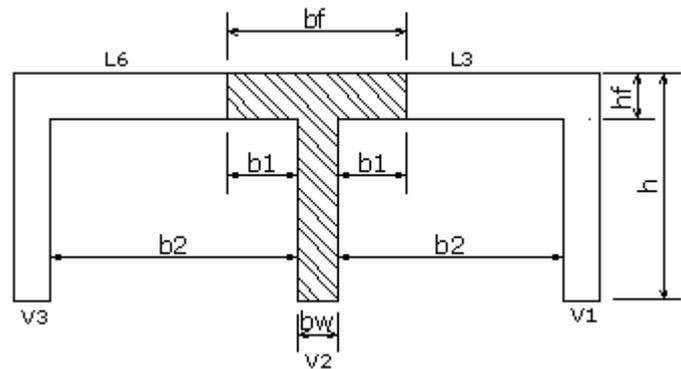


Figura 30.15 - Seção T tramo P4 - V6

Portanto $b_f = b_{1L6} + b_w + b_{1L3} \rightarrow b_f = 59 \text{ cm}$

4º.) Seção T final

De acordo com item 30.2 podemos adotar seção T única para toda a viga (menor largura colaborante obtida nos tramos), com dimensões:

$$b_w = 15 \text{ cm}$$

$$h_f = 10 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$b_f = 47 \text{ cm}$$

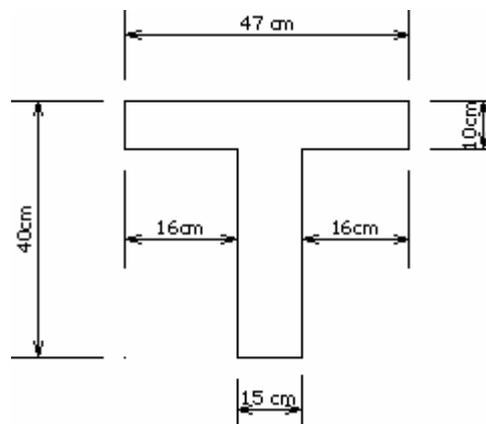


Figura 30.16 - Seção T para toda a viga V2

Exemplo 30.2 – Dimensionar a viga de seção em T com as seguintes características:

$$h_f = 10 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} h = 50 \text{ cm} \\ d' = 5 \text{ cm} \end{array} \right\} d = h - d' \rightarrow d = 45 \text{ cm}$$

$$b_w = 15 \text{ cm}$$

$$b_f = 101 \text{ cm}$$

$$\text{Concreto 25 MPa} \rightarrow f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \rightarrow f_{cd} = 17,86 \text{ MPa} = 1,786 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{AÇO CA-50A} \rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \rightarrow f_{yd} = 434,78 \text{ MPa} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

Considerar os seguintes momentos de cálculo:

a) $M_d = 350 \text{ KN.m}$

b) $M_d = 550 \text{ KN.m}$

c) $M_d = 650 \text{ KN.m}$

Momento de passagem do "caso 1" para o "caso 2" – posição da linha neutra: $x = hf$

$$x = 10 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d} \rightarrow K_x = 0,222 \quad 0 < K_x < 0,259 \quad \therefore \text{Domínio 2}$$

$$K_z = 1 - 0,4.K_x \rightarrow K_z = 0,911$$

$$K_c = \sqrt{\frac{1}{0,68.f_{cd}.K_x.K_z}} \rightarrow K_c = 2,018$$

$$M_{d_{12}} = b_f \cdot \left(\frac{d}{K_c}\right)^2 \rightarrow M_{d_{12}} = 502,23 \text{ KN.m}$$

Momento de passagem do "caso 2" para o "caso 3" – posição da linha neutra: $x = 1,25 hf$

$$x = 12,5 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d} \rightarrow K_x = 0,278 \quad 0,259 < K_x < 0,628 \quad \therefore \text{Domínio 3}$$

$$K_z = 1 - 0,4.K_x \rightarrow K_z = 0,889$$

$$K_c = \sqrt{\frac{1}{0,68.f_{cd}.K_x.K_z}} \rightarrow K_c = 1,825$$

$$M_{d_{23}} = b_f \cdot \left(\frac{d}{K_c}\right)^2 \rightarrow M_{d_{23}} = 614,07 \text{ KN.m}$$

a) Md = 350 KN.m

1º) Posição da linha neutra

$Md < Md_{12}$ → Caso 1: A linha neutra cai na mesa.

A viga será dimensionada como de seção retangular de largura constante **bf** e altura total **h**.

2º.) Área de aço da armadura

$$b_w = b_f = 101 \text{ cm}$$

$$x = 1,25.d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425.f_{cd}.b_f.d^2}} \right) \rightarrow x = 6,746 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d} \rightarrow K_x = 0,150 \text{ portanto } 0 < K_x < 0,259 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{Md}{f_{yd}.(d - 0,4.x)} \rightarrow A_s = 19,029 \text{ cm}^2$$

b) Md = 550 KN.m

1º) Posição da linha neutra

$Md_{12} < Md < Md_{23}$ → Caso 2: A linha neutra cai fora da mesa, mas antes de $x = 1,25h_f$.

Verificaremos a possibilidade de utilizarmos a simplificação sugerida pelo Süssekind.

2º.) Verificando a deformação na parte inferior da mesa ($\varepsilon \geq 2\text{‰}$)

$$\frac{h_f}{d} = \frac{10}{45} = 0,222 < 2,5 \rightarrow \text{Portanto de acordo com a expressão 30.6 é válido o uso da simplificação supracitada.}$$

3º.) Verificando se o concreto está sendo esmagado

$$\left. \begin{aligned} 0,85.f_{cd} &= 1,518 \text{ KN/cm}^2 \\ f_c &= \frac{Md}{b_f.h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right)} = 1,361 \text{ KN/cm}^2 \end{aligned} \right\} f_c < 0,85.f_{cd} \rightarrow \text{O concreto não está sendo esmagado.}$$

4º.) Área da armadura

$$A_s = \frac{Md}{f_{yd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right)} \rightarrow A_s = 31,624 \text{ cm}^2$$

c) Md = 650 KN.m

1º) Posição da linha neutra

$M_d > M_{d23} > M_{d12}$ → Caso 3: A linha neutra cai fora da mesa, após $x = 1,25hf$.

Adotaremos a orientação do ACI (ou geral) para o dimensionamento da armadura da viga.

2º) Momento de cálculo atuante na mesa

$$M_{dm} = 0,85.f_{cd}.(b_f - b_w).h_f.\left(d - \frac{h_f}{2}\right) \rightarrow M_{dm} = 522,23 \text{ KN.m}$$

3º) Área da Armadura devido à mesa

$$A_{sm} = \frac{M_{dm}}{f_{yd}\left(d - \frac{h_f}{2}\right)} \rightarrow A_{sm} = 30,027 \text{ cm}^2$$

4º) Momento de cálculo atuante na nervura

$$M_{dn} = M_d - M_{dm} \rightarrow M_{dn} = 127,77 \text{ KN.m}$$

5º) Área da armadura devido à nervura

A nervura será dimensionada como uma viga de seção retangular.

$$x = 1,25.d\left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dn}}{0,425.f_{cd}.b_f.d^2}}\right) \rightarrow x = 18,695 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{x}{d} \rightarrow K_x = 0,415 \text{ portanto } 0,259 < K_x < 0,628 \rightarrow \text{Domínio 3}$$

$$A_{sn} = \frac{M_{dn}}{f_{yd}.(d - 0,4.x)} \rightarrow A_{sn} = 7,832 \text{ cm}^2$$

6º) Área total da Armadura

$$A_s = A_{sm} + A_{sn}$$

$$A_s = 30,027 + 7,832 \rightarrow A_s = 37,859 \text{ cm}^2$$

conteúdo 31

cisalhamento

31.1 Treliça de Mörsh

O comportamento de peças fletidas (fissuradas) de concreto armado ainda não é totalmente conhecido. Uma das teorias aceita que procura explicar este comportamento é a Analogia da Treliça de Mörsh, onde é suposto que uma carga aplicada num ponto qualquer de uma viga de concreto armado, chegue até os apoios percorrendo o caminho de uma treliça, formada por banzo superior comprimido constituído pelo concreto, o banzo tracionado pela armadura inferior, as diagonais tracionadas por armadura colocada com inclinação arbitrária, α (figura 31.1).

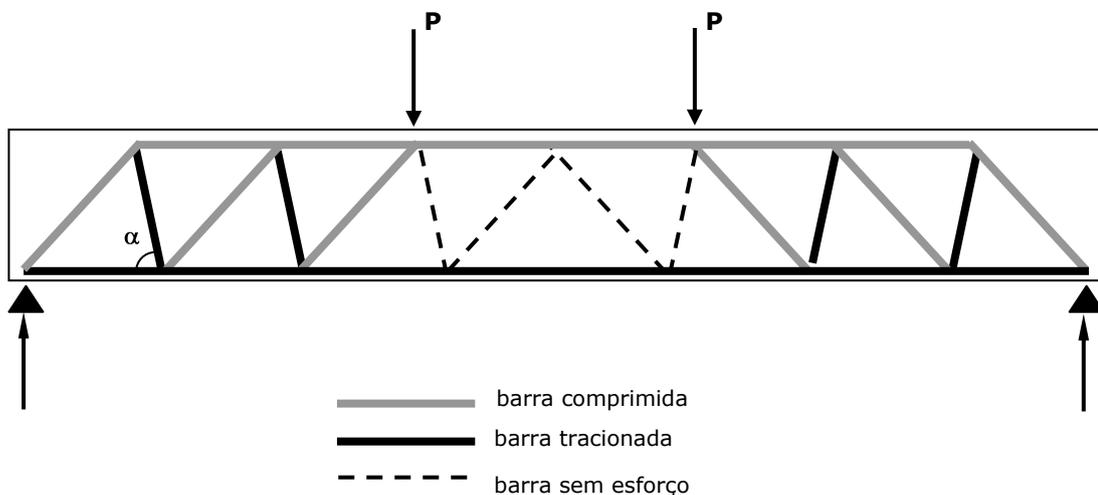


Figura 31.1 – Analogia da Treliça de Mörsh

Baseado no mecanismo da treliça, pode ser observado que a ruína da viga pode ocorrer de várias formas, já que qualquer parte (banzo, diagonal ou montante) pode entrar em colapso.

Admitindo comportamento de viga sub ou superarmada (figura 31.2), onde o momento fletor forma o binário das forças horizontais nos banzos superior e inferior, o colapso pode ocorrer por:

- esmagamento do concreto que constitui o banzo superior (viga superarmada);
- ruptura (alongamento excessivo) da armadura tracionada do banzo inferior (viga subarmada).

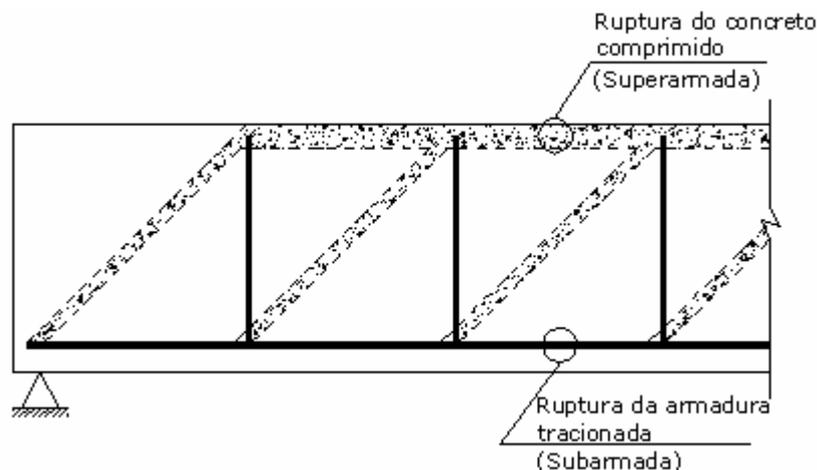


Figura 31.2 – Colapso da viga devido ao momento fletor

De modo análogo ao das vigas super e subarmadas, onde o momento fletor é o causador do colapso, pode a força cortante também ser responsável pela ruína de uma viga de concreto armado (figura 31.3). Isto pode acontecer de duas formas:

- através do esmagamento da biela (diagonal) comprimida de concreto;
- pela ruptura (alongamento excessivo) da armadura tracionada.

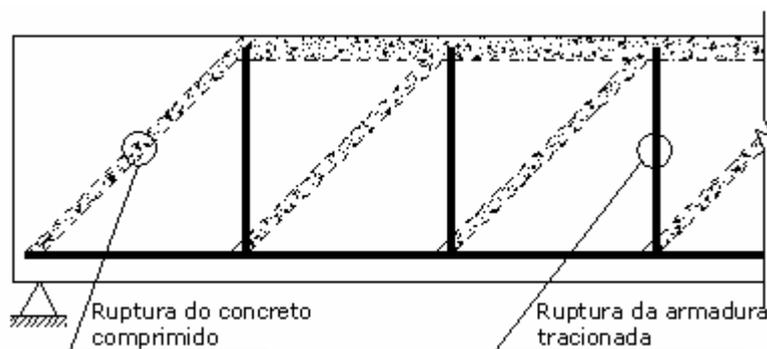


Figura 31.3 – Colapso de viga devido à força cortante

Para evitar o esmagamento do concreto comprimido do banzo superior (ruptura de viga superarmada mostrada na figura 31.2), duas providências podem ser tomadas:

- colocação de armadura na região comprimida (viga com armadura dupla);
- aumento das dimensões da seção transversal da viga.

Para evitar o esmagamento das diagonais comprimidas de concreto devido à força cortante (figura 31.3), tem sido prática corrente a adoção de uma única medida:

- aumento das dimensões da seção transversal da viga.

31.2 Estabilidade das diagonais comprimidas de concreto

Seja a Figura 31.4, onde o ângulo θ indica a inclinação das diagonais comprimidas, o ângulo α representa a inclinação das barras da armadura de cisalhamento e σ_{cw} corresponde às tensões de compressão nas bielas (diagonais) de concreto.

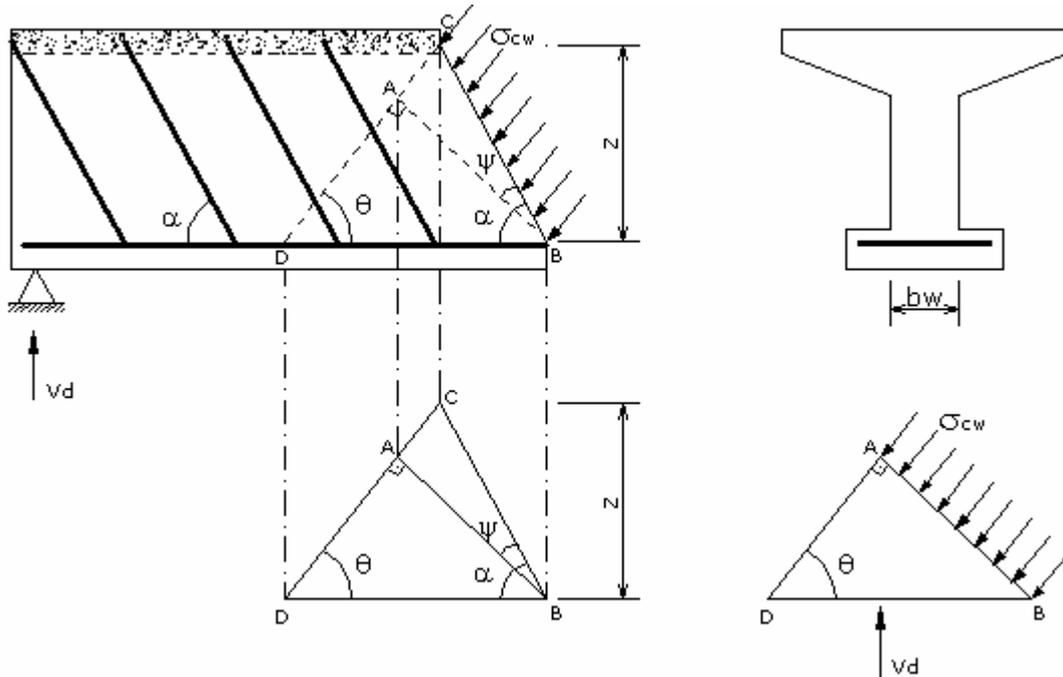


Figura 31.4 – Tensões na diagonal comprimida

Do triângulo BCD da figura 31.4 tem-se:

$$BC = \frac{z}{\text{sen}\alpha} \quad (31.1)$$

Do triângulo ABC, tem-se:

$$AB = BC \cdot \cos\psi \quad (31.2)$$

donde

$$AB = \frac{z}{\text{sen}\alpha} \cdot \cos\psi \quad (31.3)$$

Do triângulo ABC é válido:

$$\psi = \alpha - (90^\circ - \theta) \quad (31.4)$$

Donde

$$AB = \frac{z}{\text{sen}\alpha} \cdot \cos[\alpha - (90^\circ - \theta)] \quad (31.5)$$

Desenvolvendo a expressão do cosseno com as fórmulas da trigonometria, obtém-se:

$$AB = z \cdot \text{sen}\theta \cdot (\text{cotg}\alpha + \text{cotg}\theta) \quad (31.6)$$

Considerando o equilíbrio vertical das forças (σ_{cw} é perpendicular à AB pois tem a direção de θ), tem-se (ver figura 31.4):

$$V_{sd} = \sigma_{cw} \cdot (bw \cdot AB) \cdot \text{sen}\theta \quad (31.7)$$

com (31.6)

$$V_{sd} = \sigma_{cw} \cdot bw \cdot [z \cdot \text{sen}\theta \cdot (\text{cotg}\alpha + \text{cotg}\theta)] \cdot \text{sen}\theta \quad (31.8)$$

$$V_{sd} = \sigma_{cw} \cdot bw \cdot z \cdot [\text{sen}^2\theta \cdot (\text{cotg}\alpha + \text{cotg}\theta)] \quad (31.9)$$

Admitindo

$$z = 0,9 \cdot d \quad (31.10)$$

tem-se:

$$V_{sd} = \sigma_{cw} \cdot bw \cdot (0,9 \cdot d) \cdot \text{sen}^2\theta \cdot (\text{cotg}\alpha + \text{cotg}\theta) \quad (31.11)$$

Da expressão acima, isolando σ_{cw} , vem:

$$\sigma_{cw} = \frac{V_{sd}}{bw \cdot d} \cdot \frac{1}{0,9 \cdot \text{sen}^2\theta \cdot (\text{cotg}\alpha + \text{cotg}\theta)} \quad (31.12)$$

A condição de estabilidade para a diagonal comprimida é:

$$\sigma_{cw} = \frac{V_{sd}}{bw \cdot d} \cdot \frac{1}{0,9 \cdot \text{sen}^2\theta \cdot (\text{cotg}\alpha + \text{cotg}\theta)} \leq 0,85 \cdot f_{cd} \quad (31.13)$$

portanto, um limite máximo para a força cortante solicitante de cálculo é

$$V_{sd} < 0,765 \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot d \cdot \text{sen}^2\theta \cdot (\text{cotg}\alpha + \text{cotg}\theta) \quad (31.14)$$

A NBR6118/2003 – Item 17.4.2.3, substitui o fator **0,765** por **0,54 α_v** e apresenta o valor máximo admissível para a força cortante solicitante de cálculo como sendo:

$$V_{Rd2} = 0,54 \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot d \cdot \text{sen}^2\theta \cdot (\text{cotg}\alpha + \text{cotg}\theta) \quad (31.15)$$

onde:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (31.16)$$

A condição de estabilidade das diagonais comprimidas de concreto é, então:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (31.17)$$

31.3 Dimensionamento da armadura de cisalhamento

Seja a Figura 31.5, onde V_c é a força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça (atrito resistido pelo concreto não fissurado), θ corresponde à inclinação das diagonais comprimidas (paralelas às fissuras) e s define o espaçamento horizontal da armadura de inclinação α (armadura de cisalhamento).

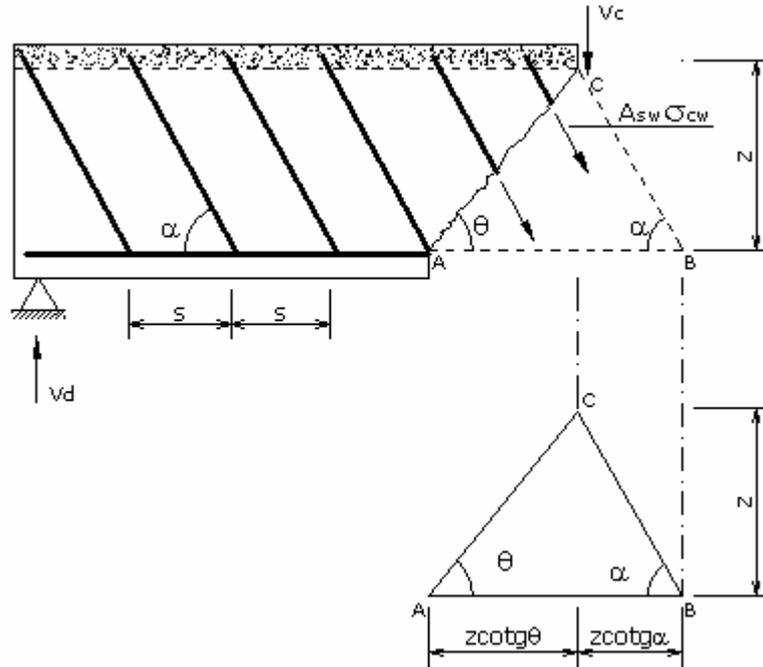


Figura 31.5 – Armadura de cisalhamento

O número de barras que corta a seção fissurada AC (cuja projeção na horizontal é AB) é dado por:

$$n = \frac{AB}{s} \quad \text{com} \quad AB = z \cdot \cotg\theta + z \cdot \cotg\alpha \quad (31.18)$$

$$AB = \frac{z}{s} \cdot (\cotg\theta + \cotg\alpha) \quad (31.19)$$

Do equilíbrio vertical das forças que atuam na peça, tem-se:

$$V_{sd} = V_c + R_{sw} \cdot \text{sen}\alpha \quad (31.20)$$

$$V_{sd} = V_c + (n \cdot A_{sw} \cdot \sigma_{sw}) \cdot \text{sen}\alpha \quad (31.21)$$

Com a (31.19), vem:

$$V_{sd} = V_c + \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot \sigma_{sw} \cdot (\cotg\theta + \cotg\alpha) \cdot \text{sen}\alpha \quad (31.22)$$

e considerando de forma aproximada $z = 0,9.d$

$$V_{sd} = V_c + \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9.d \cdot \sigma_{sw} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (31.23)$$

A segunda parcela representa a força cortante absorvida pela armadura. A capacidade resistente da seção é obtida fazendo-se a tensão na armadura igual à resistência de cálculo $\sigma_{sw} = f_{ywd}$.

Chamando, para utilizar a nomenclatura da norma:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9.d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (31.24)$$

$$e \quad V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (31.25)$$

A condição de estabilidade para a armadura transversal de cisalhamento, fica:

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (31.26)$$

A tensão f_{ywd} , da armadura, tem as seguintes restrições:

$$f_{ywd} \leq \begin{cases} f_{yd} \\ 435 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{para estribos;} \\ f_{ywd} \leq \begin{cases} 0,7 \cdot f_{yd} \\ 435 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{para barras dobradas.}$$

onde:

V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça;

V_{sw} é a parcela de força cortante absorvida pela armadura transversal.

Para determinar o valor da parcela **V_c** a NBR6118/2003 – Item 17.4.2.2, define:

$$V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot w \cdot d \quad (31.27)$$

onde f_{ctd} é a resistência de cálculo à tração do concreto, obtida por

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (31.28)$$

sendo:

$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$ a resistência média à tração do concreto, e

$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm}$ a resistência característica inferior à tração.

sendo:

$V_c = 0$ nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c0}$ na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d$$

$$V_c = V_{c1} \left(1 + \frac{M_0}{M_{sd, \max}} \right) \leq 2.V_{c1} \quad \text{na flexo-compressão.}$$

O cálculo da armadura por unidade de comprimento, é feito isolando-se **Asw/s** da condição de estabilidade da armadura dada pela expressão (31.26). Assim:

$$\frac{Asw}{s} \geq \frac{V_{sd} - V_c}{0,9.d.fywd(\cot \theta + \cot \alpha).sen \alpha} \quad (31.32)$$

A taxa geométrica de armadura é dada por:

$$\rho_w = \frac{Asw}{b_w.s.sen \alpha} \quad (31.33)$$

31.4 Particularizações

31.4.1 Inclinação das diagonais comprimidas $\theta = 45^\circ$

Tem-se:

$$\sen^2 \theta = \sen^2 45^\circ = 0,5 \quad (31.34)$$

$$\cotg \theta = \cotg 45^\circ = 1,0 \quad (31.35)$$

• Verificação das diagonais comprimidas:

Considerando as expressões (31.15), (31.34) e a (31.35), obtém-se:

$$V_{Rd2} = 0,27.\alpha_v.f_{cd}.b_w.d.(\cotg \alpha + 1) \quad (31.36)$$

onde α_v é o obtido pela expressão (31.16) e a condição de estabilidade das diagonais comprimidas de concreto verificada pela expressão (31.17).

• Cálculo da armadura de cisalhamento:

Com as expressões (31.24) e (31.35), obtém-se:

$$V_{sw} = \frac{Asw}{s} . 0,9.d.fywd.(1 + \cotg \alpha)sen \alpha \quad (31.37)$$

que pode ser escrita:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen} \alpha + \cos \alpha) \quad (31.38)$$

a condição de estabilidade da armadura transversal é verificada pela expressão (31.26), e a armadura por unidade de comprimento é dada por:

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sd} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} (\text{sen} \alpha + \cos \alpha)} \quad (31.39)$$

31.4.2 Inclinação das diagonais comprimidas $\theta = 30^\circ$

Tem-se:

$$\text{sen}^2 \theta = \text{sen}^2 30^\circ = 0,25 \quad (31.40)$$

$$\text{cotg} \theta = \text{cotg} 30^\circ = 1,723 \quad (31.41)$$

- **Verificação das diagonais comprimidas:**

Considerando as expressões (31.15), (31.40) e a (31.41), obtém-se:

$$V_{Rd2} = 0,0675 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot (\text{cotg} \alpha + 1,723) \quad (31.42)$$

onde α_v é o obtido pela expressão (31.16) e a condição de estabilidade das diagonais comprimidas de concreto verificada pela expressão (31.17).

- **Cálculo da armadura de cisalhamento:**

Com as expressões (31.24) e (31.41), obtém-se:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (1,723 + \text{cot} g \alpha) \text{sen} \alpha \quad (31.43)$$

a condição de estabilidade da armadura transversal é verificada pela expressão (31.26), e a armadura por unidade de comprimento é dada por:

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sd} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} (1,723 + \text{cot} g \alpha) \cdot \text{sen} \alpha} \quad (31.44)$$

para $\alpha = 90^\circ$
$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sd} - V_c}{1,55 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad (31.45)$$

para $\alpha = 60^\circ$
$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sd} - V_c}{1,793 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad (31.46)$$

$$\text{para } \alpha = 45^\circ \quad \frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sd} - V_c}{1,733 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad (31.47)$$

31.4.3 Modelo de Cálculo I

A NBR6118/2003 - Item 17.4.2.2 apresenta um modelo de cálculo para verificação do cisalhamento em peças com $b_w < 5 \cdot d$ que vem a ser uma simplificação do método geral. O "modelo I" admite diagonais de compressão inclinadas de $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independente de V_{sd} .

- **Verificação das diagonais comprimidas de concreto:**

É desconsiderado o fator $(\cotg \alpha + 1)$ da expressão (31.36), que leva em conta a inclinação da armadura. Para $\alpha = 90^\circ$ se tem $\cotg(+1) = 1,0$ mas para $(=45^\circ$ ou 60° considerar $\cotg(+1) = 1,0$ leva a um resultado para V_{Rd2} a favor da segurança.

Assim, obtemos:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (31.48)$$

onde α_v é o obtido pela expressão (31.16) e a condição de estabilidade das diagonais comprimidas de concreto verificada pela expressão (31.17).

- **Cálculo da armadura de transversal:**

A parcela da força cortante absorvida pela armadura é a que se obtém da expressão geral (31.24) com $\theta = 45^\circ$, assim:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sen \alpha + \cos \alpha) \quad (31.49)$$

A parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça pode ser considerada como é indicado abaixo. Notar que o "modelo I" permite o cálculo de V_c sem considerar o valor de V_{sd} .

Sendo

$$V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (31.50)$$

onde V_c e f_{ctd} são obtidos pelas expressões apresentadas no item 31.3.

A condição de estabilidade é:

$$V_{sd} \leq V_c + V_{sw} \quad (31.51)$$

donde resulta a expressão para o cálculo da armadura, que é a mesma obtida para $\theta = 45^\circ$:

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sd} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (31.52)$$

Para $\alpha = 90^\circ$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sd} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad (31.53)$$

A diferença no cálculo da armadura em relação à particularização para $\theta=45^\circ$ está no valor considerado para V_c .

31.5 Comparação entre os resultados que se obtém para valores diferentes de θ

Para $\theta = 30^\circ$, obtém-se:

- **menor** capacidade resistente (menor valor para V_{Rd2}), o que pode levar a seções transversais maiores;
- considerando uma dada seção transversal, **menor** quantidade de armadura transversal necessária (A_{sw}/s), levando a uma economia de armadura.

Para $\theta = 45^\circ$, obtém-se:

- **maior** capacidade resistente (maior valor para V_{Rd2}), o que pode levar a seções transversais menores;
- considerando uma dada seção transversal, **maior** quantidade de armadura transversal necessária (A_{sw}/s).

Para o "**modelo de cálculo I**", tem-se maior simplicidade nos cálculos.

31.6 Armadura transversal mínima

(NBR6118/2003 – Item 17.4.1.1.1) Todos os elementos lineares submetidos à força cortante, a exceção dos casos indicados abaixo, devem conter armadura transversal mínima constituída por estribos, com taxa geométrica:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \sin \alpha} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywd}} \quad (31.54)$$

Para $\alpha = 90^\circ$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_{\min} \geq 0,2 \cdot b_w \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yw}} \quad (31.55)$$

onde:

A_{sw} é a área da seção transversal dos estribos, somados todos os ramos que cortam a linha neutra;

s é o espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

α é a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;
 b_w é a largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção,.

Fazem exceção a essa regra:

a) os elementos estruturais lineares com $b_w > 5d$ (em que d é a altura útil da seção), caso que deve ser tratado como laje;

b) as nervuras de lajes nervuradas, quando espaçadas de menos de 60 cm, que também podem ser verificadas como lajes;

c) os pilares e elementos de fundação submetida predominantemente à compressão, que atendam simultaneamente, na combinação mais desfavorável das ações em estado limite último, calculada a seção no Estádio I, as condições seguintes:

- em nenhum ponto deve ser ultrapassada a tensão f_{ctk} ;
- $V_{sd} < V_{co}$.

31.7 Cargas próximas aos apoios

(NBR6118/2003 – Item 17.4.1.2.1) Para o cálculo da armadura transversal, no caso de apoio direto (se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas do elemento estrutural, comprimindo-a), valem as seguintes prescrições:

a) a força cortante oriunda de cargas distribuídas pode ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância $d/2$ da face de apoio, constante e igual à desta seção;

Cisalhamento em Vigas de Concreto Armado

b) a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância $a < 2d$ do eixo teórico do apoio pode, nesse trecho de comprimento a , ser reduzida multiplicando-a por $a/(2d)$. Todavia, esta redução não se aplica às forças cortantes provenientes dos cabos inclinados de protensão.

As reduções indicadas neste item não se aplicam à verificação da resistência à compressão diagonal do concreto. No caso de apoios indiretos, essas reduções também não são permitidas.

A parcela da carga distribuída compreendida entre a face do apoio e a seção dela distante de $d/2$ se transfere ao apoio diretamente pela diagonal comprimida, não necessitando ser suspensa pela armadura, portanto sem solicitá-la (ver Figura 31.6).

$V_{sd,face}$ → verificar o esmagamento da diagonal comprimida ($\leq V_{Rd2}$)

$V_{sd,red}$ → Dimensionar a armadura transversal ($\leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$)

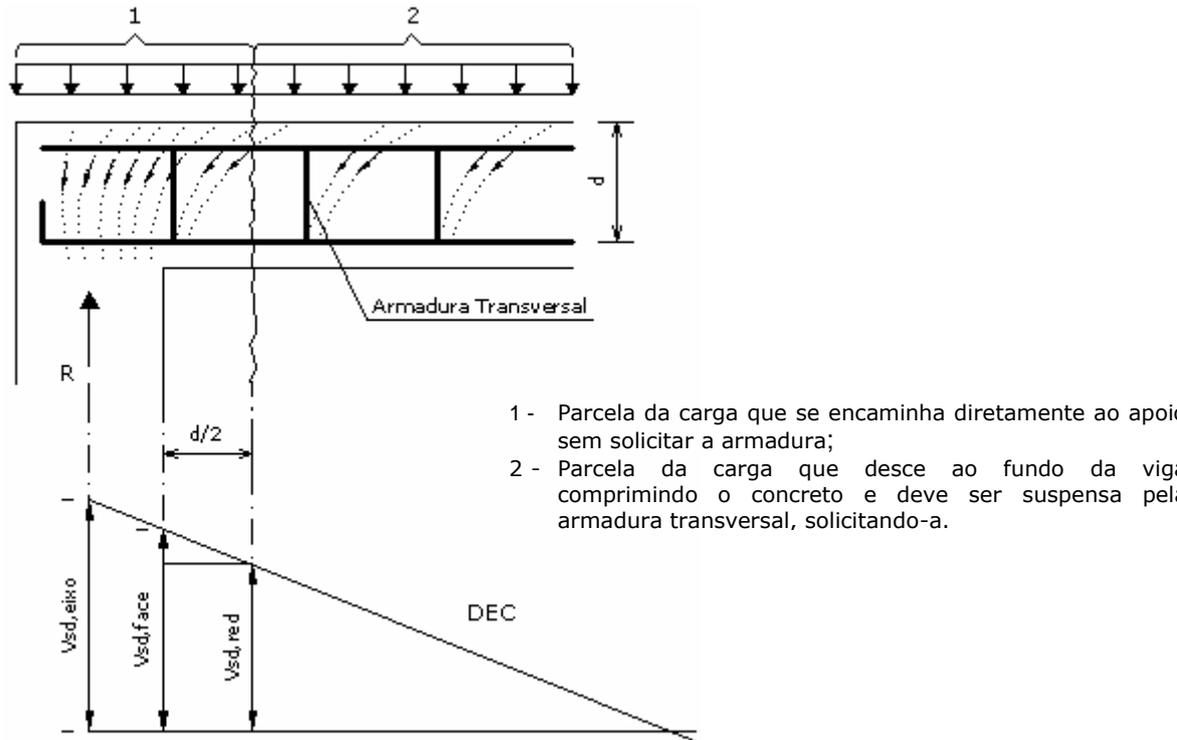


Figura 31.6 – Redução da força cortante solicitante devido à carga distribuída

As cargas concentradas aplicadas a uma distância $a \leq 2d$ do eixo do apoio têm uma parcela que se encaminha diretamente ao apoio sem a necessidade de ser suspensa pela armadura e outra parcela que chega ao fundo da viga e precisa ser suspensa. Assim pode-se considerar uma redução no valor da força cortante para o cálculo da armadura, descontando-se a parcela da carga que não a solicita.

A força cortante reduzida a ser considerada no cálculo da armadura transversal é:

$$V_{sd, red} = V_{sd, eixo} \cdot \frac{a}{2d} \quad (31.56)$$

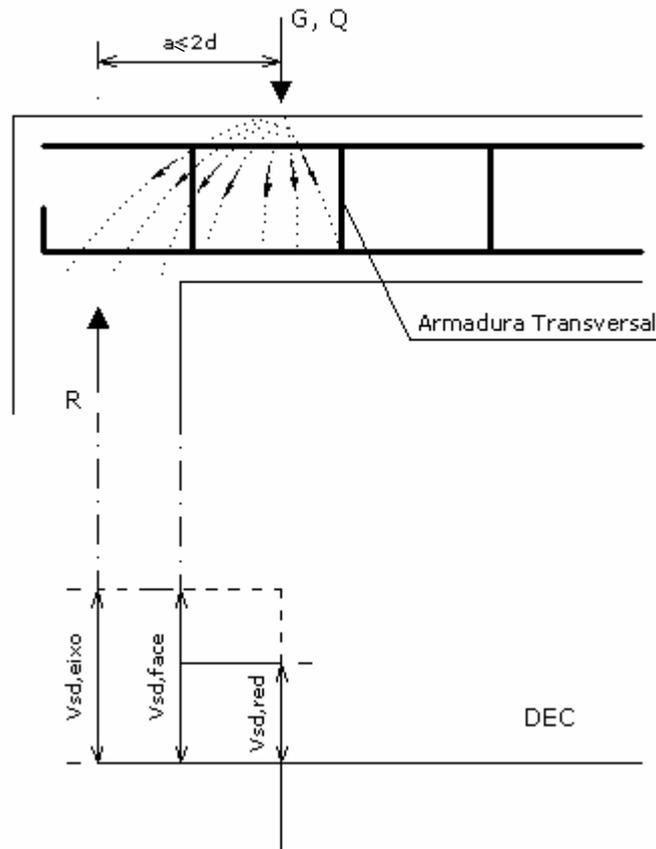


Figura 31.7 – Força cortante reduzida devida à carga concentrada

31.8 Detalhamento da armadura transversal

(NBR6118/2003 – Item 18.3.3.2) Os estribos para cortantes devem ser fechados através de um ramo horizontal, envolvendo as barras da armadura longitudinal de tração, e ancorados na face oposta. Quando essa face também puder ser tracionada, o estribo deve ter o ramo horizontal nessa região, ou complementado por meio de barra adicional.

O diâmetro da barra que constitui o estribo deve ser maior ou igual a 5mm, sem exceder 1/10 da largura da alma da viga. Quando a barra for lisa, seu diâmetro não pode ser superior a 12mm. No caso de estribos formados por telas soldadas, o diâmetro mínimo pode ser reduzido para 4,2mm, desde que sejam tomadas precauções contra a corrosão dessa armadura.

O espaçamento mínimo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa. O espaçamento máximo deve atender às seguintes condições:

$$\text{se } V_{sd} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2r} \quad \text{então } s_{\text{máx}} = 0,6 \cdot d \leq 300\text{mm}; \quad (31.57)$$

$$\text{se } V_{sd} > 0,67 \cdot V_{Rd2r} \quad \text{então } s_{\text{máx}} = 0,3 \cdot d \leq 200\text{mm}. \quad (31.58)$$

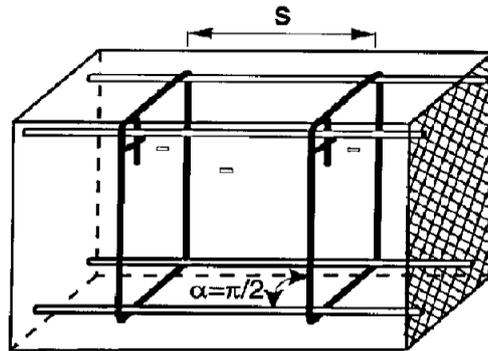


Figura 31.8 - Espaçamento entre estribos verticais

O espaçamento transversal entre ramos sucessivos da armadura constituída por estribos não deve exceder os seguintes valores:

$$\text{se } V_{sd} \leq 0,20 \cdot V_{Rd2r} \quad \text{então } s_{t,m\acute{a}x} = d \leq 800\text{mm}; \quad (31.59)$$

$$\text{se } V_{sd} > 0,20 \cdot V_{Rd2r} \quad \text{então } s_{t,m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d \leq 350\text{mm}. \quad (31.60)$$

31.9 Aplicações

Exemplo 31.1 – Calcular a menor seção transversal retangular capaz de suportar a força cortante solicitante de cálculo $V_{sd} = 500$ KN. Considere:

“Modelo de cálculo I”, sugerido pela NBR6118/2003;

concreto C20 $\rightarrow f_{ck} = 20$ MPa;

$b_w = 20$ cm;

$d' = 4$ cm.

1º) coeficiente α_V

$$\alpha_V = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \rightarrow \alpha_V = 0,92$$

2º) resistência a compressão de cálculo do concreto

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \rightarrow f_{cd} = 14,286 \text{ MPa} = 1,429 \text{ KN/cm}^2$$

3º) altura da seção transversal

Da condição de estabilidade das diagonais comprimidas (31.17) temos que:

$$V_{Rd2} \geq V_{sd}$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \geq V_{sd}$$

$$d \geq \frac{V_{sd}}{0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w} \rightarrow d \geq 70,38 \text{ cm}$$

Adotando $d = 71 \text{ cm}$ e sendo $h = d + d' \rightarrow h = 75 \text{ cm}$

Exemplo 31.2 – Determinar os cortantes de cálculo, para o dimensionamento das armaduras transversais para as vigas cujos diagramas de esforços cortantes estão esquematizados nas figuras 31.9 e 31.10. Considere:

Redução da força solicitante devido a cargas próximas ao apoio, sugerida pela NBR6118/2003;

$$h_{viga} = 50 \text{ cm}$$

$$h_{pilar} = 40 \text{ cm (dimensão da seção do pilar na direção da viga)}$$

$$d' = 5 \text{ cm}$$

a)

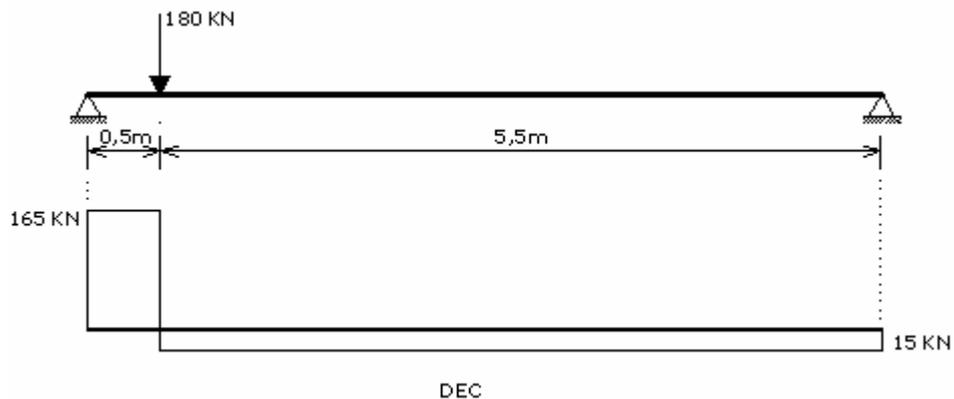


Figura 31.9 – Carregamento e Diagrama de esforços cortantes

1º.) Cortante de cálculo no eixo do apoio

$$V_{sk,eixo} = 165 \text{ kN}$$

$$V_{sd,eixo} = 1,4 \cdot V_{sk,eixo} \rightarrow V_{sd,eixo} = 231 \text{ kN}$$

2º.) Verificando a posição da carga em relação ao eixo do apoio

$$d = h - d' \rightarrow d = 45 \text{ cm}$$

$$2d = 90\text{cm} = 0,9 \text{ m}$$

Temos que:

$$\left. \begin{array}{l} a = 0,5 \text{ m} \\ 2d = 0,9 \text{ m} \end{array} \right\} a < 2d \rightarrow \text{Podemos aplicar a redução da força solicitante próxima ao apoio.}$$

3º.) Cortante de cálculo reduzido

$$V_{sd,red} = V_{sd,eixo} \cdot \frac{a}{2 \cdot d} \rightarrow V_{sd,red} = 128,33 \text{ KN}$$

b)

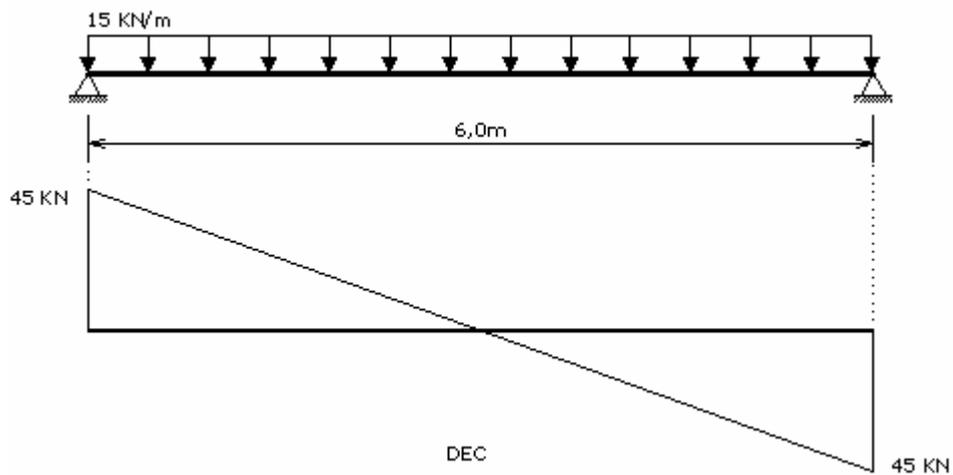


Figura 31.10 – Carregamento e diagrama de esforços cortantes

1º.) Cortante de cálculo no eixo do apoio

$$V_{sk,eixo} = 45 \text{ KN}$$

$$V_{sd,eixo} = 1,4 \cdot V_{sk,eixo} \rightarrow V_{sd,eixo} = 63 \text{ KN}$$

2º.) Cortante de cálculo reduzido

$$\frac{d}{2} = 22,5\text{cm} = 0,225 \text{ m}$$

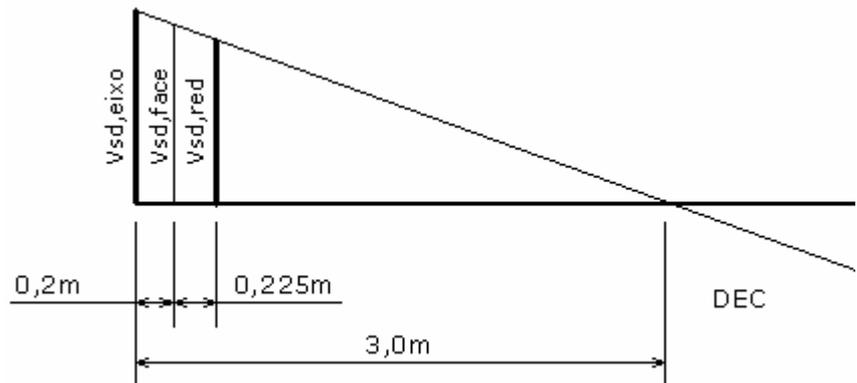


Figura 31.11 – Esforços cortantes próximos ao apoio

$$\frac{d}{2} = 22,5\text{cm} = 0,225 \text{ m}$$

Da comparação entre os triângulos da figura 31.11, temos:

$$\frac{V_{sd,red}}{3,0 - 0,425} = \frac{V_{sd,eixo}}{3,0} \quad \rightarrow \quad V_{sd,red} = \frac{2,575 \cdot V_{sd,eixo}}{3,0}$$

$$V_{sd,red} = 54,075 \text{ KN}$$

Exemplo 31.3 – Determinar a armadura de cisalhamento e detalhar os estribos para o trecho da viga de seção retangular esquematizado na figura 31.12. Considere:

“Modelo de Cálculo I”

Aço CA-50

Concreto C20

$h = 40 \text{ cm}$

$d' = 4 \text{ cm}$

$b_w = 12 \text{ cm}$

Estribos com $\alpha = 90^\circ$

Não considerar a redução da força solicitante próxima ao apoio.

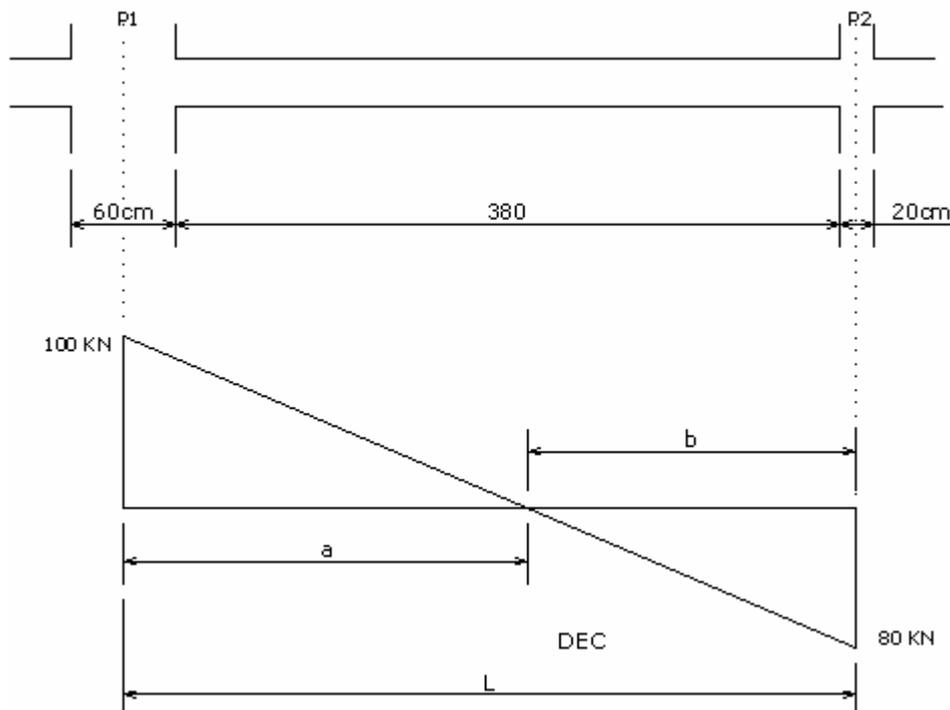


Figura 31.12 – Diagrama de esforços cortantes (de cálculo)

1º.) Trechos do diagrama

$$L = 380 + 30 + 10 \rightarrow L = 420 \text{ cm}$$

Da comparação de triângulos no DEC, temos que:

$$\frac{180}{420} = \frac{100}{a} \quad a = \frac{420 \cdot 100}{180} \rightarrow a = 233 \text{ cm}$$

$$b = L - a \rightarrow b = 187 \text{ cm}$$

2º.) Verificação da estabilidade das diagonais comprimidas de concreto

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa} \rightarrow f_{cd} = \frac{20}{1,4} = 14,286 \text{ MPa} = 1,429 \text{ KN/cm}^2$$

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \rightarrow \alpha_v = 0,92$$

$$d = h - d' = 40 - 4 = 36 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{sd} = 100 \text{ KN} \\ V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \rightarrow V_{Rd2} = 153,34 \text{ KN} \end{array} \right\} V_{sd} < V_{Rd2}$$

Portanto de acordo com a expressão (31.17) a estabilidade das diagonais comprimidas de concreto está assegurada.

3º.) Armadura mínima

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \rightarrow f_{ctm} = 2,21 \text{ MPa} = 0,221 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_{yk} = f_{wk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ KN/cm}^2$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_{\min} \geq 0,2 \cdot b_w \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{wk}} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_{\min} = 0,2 \cdot 12 \cdot \frac{0,221}{50} = 0,01061 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_{\min} = 1,061 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

4º.) Cortante admissível correspondente à armadura mínima (cortante mínimo)

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 0,7 \cdot 0,221 \rightarrow f_{ctk,inf} = 0,1547 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,1547}{1,4} \rightarrow f_{ctd} = 0,1105 \text{ KN/cm}^2$$

$$V_c = V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d = 0,6 \cdot 0,1105 \cdot 12 \cdot 36 \rightarrow V_c = 28,64 \text{ KN}$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} \rightarrow f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

De acordo com o item 31.3, para estribos devemos ter:

$$f_{ywd} \leq \begin{cases} f_{yd} \\ 435 \text{ MPa} \end{cases} \rightarrow f_{ywd} = 435 \text{ MPa} = 43,50 \text{ KN/cm}^2$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_{\text{mín}} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha) \quad \text{sendo} \quad \alpha = 90^\circ \rightarrow \text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha = 1$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_{\text{mín}} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} = 1,061 \cdot 0,9 \cdot 0,36 \cdot 43,50 \rightarrow V_{sw} = 14,95 \text{ KN}$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} = 28,64 + 14,95 \rightarrow V_{Rd3} = 43,59 \text{ KN}$$

De acordo com a expressão (31.26)

$$V_{sd, \text{mín}} \leq V_{Rd3} \rightarrow V_{sd, \text{mín}} = 43,59 \text{ KN}$$

5º.) Trecho onde pode se utilizar apenas a armadura mínima

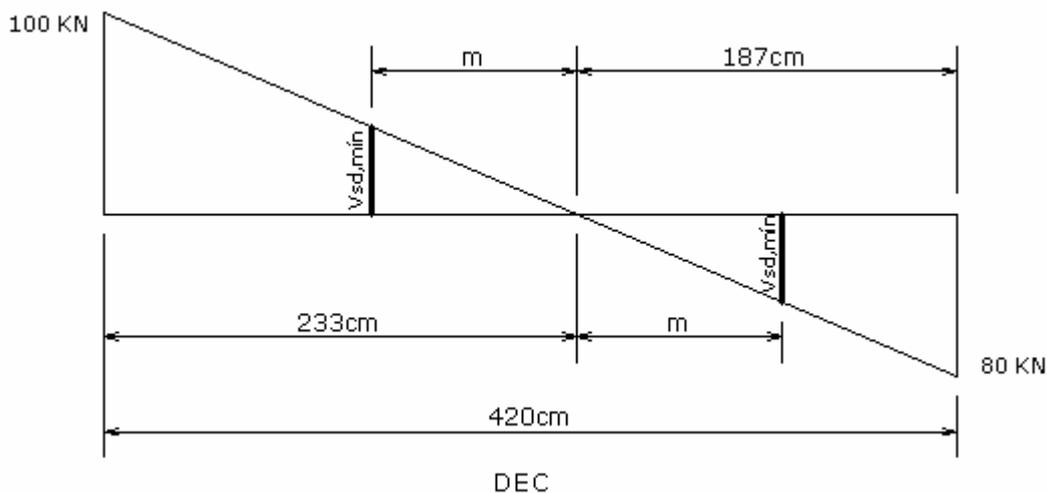


Figura 31.13 – Trecho com armadura mínima

Da comparação de triângulos na figura 31.13 obtemos:

$$\frac{m}{V_{sd, \text{mín}}} = \frac{233}{100} \quad m = V_{sd, \text{mín}} \cdot \frac{233}{100} = 43,59 \cdot \frac{233}{100} \rightarrow m = 101 \text{ cm}$$

6º.) Cortante nas faces dos apoios

$V_{sd,E}$ = cortante na face interna do pilar P1 (à esquerda do trecho com armadura mínima)

$V_{sd,D}$ = cortante na face interna do pilar P2 (à direita do trecho com armadura mínima)

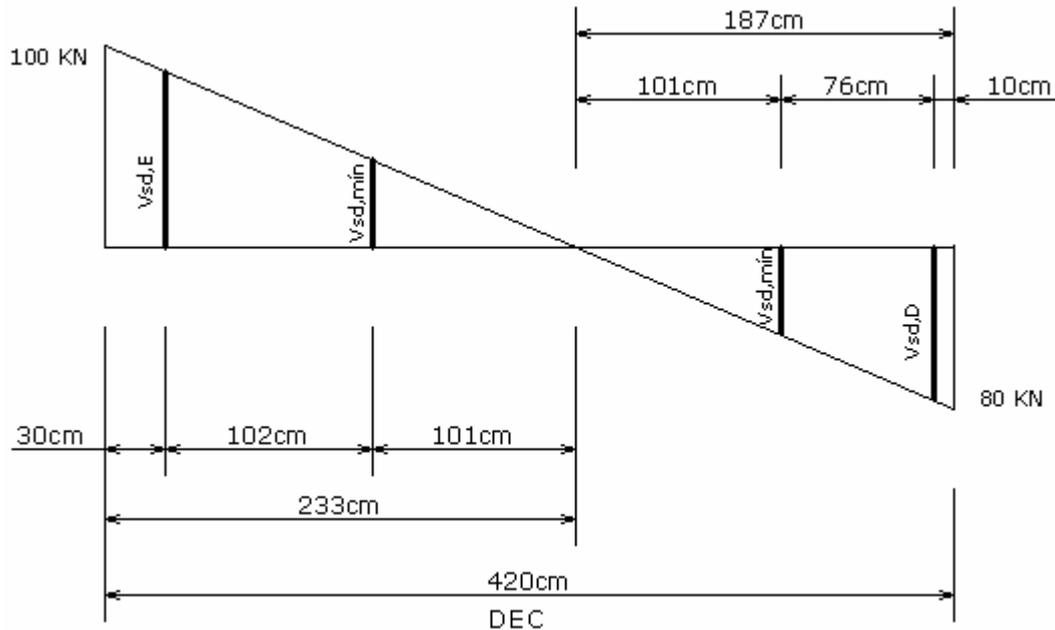


Figura 31.14 – Cortantes nas faces dos apoios

Da comparação de triângulos na figura 31.14 obtemos:

$$\frac{V_{sd,E}}{203} = \frac{100}{233} \rightarrow V_{sd,E} = 87,12 \text{ KN}$$

$$\frac{V_{sd,D}}{177} = \frac{80}{187} \rightarrow V_{sd,D} = 75,72 \text{ KN}$$

7º.) Armadura de cisalhamento nos trechos junto aos apoios

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \frac{V_{sd} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha)} \quad \text{sendo } \alpha = 90^\circ \rightarrow \text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha = 1$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_E = \frac{V_{sd,E} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}} = \frac{87,12 - 28,64}{0,9 \cdot 0,36 \cdot 43,50} \rightarrow \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_E = 4,15 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_D = \frac{V_{sd,D} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}} = \frac{75,72 - 28,64}{0,9 \cdot 0,36 \cdot 43,50} \rightarrow \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_D = 3,34 \text{ cm}^2/\text{m}$$

8º.) Detalhamento dos estribos nos trechos

Temos que:
$$\frac{N}{m} = \frac{A_{sw}}{s \cdot NR \cdot A_{\phi}}$$

onde:

N/m = quantidade de estribos por metro;
 NR = número de ramos adotado para o estribo;
 A_{ϕ} = área da seção transversal de uma barra.

Mas $s = \frac{t}{\frac{N}{m}} \rightarrow s = \frac{A_{\phi}}{\frac{A_{sw}}{s}} \cdot NR \cdot t \downarrow$ (31.61)

onde:

t = comprimento do trecho, sendo que, para: $\begin{cases} t \geq 100 \text{ cm} \rightarrow t = 100 \text{ cm} \\ t < 100 \text{ cm} \rightarrow t \text{ conservar o comprimento} \end{cases}$

s = espaçamento entre estribos, limitado de acordo com item 31.8;

$V_{Rd2} = 153,34 \text{ KN} \rightarrow 0,67 \cdot V_{Rd2} = 102,74 \text{ KN} > \begin{cases} V_{sd,E} = 87,12 \text{ KN} \\ V_{sd,mín} = 43,59 \text{ KN} \\ V_{sd,D} = 75,72 \text{ KN} \end{cases}$

Portanto o espaçamento máximo para os trechos da viga será :

$s_{máx} = 0,6 \cdot d = 0,6 \cdot 36 = 21,6 \text{ cm} \rightarrow s_{máx} = 21 \text{ cm} < 30 \text{ cm OK!}$

Adotaremos para este exemplo $NR = 2$

Trecho	A _{sw} /s (cm ²)	t _(real) (m)	t _(cálculo) (m)	s (cm)		
				6,3 (mm)	8,0 (mm)	10 (mm)
				0,312 (cm ²)	0,503 (cm ²)	0,785 (cm ²)
Esquerda	4,15	102	100	15	24	37
Mínimo	1,061	202	100	58	94	147
Direita	3,34	76	76	14	22	35

Comparando os espaçamentos obtidos com $s_{\text{máx}} = 21\text{cm}$, chegamos às opções da figura 31.15 para as bitolas em estudo;

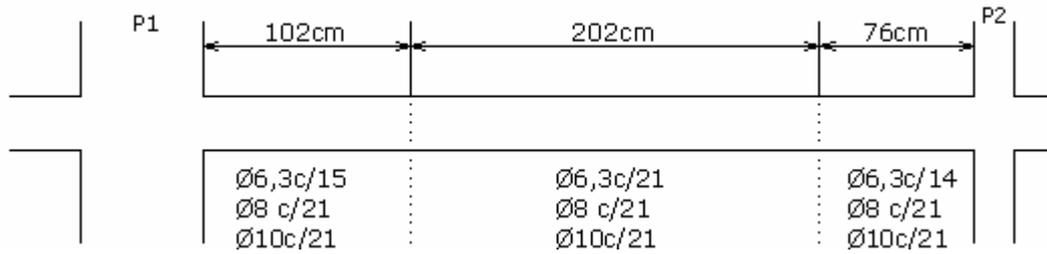


Figura 31.15 – Bitolas e espaçamentos nos trechos

Devemos optar por um detalhamento com barras mais finas, menores espaçamentos e na medida do possível a uniformização das bitolas. O detalhamento selecionado é o mostrado na figura 31.16;

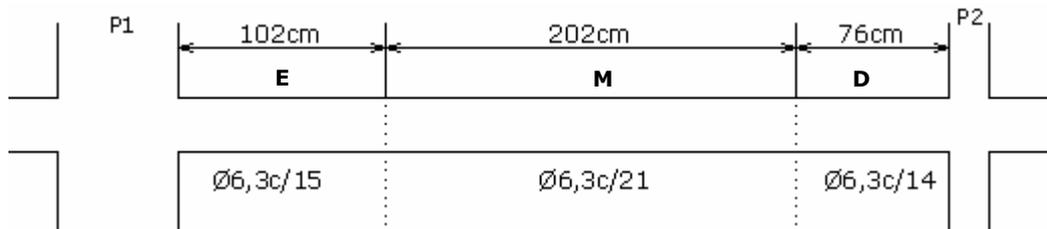


Figura 31.16 – Detalhamento dos estribos

9º.) Quantificação dos estribos e correção dos trechos

- Trecho à esquerda da armadura mínima – E

$$s = 15 \text{ cm}$$

$$t = 102 \text{ cm}$$

$$N = \frac{t}{s} \uparrow +1 = \frac{102}{15} \uparrow +1 \rightarrow N = 8 \text{ estribos}$$

$$t_{\text{corrig}} = (N - 1) \cdot s \rightarrow t_{\text{corrig}} = 105 \text{ cm}$$

- Trecho à direita da armadura mínima – D

$$s = 14 \text{ cm}$$

$$t = 76 \text{ cm}$$

$$N = \frac{t}{s} \uparrow +1 = \frac{76}{14} \uparrow +1 \rightarrow N = 7 \text{ estribos}$$

$$t_{\text{corrig}} = (N - 1) \cdot s \rightarrow t_{\text{corrig}} = 84 \text{ cm}$$

- Trecho com armadura mínima - M

$$s = 21 \text{ cm}$$

$$t_{\text{corrig}} = 380 - 105 - 84 \rightarrow t_{\text{corrig}} = 191 \text{ cm}$$

$$N = \frac{t}{s} \downarrow = \frac{191}{21} \downarrow \rightarrow N = 9 \text{ estribos}$$

10º.) Comprimento do estribo

cobrimento da viga = 2,5 cm

c = comprimento do estribo

ϕ_t = diâmetro da bitola do estribo = 6,3 mm

gancho = $5 \cdot \phi_t \geq 5 \text{ cm}$ (NBR6118/2003 - Item 9.4.6.1)

gancho = $5 \cdot 0,63 = 3,15 \text{ cm} \rightarrow$ gancho = 5 cm

$$c = 2 \times ((12 - 2 \times 2,5) + (40 - 2 \times 2,5)) + 2 \times 5$$

$$c = 94 \text{ cm}$$

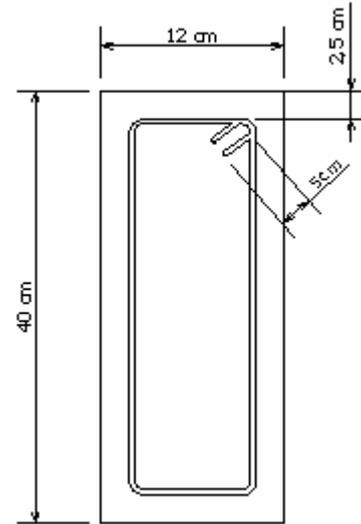


Figura 31.17 - Seção transversal da viga

11º.) Detalhamento final dos estribos no trecho da viga

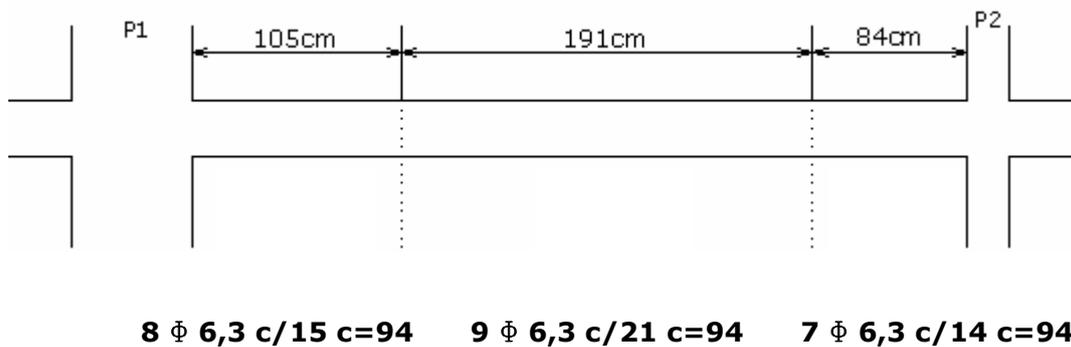


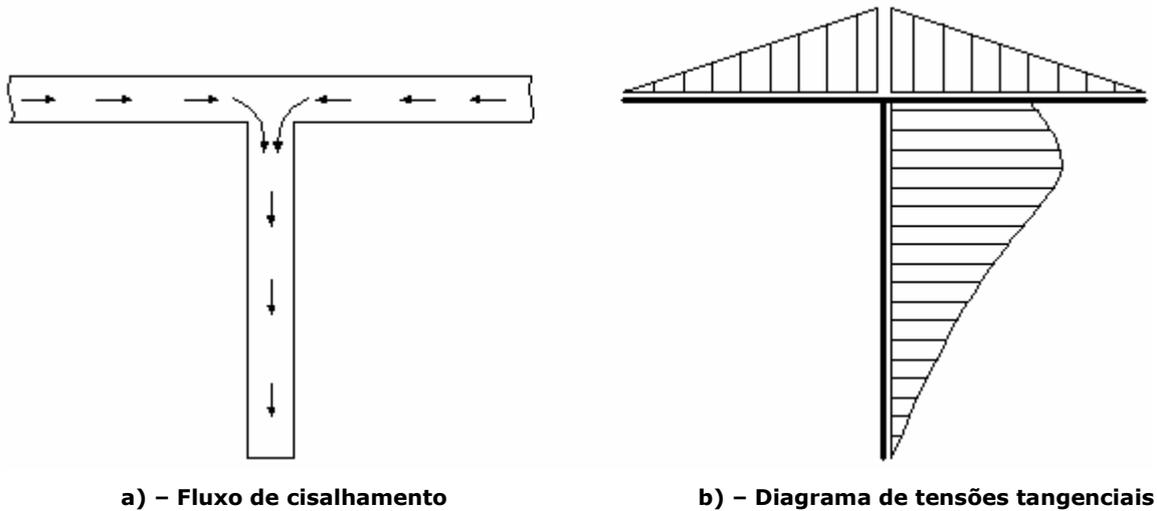
Figura 31.18 - Detalhamento dos estribos

conteúdo 32

armadura de costura

32.1 Armadura de costura de mesas de seções em T

Nas construções usuais de edifícios e também de pontes, as lajes concretadas monoliticamente com as vigas, passam a colaborar com elas na resistência à flexão, constituindo as vigas T. Com a solicitação das forças cortantes na viga, surgem fluxos de cisalhamento em toda seção transversal (ver Figura 32.1) conforme é estudado na Resistência dos Materiais.



a) – Fluxo de cisalhamento

b) – Diagrama de tensões tangenciais

Figura 32.1 – Fluxo de cisalhamento em vigas de seção em T

Fica claro que para termos a colaboração da laje no trabalho à flexão da viga, como mesa de compressão, é indispensável que a ligação laje-nervura seja capaz de transmitir as tensões de cisalhamento τ_c aí existente, o que exige, nos casos gerais, a colocação de armadura resistente ao cisalhamento nesta seção, denominada "armadura de costura".

Considere a Figura 32.2. Existindo cisalhamento em um trecho de viga, de comprimento Δx , os momentos solicitantes M_{sd1} e M_{sd2} terão valores diferentes.

Supondo ser M_{sd2} maior que M_{sd1} e os braços de alavanca z_1 e z_2 aproximadamente iguais, a resultante de compressão R_{cd2} será maior que R_{cd1} .

Sendo A a área total comprimida da viga e A_1 a área da aba, a parcela da força de compressão R_{cd1} que atua na aba será $R_{cd1} \cdot A_1/A$. Na face oposta do trecho de comprimento Δx , a força será $R_{cd2} \cdot A_1/A$. O que garante o equilíbrio da aba é a força cortante $V_{sd} \cdot \Delta x$ que se desenvolve na superfície de ligação entre a aba e a nervura, onde V_{sd} é uma força cortante por unidade de comprimento de viga.

Pode-se então, escrever:

$$R_{cd1} \cdot \frac{A_1}{A} - R_{cd2} \cdot \frac{A_1}{A} + V_{sd} \Delta x = 0 \quad (32.1)$$

portanto

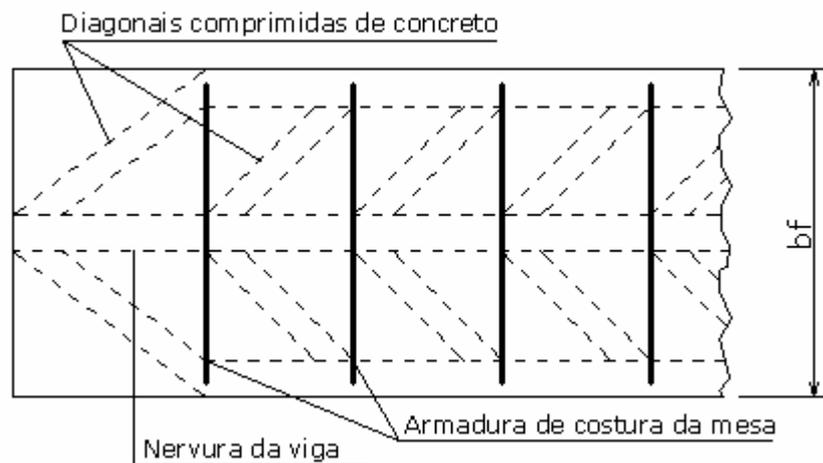
$$V_{sd}\Delta x = (R_{cd2} - R_{cd1}) \cdot \frac{A_1}{A} \quad (32.2)$$

e sendo

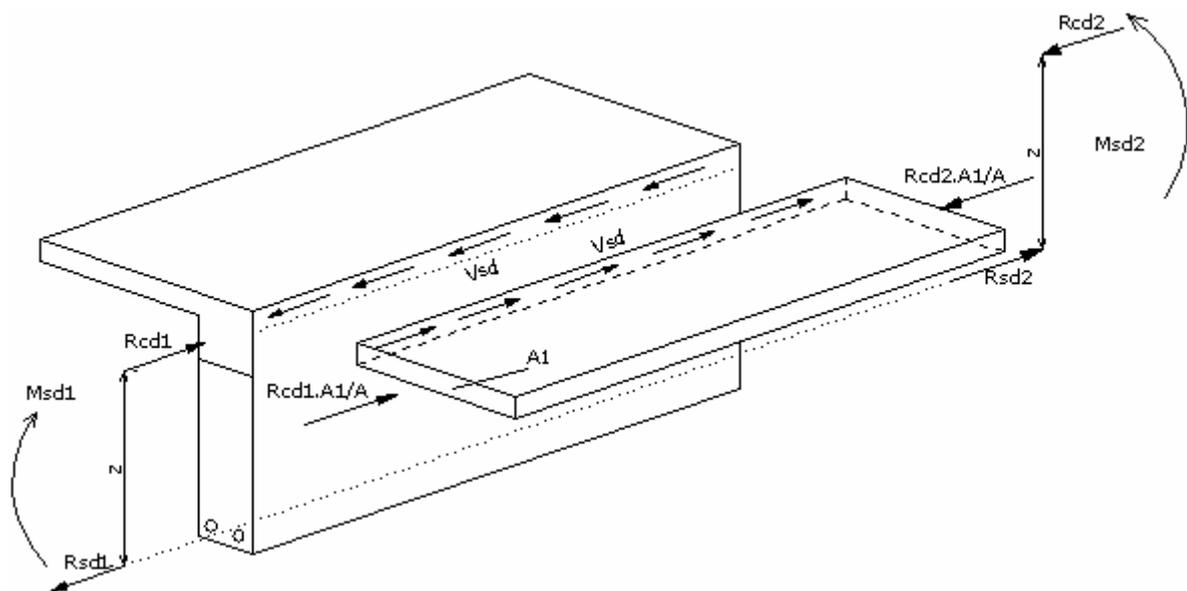
$$z = z_1 + z_2 \quad (32.3)$$

$$R_{cd1} = \frac{M_{sd1}}{z} \quad (32.4)$$

$$R_{cd2} = \frac{M_{sd2}}{z} \quad (32.5)$$



a - Planta da mesa de compressão



b - Esforços internos resistentes

Figura 32.2 - Transferência de esforços entre a mesa de compressão e a nervura

vem:

$$V_{sd}\Delta x = \frac{M_{sd2} - M_{sd1}}{z} \cdot \frac{A_1}{A} = \frac{\Delta M_{sd}}{z} \cdot \frac{A_1}{A} \quad (32.6)$$

assim

$$V_{sd} = \frac{\Delta M_{sd}}{\Delta x} \cdot \frac{1}{z} \cdot \frac{A_1}{A} \quad (32.7)$$

e sendo

$$\frac{\Delta M_{sd}}{\Delta x} = V_{sd} \quad (32.8)$$

ainda, considerando aproximadamente $z = 0,9.d$, tem-se:

$$V_{sd} = \frac{V_{sd}}{0,9.d} \cdot \frac{A_1}{A} \quad (32.9)$$

Para garantir a integridade da ligação da aba com a nervura, é necessário que não ocorra esmagamento das diagonais comprimidas de concreto na mesa de compressão e que se tenha armadura em quantidade suficiente para absorver os esforços de tração.

Considerando o "modelo I" de verificação ao cisalhamento, as diagonais comprimidas de concreto estarão garantidas se

$$V_{sd} \leq 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot h_f \quad (32.10)$$

Quanto à armadura, que é sempre constituída por barras perpendiculares ao plano de ligação entre a aba e a nervura ($\alpha = 90^\circ$), deve-se ter:

$$V_{sd} \leq V_{sw} = \frac{A_s}{s} \cdot f_{ywd} \quad (32.11)$$

A armadura de costura resulta calculada por:

$$\frac{A_s}{s} \geq \frac{V_{sd}}{0,9.d \cdot f_{ywd}} \cdot \frac{A_1}{A} \quad (32.12)$$

(NBR6118/2003 - Item 18.3.7) As armaduras de flexão da laje, existentes no plano de ligação, podem ser consideradas como parte da armadura de costura, complementando-se a diferença entre ambas, se necessário. A seção transversal mínima dessa armadura, estendendo-se por toda a largura útil e ancorada na alma, deve ser de $1,5 \text{ cm}^2$ por metro.

conteúdo 33

armadura de suspensão

33.1 Apoios direto e indireto

Normalmente, os apoios das vigas são constituídos pelos pilares. Neste caso, diz-se que os apoios são do tipo **direto**. Contudo, temos a situação de vigas se apoiando em outras vigas, o que chamamos de **indireto**.

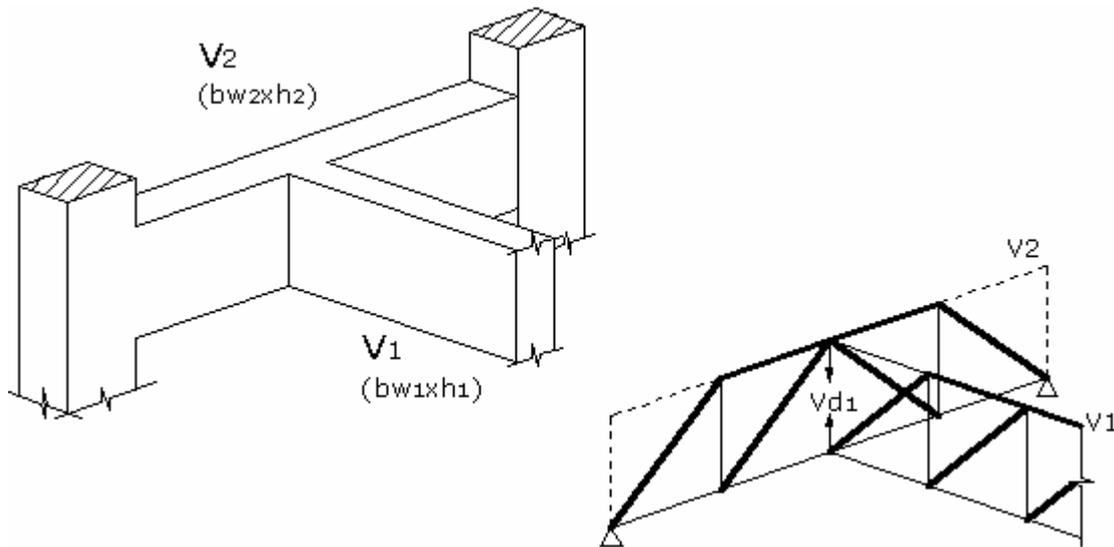


Figura 33.1 – Esquema estrutural de apoio indireto

No esquema estrutural representado na figura 33.1, a viga V1 se apóia na viga V2, carregando-a com sua reação V_{d1} . Neste apoio de V1, dito indireto, a reação é transmitida para a viga suporte ao longo da altura $h1$.

Conforme já visto, o modelo de treliça pressupõe cargas introduzidas na face superior da viga e reações na face inferior, comprimindo-a. Assim, a reação V_{d1} precisa ser 'suspensa' para o topo de V2, através de uma armadura (tracionada) - a armadura de suspensão.

$$A_{S_{\text{susp}}} = \frac{V_{d1}}{f_{yd}} \quad (33.1)$$

A armadura de suspensão é basicamente constituída por estribos, preferencialmente localizada em V2, na própria região do cruzamento das vigas. No caso de congestionamento de armaduras, pode-se distribuí-la também na vizinhança imediata do cruzamento, tão próximo quanto possíveis à manutenção das condições de concretagem desta região (figura 33.2).

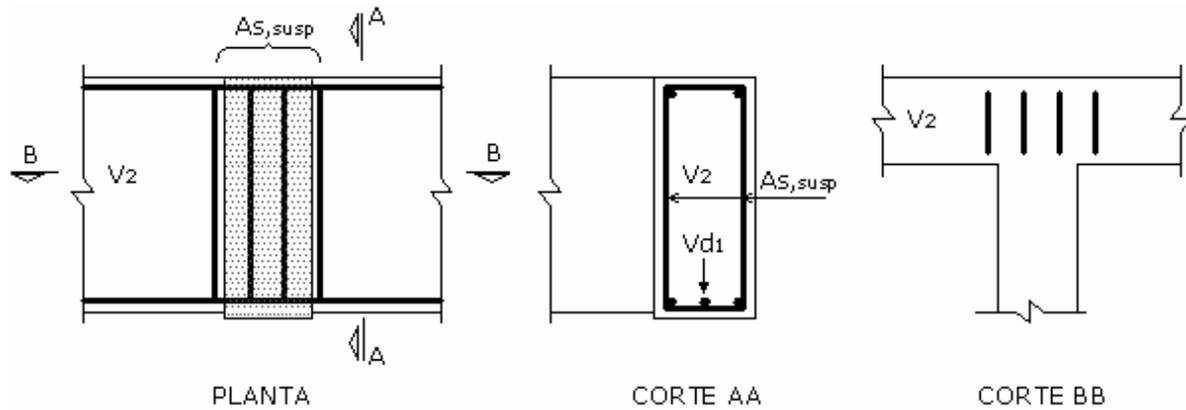


Figura 33.2 – Disposição da armadura de suspensão

De acordo com resultados experimentais, é possível se estender a distribuição por uma faixa de $d/2$ do ponto central do cruzamento (figura 33.3), e se alojar até cerca de 30% da armadura total de suspensão na viga secundária (V1).

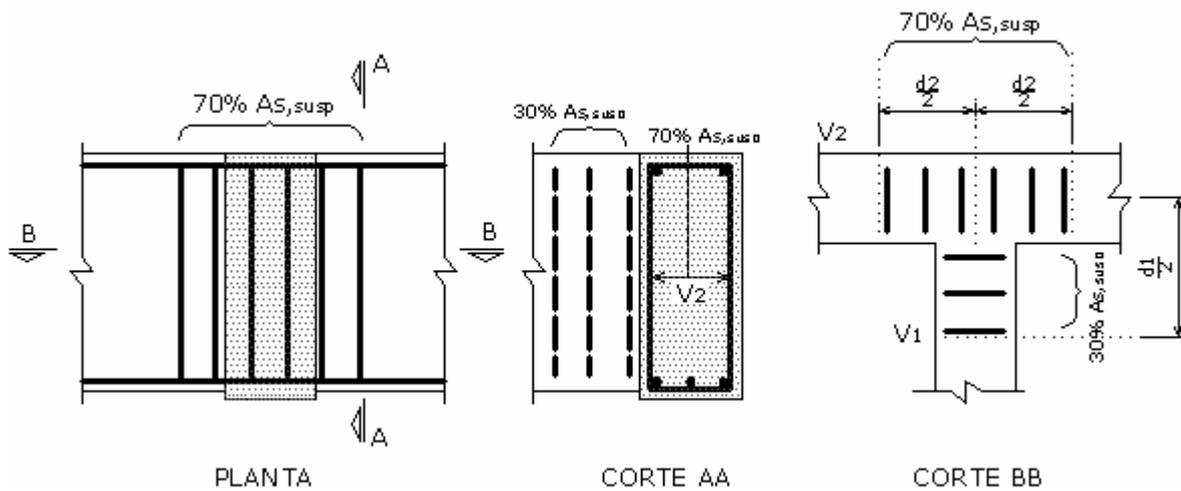


Figura 33.3 – Distribuição da armadura de suspensão

33.2 Observações

- A armadura de suspensão é adicional à necessária ao cisalhamento.
- Quando as **faces superiores das vigas coincidem** e a viga suporte (V2) tem **altura maior** que a suportada (V1), apenas parte da reação precisa ser suspensa. Neste caso a armadura pode ser reduzida pela relação entre as alturas:

$$A_{S_{susp}} = \frac{V_{d1}}{f_{yd}} \cdot \frac{h_1}{h_2} \quad (\text{faces superiores coincidentes e } h_1 < h_2) \quad (33.2)$$

c) No detalhamento dos estribos, no caso de cruzamento de vigas, devem-se interromper os estribos da viga secundária (V1, suportada) e prosseguir com os da viga principal (V2, suporte).

d) Para o "fechamento" do nó comum das treliças no apoio indireto, a armadura longitudinal inferior da viga secundária tem que ser disposta sobre a armadura longitudinal inferior da viga principal. Esta, por sua vez é abraçada pelos estribos (suspensão e cisalhamento) figura 33.4.

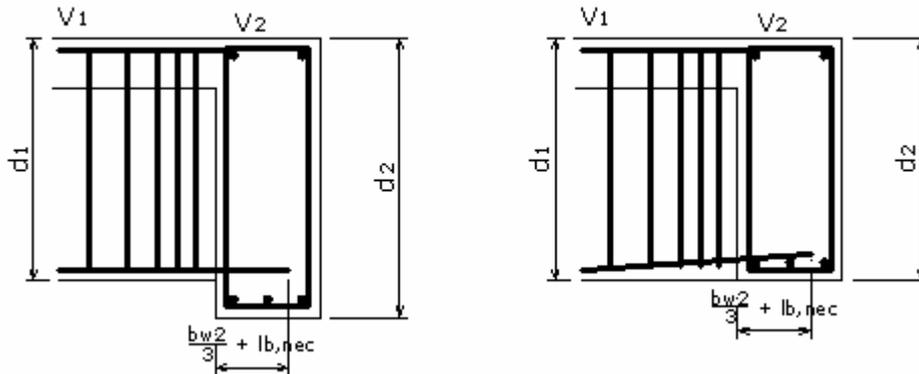


Figura 33.4 – Fechamento de nó comum das treliças

e) A armadura de suspensão ou parte desta pode ser projetada como um prolongamento da armadura inferior de tração da viga suportada (figura 33.5).

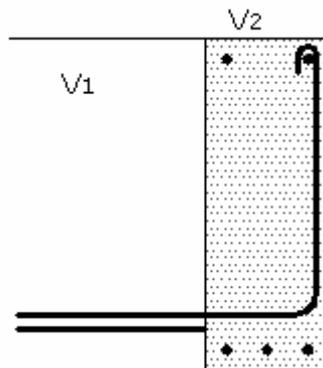


Figura 33.5 – Prolongamento da armadura de tração

f) No caso de vigas penduradas, a armadura de suspensão tem que ser disposta integralmente no cruzamento e cuidadosamente detalhada para garantir o "fechamento" dos nós das treliças (figura 33.6).

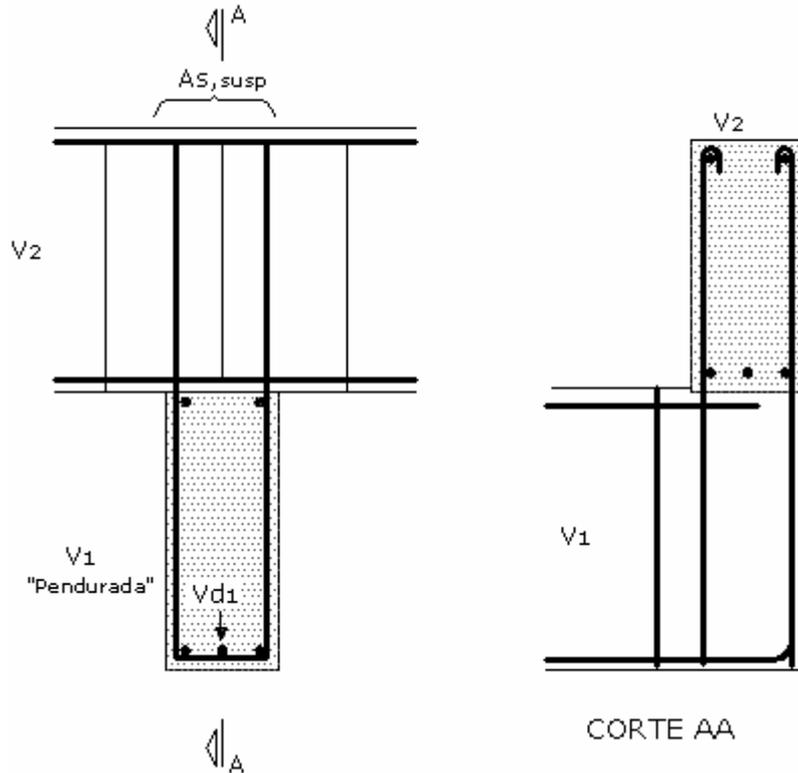


Figura 33.6 – Viga “pendurada”

33.3 Aplicações

Exemplo 33.1 – No esquema estrutural da figura 33.7 considere V1 apoiada em V2. Dimensionar e detalhar a armadura de suspensão . Considerar:

Aço CA-50A

Concreto C20

$h_1 = h_2 = 50 \text{ cm}$

$d' = 5 \text{ cm}$

$b_w = 12 \text{ cm}$

$V_{d1} = 140 \text{ KN}$

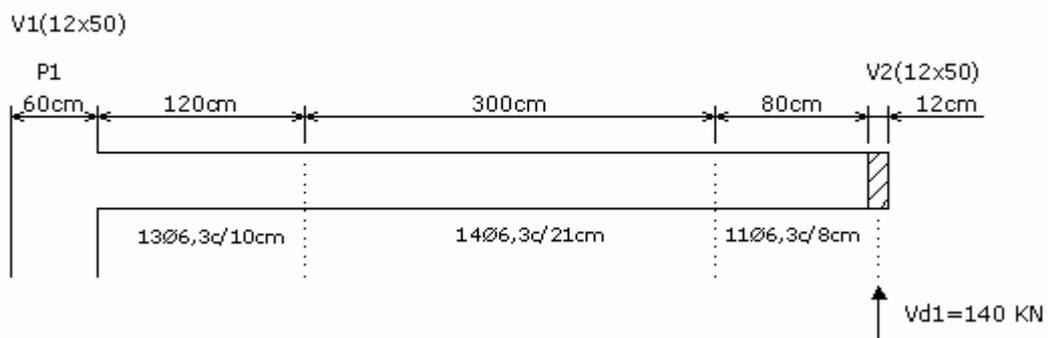


Figura 33.7 – Detalhamento da armadura transversal

1º.) Armadura transversal existente no trecho $d/2$ da viga

$$d = h - d' \rightarrow d = 45 \text{ cm}$$

$$\frac{d}{2} = \frac{45}{2} = 22,5 \rightarrow \frac{d}{2} \cong 23 \text{ cm}$$

$$\phi = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_{\phi} = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \rightarrow A_{\phi} = 0,312 \text{ cm}^2$$

A_{est} = área de aço do estribo;

NR = número de ramos do estribo = 2

$$A_{\text{est}} = \text{NR} \cdot A_{\phi} \rightarrow A_{\text{est}} = 0,623 \text{ cm}^2$$

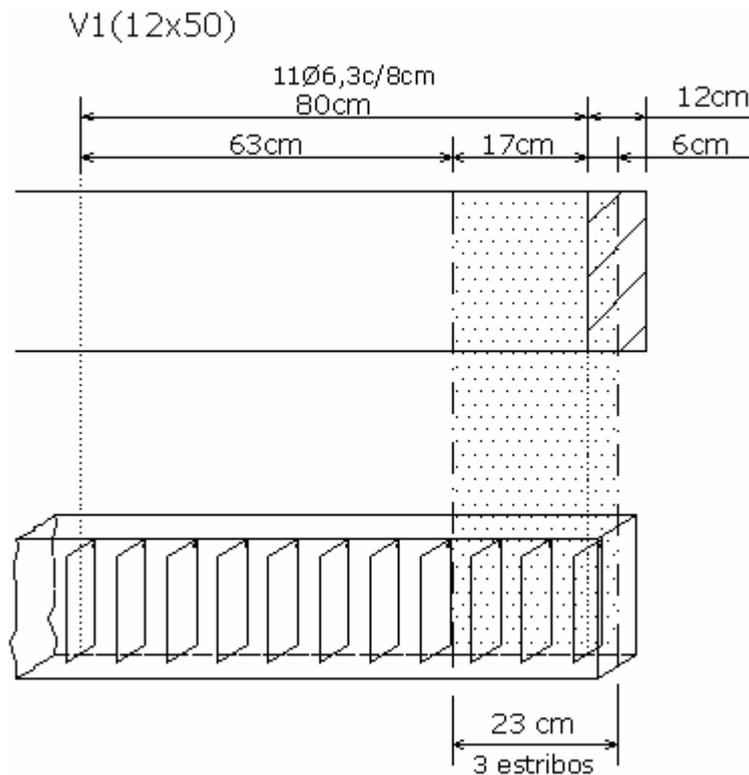


Figura 33.8 – Armadura existente no trecho $d/2$

De acordo com o detalhamento temos 3 estribos no trecho $d/2 \cong 23 \text{ cm}$.

A_{exist} = armadura transversal existente no trecho $d/2$;

$$A_{\text{exist}} = 3 \cdot A_{\text{est}} = 3 \cdot 0,623 \rightarrow A_{\text{exist}} = 1,870 \text{ cm}^2$$

2º.) Armadura de suspensão

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

$$A_{s_{susp}} = \frac{Vd_1}{f_{yd}} = \frac{140}{43,48} \rightarrow A_{s_{susp}} = 3,22 \text{ cm}^2$$

De acordo com figura 33.3, devemos distribuir 30% da armadura de suspensão no trecho $d/2$.

3º.) Armadura total para o trecho com suspensão

$$A_{s_{total}} = A_{s_{exist}} + 30\% \cdot A_{s_{susp}} = 1,870 + 30\% \cdot 3,22 \rightarrow A_{s_{total}} = 2,836 \text{ cm}^2$$

4º.) Quantização dos estribos e correção do trecho

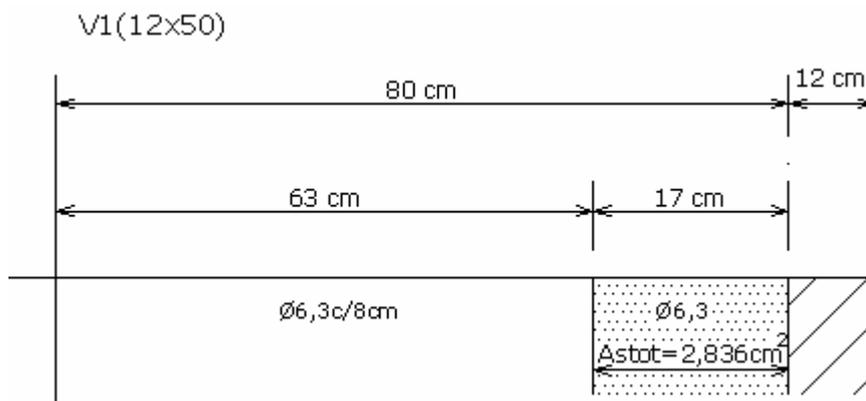


Figura 33.9 – Trecho com armadura de suspensão

• Trecho $t = 17 \text{ cm}$

De acordo com a expressão (31.61) temos:

$$s = \frac{A_{\phi}}{\frac{A_{sw}}{s}} \cdot NR \cdot t \downarrow = \frac{0,312}{2,836} \cdot 2 \cdot 17 = 3,74 \rightarrow s = 3 \text{ cm (espaçamento inadequado).}$$

Adotando $\phi = 8,0 \text{ mm}$

$$A_{\phi} = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \rightarrow A_{\phi} = 0,503 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{A_{\phi}}{\frac{A_{sw}}{s}} \cdot NR \cdot t \downarrow = \frac{0,503}{2,836} \cdot 2 \cdot 17 = 6,03 \rightarrow s = 6 \text{ cm}$$

$$N = \frac{t}{s} \uparrow + 1 = \frac{17}{6} \uparrow + 1 \rightarrow N = 4 \text{ estribos}$$

$$t_{\text{corrig}} = (N - 1) \cdot s \rightarrow t_{\text{corrig}} = 18 \text{ cm}$$

- Trecho $t = 63$ cm

$$s = 8 \text{ cm}$$

$$N = \frac{t}{s} \uparrow = \frac{63}{8} \uparrow \rightarrow N = 8 \text{ estribos}$$

$$t_{\text{corrig}} = N \cdot s = 8 \cdot 8 \rightarrow t_{\text{corrig}} = 64 \text{ cm}$$

- Trecho com armadura mínima

$$s = 21 \text{ cm}$$

$$t_{\text{corrig}} = 500 - 120 - 64 - 18 \rightarrow t_{\text{corrig}} = 298 \text{ cm}$$

$$N = \frac{t_{\text{corrig}}}{s} \downarrow = \frac{298}{21} \rightarrow N = 14 \text{ estribos}$$

5º.) Detalhamento final

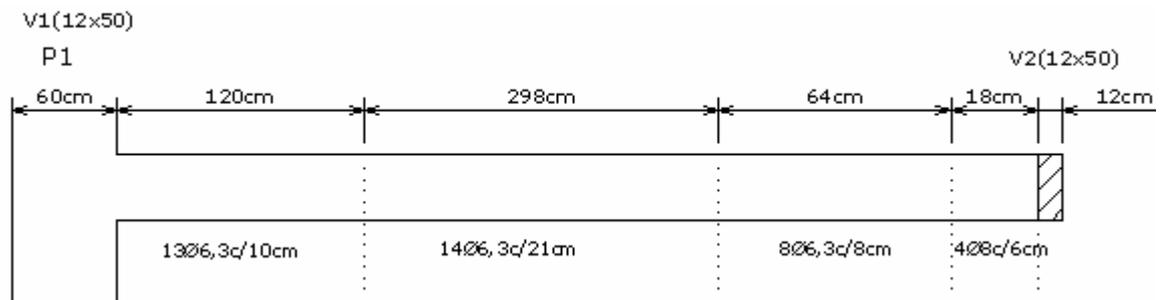


Figura 33.10 – Detalhamento final da armadura transversal

conteúdo 34

detalhamento das armaduras das lajes

34.1 Prescrições gerais

(NBR6118/2003 – Item 20.1) As armaduras devem ser dispostas de forma que se possa garantir o seu posicionamento durante a concretagem.

Qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro no máximo igual a $h/8$.

As barras da *armadura principal de flexão* devem apresentar espaçamento no máximo igual a $2.h$ ou $20cm$, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores.

A *armadura secundária (de distribuição)* de flexão deve corresponder à porcentagem de armadura longitudinal igual ou superior a 20% da porcentagem da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de no máximo 33 cm.

34.2 Taxas de armadura mínima de flexão

(NBR6118/2003 – Item 19.3.3.2) Como as lajes armadas nas duas direções têm outros mecanismos resistentes possíveis, os valores mínimos das armaduras positivas são reduzidos em relação aos dados para elementos estruturais lineares.

Para melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão e à punção, assim como controlar a fissuração, são necessários valores mínimos de armadura passiva aderente dados na tabela 34.1. Esta armadura deve ser constituída preferencialmente por barras com alta aderência ou por telas soldadas.

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $\rho_s \geq 0,5 \cdot \rho_{\min}$ $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$
$\rho_s = A_s/b_w h$ Os valores de ρ_{\min} constam na tabela 29.2	

Tabela 34.1 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes

34.3 Definição das barras e espaçamentos

Calculada a área de aço A_s por metro de laje, e conhecendo a área da seção transversal de uma barra (A_ϕ) de uma determinada bitola, determinamos a quantidade mínima de barras necessária em **1m** (N/m) de laje:

$$\frac{N}{m} = \frac{A_s}{A_\phi} \uparrow \quad (34.1)$$

Com a quantidade de barras, determinamos o espaçamento entre as barras:

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow \quad (\text{em cm}) \quad (34.2)$$

Total de barras para o trecho:

$$N = \frac{l_0}{s} \uparrow \quad (34.3)$$

onde l_0 é o vão livre para a distribuição das barras.

34.4 Armadura positiva

A armadura positiva, é estendida, a favor da segurança até os apoios penetrando no mínimo 10ϕ ou 6cm no apoio. Para garantir o comportamento de chapa, deve ser ancorada nas vigas.

Alguma economia pode ser conseguida utilizando barras alternadas, que podem ter seu comprimento reduzido de $0,15l_x$. Espaçamentos maior ou igual a 17cm não poderão ser alternados pois, gerarão, na região de momentos fletores mais baixos, espaçamentos superiores a 33cm.

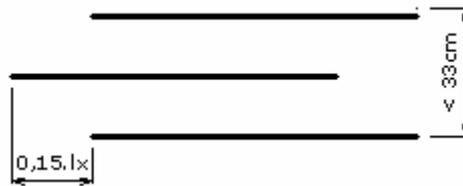


Figura 34.1 – Armadura positiva – barras alternadas

34.5 Armadura negativa

Devem cobrir o diagrama de momento fletor negativo. Em geral, utiliza-se uma extensão $l_x/4$ para cada lado do apoio (para vãos diferentes, adota-se $l_x = l > \text{vão}$).

Deve ser utilizada uma "armadura de borda" ao longo dos apoios livres, para combater a eventual fissuração decorrente do engaste parcial. Costuma-se adotar barras com comprimento de $l_x/4$ com porcentagem de armadura igual à mínima, restringindo o espaçamento entre as barras a $2h$, devendo-se lembrar da armadura de distribuição associada (figura 34.2).

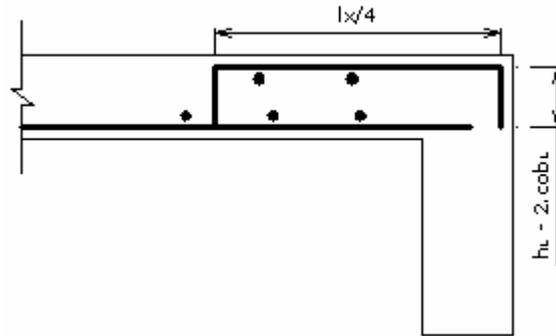


Figura 34.2 – Armadura de borda

Alguma economia pode ser feita utilizando barras alternadas. Na figura 34.3, ℓ é o maior dos menores vãos das lajes conjugadas.

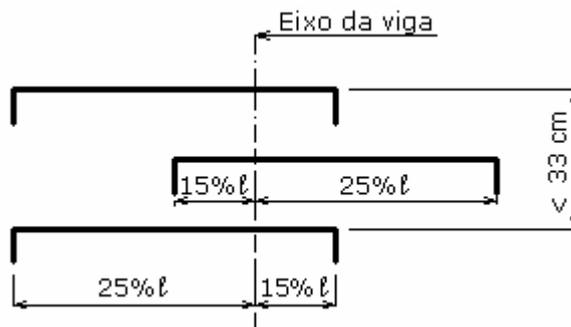


Figura 34.3 – Armadura negativa – barras alternadas

Para as lajes em balanço, é usual prolongar a armadura do balanço, sobre a laje adjacente, com extensão de $l_{\text{balanço}}$.

Quando não houver viga em algum bordo de uma laje, deve ser feito um "gancho" com a armadura positiva ou negativa para proteger a borda da laje.

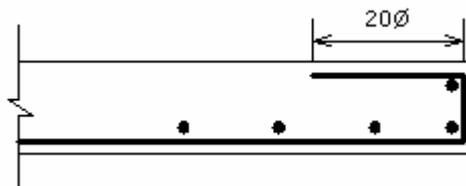


Figura 34.4 – Armadura de proteção (bordos sem viga)

34.6 Lajes sem armadura para a força cortante

(NBR6118/2003 - Item 19.4.1) As lajes maciças ou nervuradas, podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante, quando a força cortante de cálculo obedecer à expressão:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} \quad (34.4)$$

A resistência de projeto ao cisalhamento é dada por:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (34.5)$$

onde:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} \quad (34.6)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d}, \text{ não maior que } |0,02| \quad (34.7)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} \quad (34.8)$$

k é um coeficiente que tem os seguintes valores:

- para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio $k = |1|$;
- para os demais casos $k = |1,6 - d|$, não menor que 1, com d em metros;

onde

τ_{Rd} = tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

A_{s1} = área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada; com $l_{b,nec}$ definido no conteúdo 35;

σ_{cp} = tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão;

b_w = largura mínima da seção ao longo da altura útil d ;

N_{sd} = força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento (compressão positiva).

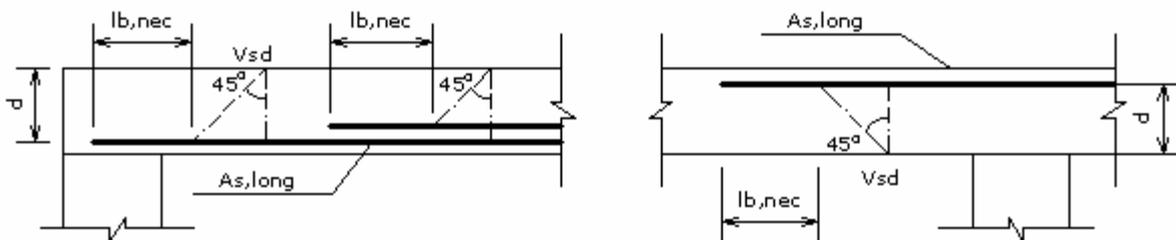


Figura 34.5 - Comprimento de ancoragem necessário

34.7 Aplicações

Exemplo 34.1 – Detalhar as armaduras positivas e negativas das lajes do painel de lajes do conteúdo 6. Considere as áreas de aço obtidas no exemplo 27.3 (figura 34.6).

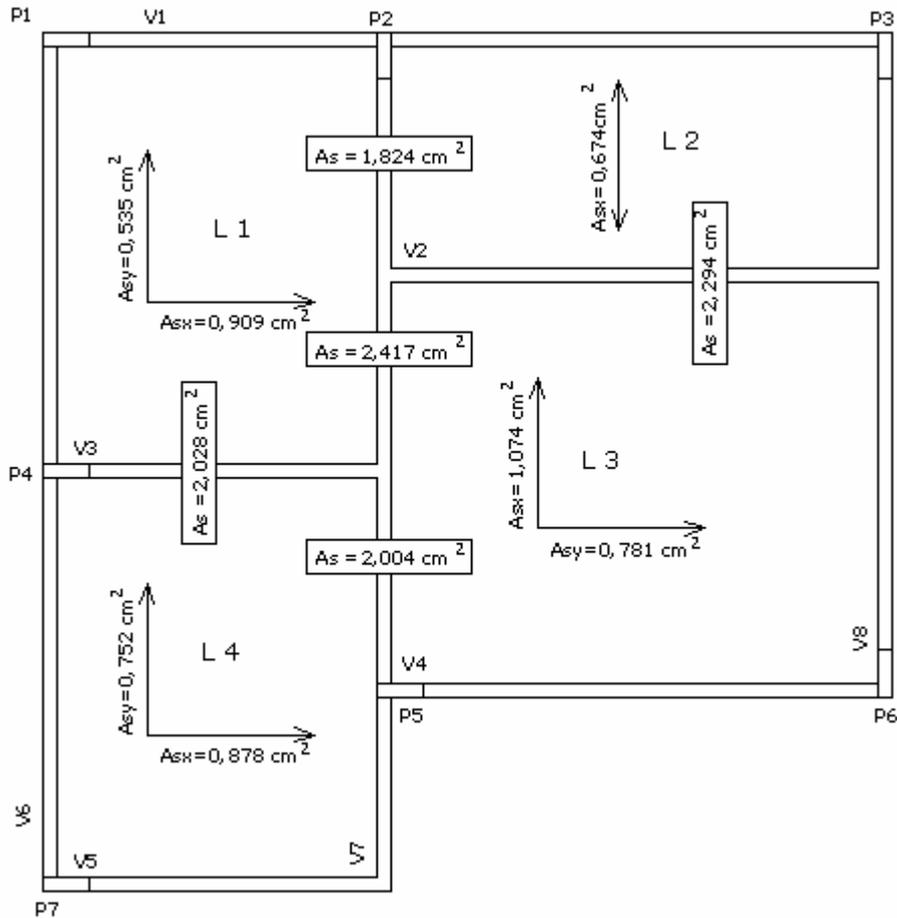


Figura 34.6 – Áreas de aço das armaduras das lajes

cob_L = cobrimento das armaduras da laje = 2 cm

cob_V = cobrimento das armaduras da viga = 2,5 cm

h_L = espessura das lajes = 10 cm

bw_V = base da seção transversal da viga = 12 cm

$\phi_{m\acute{a}x}$ = diâmetro máximo da armadura de flexão = $h_L/8 = 10/8 = 1,25 \text{ cm} = 12,5 \text{ mm}$

TAXA DE ARMADURA

Para seção retangular, concreto 25 MPa, conforme tabela 29.2 → $\rho_{\min} = 0,15\%$.

- **lajes armadas nas duas direções:** $\rho_s \geq 0,67\rho_{\min} \rightarrow \rho_s = 0,67 \cdot \rho_{\min} = 0,10\%$
- **Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção:** $\rho_s \geq \rho_{\min} \rightarrow \rho_s = 0,15\%$
- **Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção:**

$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal

$$\rho_s \geq 0,5 \cdot \rho_{\min} = 0,075\%$$

$$A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- **Armaduras negativas :** $\rho_s \geq \rho_{\min} \rightarrow \rho_s = 0,15\%$

ESPAÇAMENTO MÁXIMO

$$s_{\max} = \text{mínimo}(2h_L, 20\text{cm}) = \rightarrow s_{\max} = 20\text{cm}$$

DETALHAMENTO DAS ARMADURAS POSITIVAS

LAJE 1

Armada em duas direções: $\rho_s = 0,10\% \rightarrow A_{s_{\min}} = \rho_s \cdot b_w \cdot h_L = 0,10\% \cdot 100 \cdot 10 \rightarrow A_{s_{\min}} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$

- **direção x**

1º.) *Espaçamento:*

$$A_{s_{\text{calc}}} = 0,909 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s_{\min}} \rightarrow A_{s_{\text{calc}}} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Adotando $\phi = 5,0 \text{ mm}$ tabela 21.6 → $A_{\phi} = 0,196 \text{ cm}^2$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_{s_{\text{calc}}}}{A_{\phi}} \uparrow = \frac{1}{0,196} \rightarrow \frac{N}{m} = 6 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow \rightarrow s = 16 \text{ cm}$$

2º.) *Total de barras na direção x :*

l_{oy} = vão livre para distribuição das barras = 352 cm

$$N = \frac{l_{oy}}{s} \uparrow = \frac{352}{16} \uparrow \rightarrow N = 22 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barras, adotando barras alternadas :

$$l_x = 280 \text{ cm}$$

$$c = l_x - 0,15l_x = 0,85l_x = 0,85 \cdot 280 \rightarrow c = 238 \text{ cm}$$

• **direção y**

1º.) Espaçamento:

$$A_{s,y,calc} = 0,535 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s,min} \rightarrow A_{s,y} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 5,0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_\phi = 0,196 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_{s,y}}{A_\phi} \uparrow = \frac{1}{0,196} \rightarrow \frac{N}{m} = 6 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 16 \text{ cm}$$

2º.) Total de barras na direção y :

$$l_{ox} = \text{vão livre para distribuição das barras} = 268 \text{ cm}$$

$$N = \frac{l_{ox}}{s} \uparrow = \frac{268}{16} \uparrow \rightarrow N = 17 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barras, adotando barras alternadas :

$$l_y = 364 \text{ cm}$$

$$l_x = 280 \text{ cm}$$

$$c = l_y - 0,15l_x = 364 - 0,15 \cdot 280 = \rightarrow c = 322 \text{ cm}$$

LAJE 2

• **direção x**

$$\text{Armada em uma direção: } \rho_s = 0,15\% \rightarrow A_{s,min} = \rho_s \cdot b_w \cdot h_L = 0,15\% \cdot 100 \cdot 10 \rightarrow A_{s,min} = 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

1º.) Espaçamento:

$$A_{s,x,calc} = 0,674 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s,min} \rightarrow A_{s,x} = 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 5,0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_\phi = 0,196 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_{s,x}}{A_\phi} \uparrow = \frac{1,50}{0,196} \rightarrow \frac{N}{m} = 8 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 12 \text{ cm}$$

2º.) Total de barras na direção x :

loy = vão livre para distribuição das barras = 408 cm

$$N = \frac{loy}{s} \uparrow = \frac{408}{12} \uparrow \rightarrow N = 34 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barra (estendendo as barras até o cobrimento da viga):

lx = 200 cm

$$c = lx + bw_v - 2cob_v = 200 + 12 - 2.2,5 \rightarrow c = 207 \text{ cm}$$

• **direção y**

Armadura secundária (distribuição) de laje armada em uma direção, maior entre:

$As/s \geq 20\%$ da armadura principal = $20\%As_x, calc = 20\%.0,674 = 0,135 \text{ cm}^2/m$;

$\rho_s \geq 0,075\% \rightarrow As_{\min} = \rho_s \cdot bw \cdot h_L = 0,075\% \cdot 100 \cdot 10 = 0,75 \text{ cm}^2/m$;

$As/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/m$.

Portanto $As_y = 0,90 \text{ cm}^2/m$

1º.) *Espaçamento:*

$As_y = 0,90 \text{ cm}^2 /m$

Adotando $\phi = 5,0 \text{ mm}$ tabela 21.6 $\rightarrow A_\phi = 0,196 \text{ cm}^2$

$$\frac{N}{m} = \frac{As_y}{A_\phi} \uparrow = \frac{0,90}{0,196} \rightarrow \frac{N}{m} = 5 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 20 \text{ cm}$$

2º.) Total de barras na direção y :

lox = vão livre para distribuição das barras = 188 cm

$$N = \frac{loy}{s} \uparrow = \frac{188}{20} \uparrow \rightarrow N = 10 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barras (estendendo as barras até o cobrimento da viga):

$$l_y = 420 \text{ cm}$$

$$c = l_y + b_{wV} - 2c_{obV} = 420 + 12 - 2 \cdot 2,5 \rightarrow c = 427 \text{ cm}$$

LAJE 3

Armada em duas direções: $\rho_s = 0,10\% \rightarrow A_{s_{\min}} = \rho_s \cdot b_w \cdot h_L = 0,10\% \cdot 100 \cdot 10 \rightarrow A_{s_{\min}} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$

• direção x

1º.) Espaçamento:

$$A_{sx, \text{calc}} = 1,074 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s_{\min}} \rightarrow A_{sx} = 1,074 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 5,0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_\phi = 0,196 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_{sx}}{A_\phi} \uparrow = \frac{1,074}{0,196} \rightarrow \frac{N}{m} = 6 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 16 \text{ cm}$$

2º.) Total de barras na direção x :

$$l_{oy} = \text{vão livre para distribuição das barras} = 408 \text{ cm}$$

$$N = \frac{l_{oy}}{s} \uparrow = \frac{408}{16} \uparrow \rightarrow N = 26 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barras, adotando barras alternadas :

$$l_x = 350 \text{ cm}$$

$$c = l_x - 0,15l_x = 0,85l_x = 0,85 \cdot 350 = 297,5 \rightarrow c = 300 \text{ cm}$$

• direção y

1º.) Espaçamento:

$$A_{sy, \text{calc}} = 0,781 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s_{\min}} \rightarrow A_{sy} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 5,0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_\phi = 0,196 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_{sy}}{A_\phi} \uparrow = \frac{1}{0,196} \rightarrow \frac{N}{m} = 6 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 16 \text{ cm}$$

2º.) Total de barras na direção y :

lox = vão livre para distribuição das barras = 338 cm

$$N = \frac{lox}{s} \uparrow = \frac{338}{16} \uparrow \rightarrow N = 22 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barras, adotando barras alternadas :

ly = 420 cm

lx = 350 cm

$$c = ly - 0,15lx = 420 - 0,15 \cdot 350 = 367,5 \rightarrow c = 370 \text{ cm}$$

LAJE 4

Armada em duas direções: $\rho_s = 0,10\% \rightarrow A_{s_{\min}} = \rho_s \cdot bw \cdot hL = 0,10\% \cdot 100 \cdot 10 \rightarrow A_{s_{\min}} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$

• direção x

1º.) Espaçamento:

$$A_{sx, \text{calc}} = 0,878 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s_{\min}} \rightarrow A_{sx} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Adotando $\phi = 5,0 \text{ mm}$ tabela 21.6 $\rightarrow A_\phi = 0,196 \text{ cm}^2$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_{sx}}{A_\phi} \uparrow = \frac{1,00}{0,196} \rightarrow \frac{N}{m} = 6 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 16 \text{ cm}$$

2º.) Total de barras na direção x :

loy = vão livre para distribuição das barras = 338 cm

$$N = \frac{loy}{s} \uparrow = \frac{338}{16} \uparrow \rightarrow N = 22 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barras, adotando barras alternadas :

lx = 280 cm

$$c = lx - 0,15lx = 0,85lx = 0,85 \cdot 280 \rightarrow c = 238 \text{ cm}$$

• **direção y**

1º.) *Espaçamento:*

$$A_{sy,calc} = 0,752 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s_{\min}} \rightarrow A_{sy} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 5,0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_{\phi} = 0,196 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_{sy}}{A_{\phi}} \uparrow = \frac{1}{0,196} \rightarrow \frac{N}{m} = 6 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 16 \text{ cm}$$

2º.) *Total de barras na direção y :*

$$l_{ox} = \text{vão livre para distribuição das barras} = 268 \text{ cm}$$

$$N = \frac{l_{ox}}{s} \uparrow = \frac{268}{16} \uparrow \rightarrow N = 17 \text{ barras}$$

3º.) *Comprimento das barras, adotando barras alternadas :*

$$l_y = 350 \text{ cm}$$

$$l_x = 280 \text{ cm}$$

$$c = l_y - 0,15l_x = 350 - 0,15 \cdot 280 \rightarrow c = 308 \text{ cm}$$

DETALHAMENTO DAS ARMADURAS NEGATIVAS

$$\text{Armadura negativa: } \rho_s = 0,15\% \rightarrow A_{s_{\min}} = \rho_s \cdot b_w \cdot h_L = 0,15\% \cdot 100 \cdot 10 \rightarrow A_{s_{\min}} = 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

L1 # L2

1º.) *Espaçamento:*

$$A_{s,calc} = 1,824 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s_{\min}} \rightarrow A_s = 1,824 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 8,0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_{\phi} = 0,503 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_s}{A_{\phi}} \uparrow = \frac{1,824}{0,503} \rightarrow \frac{N}{m} = 4 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 25 \text{ cm} > s_{\max} = 20 \text{ cm} \rightarrow s = 20 \text{ cm}$$

2º.) Total de barras no trecho :

$l_0 =$ vão livre para distribuição das barras = 194 cm

$$N = \frac{l_0}{s} \uparrow = \frac{194}{20} \uparrow \rightarrow N = 10 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barras:

$$l_1 = \text{mínimo} (l_{x1}, l_{y1}) = \text{mínimo} (280, 364) = 280 \text{ cm}$$

$$l_2 = \text{mínimo} (l_{x2}, l_{y2}) = \text{mínimo} (200, 420) = 200 \text{ cm}$$

$$l = \text{máximo} (l_1, l_2) = \text{máximo} (280, 200) = 280 \text{ cm}$$

$$l_f = \frac{l}{4} = \frac{280}{4} \rightarrow l_f = 70 \text{ cm}$$

$$\text{dobra} = h_L - 2 \cdot \text{cob}_L = 10 - 2 \cdot 2 \rightarrow \text{dobra} = 6 \text{ cm}$$

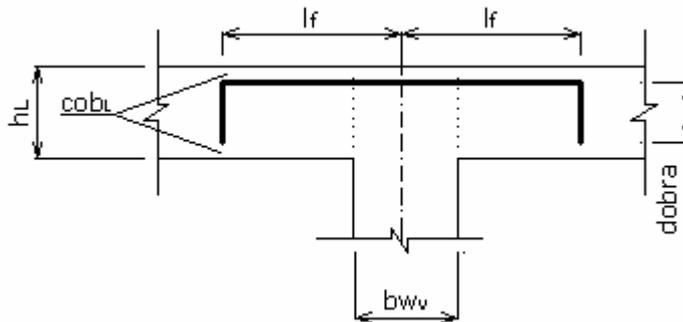


Figura 34.7 - Detalhe da armadura negativa

$$c = 2 \cdot (l_f + \text{dobra}) = 2 \cdot (70 + 6) \rightarrow c = 152 \text{ cm}$$

L1 # L3

1º.) Espaçamento:

$$A_{s, \text{calc}} = 2,417 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s, \text{mín}} \rightarrow A_s = 2,417 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 8,0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_\phi = 0,503 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_s}{A_\phi} \uparrow = \frac{2,417}{0,503} \rightarrow \frac{N}{m} = 5 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 20 \text{ cm}$$

2º.) Total de barras no trecho :

l_0 = vão livre para distribuição das barras = 164 cm

$$N = \frac{l_0}{s} \uparrow = \frac{164}{20} \uparrow \rightarrow N = 9 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barras:

$$l_1 = \text{mínimo} (l_{x_1}, l_{y_1}) = \text{mínimo} (280, 364) = 280 \text{ cm}$$

$$l_3 = \text{mínimo} (l_{x_3}, l_{y_3}) = \text{mínimo} (350, 420) = 350 \text{ cm}$$

$$l = \text{máximo} (l_1, l_3) = \text{máximo} (280, 350) = 350 \text{ cm}$$

$$l_f = \frac{l}{4} = \frac{350}{4} = 87,5 \rightarrow l_f = 90 \text{ cm}$$

$$\text{dobra} = h_L - 2 \cdot \text{cob}_L = 10 - 2 \cdot 2 \rightarrow \text{dobra} = 6 \text{ cm}$$

$$c = 2 \cdot (l_f + \text{dobra}) = 2 \cdot (90 + 6) \rightarrow c = 192 \text{ cm}$$

L1 # L4

1º.) Espaçamento:

$$A_{s, \text{calc}} = 2,028 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s, \text{mín}} \rightarrow A_s = 2,028 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 8.0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_\phi = 0,503 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_s}{A_\phi} \uparrow = \frac{2,028}{0,503} \rightarrow \frac{N}{m} = 5 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 25 \text{ cm} > s_{\text{máx}} = 20 \text{ cm} \rightarrow s = 20 \text{ cm}$$

2º.) Total de barras no trecho :

l_0 = vão livre para distribuição das barras = 268 cm

$$N = \frac{l_0}{s} \uparrow = \frac{268}{20} \uparrow \rightarrow N = 14 \text{ barras}$$

3º.) Comprimento das barras:

$$l_1 = \text{mínimo} (l_{x_1}, l_{y_1}) = \text{mínimo} (280, 364) = 280 \text{ cm}$$

$$l_4 = \text{mínimo} (l_{x_4}, l_{y_4}) = \text{mínimo} (250, 350) = 250 \text{ cm}$$

$$l = \text{máximo} (l_1, l_4) = \text{máximo} (280, 250) = 280 \text{ cm}$$

$$l_f = \frac{l}{4} = \frac{280}{4} \rightarrow l_f = 70 \text{ cm}$$

$$\text{dobra} = h_L - 2 \cdot \text{cob}_L = 10 - 2 \cdot 2 \rightarrow \text{dobra} = 6 \text{ cm}$$

$$c = 2 \cdot (l_f + \text{dobra}) = 2 \cdot (70 + 6) \rightarrow c = 152 \text{ cm}$$

L2 # L3

1º.) *Espaçamento:*

$$A_{s,\text{calc}} = 2,294 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s,\text{mín}} \rightarrow A_s = 2,294 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 8.0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_\phi = 0,503 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_s}{A_\phi} \uparrow = \frac{2,294}{0,503} \rightarrow \frac{N}{m} = 5 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 25 \text{ cm} > s_{\text{máx}} = 20 \text{ cm} \rightarrow s = 20 \text{ cm}$$

2º.) *Total de barras no trecho :*

$$l_0 = \text{vão livre para distribuição das barras} = 408 \text{ cm}$$

$$N = \frac{l_0}{s} \uparrow = \frac{408}{20} \uparrow \rightarrow N = 21 \text{ barras}$$

3º.) *Comprimento das barras:*

$$l_2 = \text{mínimo } (l_{x_2}, l_{y_2}) = \text{mínimo } (200, 420) = 200 \text{ cm}$$

$$l_3 = \text{mínimo } (l_{x_3}, l_{y_3}) = \text{mínimo } (350, 420) = 350 \text{ cm}$$

$$l = \text{máximo } (l_2, l_3) = \text{máximo } (200, 350) = 350 \text{ cm}$$

$$l_f = \frac{l}{4} = \frac{350}{4} = 87,5 \rightarrow l_f = 90 \text{ cm}$$

$$\text{dobra} = h_L - 2 \cdot \text{cob}_L = 10 - 2 \cdot 2 \rightarrow \text{dobra} = 6 \text{ cm}$$

$$c = 2 \cdot (l_f + \text{dobra}) = 2 \cdot (90 + 6) \rightarrow c = 192 \text{ cm}$$

L3 # L4

1º.) *Espaçamento:*

$$A_{s,calc} = 2,004 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ comparando com } A_{s,mín} \rightarrow A_s = 2,004 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Adotando } \phi = 8.0 \text{ mm tabela 21.6} \rightarrow A_\phi = 0,503 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{A_s}{A_\phi} \uparrow = \frac{2,004}{0,503} \rightarrow \frac{N}{m} = 4 \text{ barras por metro}$$

$$s = \frac{100}{\frac{N}{m}} \downarrow = 25 \text{ cm} > s_{máx} = 20\text{cm} \rightarrow s = 20 \text{ cm}$$

2º.) *Total de barras no trecho :*

$$l_o = \text{vão livre para distribuição das barras} = 180 \text{ cm}$$

$$N = \frac{l_o}{s} \uparrow = \frac{180}{20} \uparrow \rightarrow N = 9 \text{ barras}$$

3º.) *Comprimento das barras:*

$$l_3 = \text{mínimo } (l_{x3}, l_{y3}) = \text{mínimo } (350, 420) = 350 \text{ cm}$$

$$l_4 = \text{mínimo } (l_{x4}, l_{y4}) = \text{mínimo } (250, 350) = 250 \text{ cm}$$

$$l = \text{máximo } (l_3, l_4) = \text{máximo } (350, 250) = 350 \text{ cm}$$

$$l_f = \frac{l}{4} = \frac{350}{4} = 87,5 \rightarrow l_f = 90 \text{ cm}$$

$$\text{dobra} = h_L - 2 \cdot \text{cob}_L = 10 - 2 \cdot 2 \rightarrow \text{dobra} = 6 \text{ cm}$$

$$c = 2 \cdot (l_f + \text{dobra}) = 2 \cdot (90 + 6) \rightarrow c = 192 \text{ cm}$$

DETALHAMENTO DA ARMADURA NEGATIVA DE BORDA

Adotando $\phi=6,3\text{mm}$, para $s=20\text{cm} \rightarrow A_s=1,56\text{cm}^2/\text{m} > A_{s,mín} \therefore \text{OK!}$

Trecho	lx (cm)	lo (cm)	N	lx/4 (cm)	h _L -2.cob _L (cm)	c (cm)
l _{1x}	280	268	14	70	6	82
l _{1y}	280	352	18	70	6	82
l _{2x}	200	188	10	50	6	62
l _{2y}	200	408	21	50	6	62
l _{3x}	350	338	17	90	6	102
l _{3y}	350	408	21	90	6	102
l _{4x}	280	268	14	70	6	82
l _{4y}	280	152	8	70	6	82

LISTA DE ARMADURAS

N	ϕ (mm)	Classe	Quantidade	Comprimento Unitário (m)	Comprimento Total (m)
1	5,0	CA-60	34	2,07	70,38
2	5,0	CA-60	44	2,38	104,72
3	5,0	CA-60	26	3,00	78,00
4	5,0	CA-60	17	3,08	52,36
5	5,0	CA-60	17	3,22	54,74
6	5,0	CA-60	22	3,70	81,40
7	5,0	CA-60	10	4,27	42,70
8	6,3	CA-50	31	0,62	19,22
9	6,3	CA-50	71	0,82	58,22
10	6,3	CA-50	38	1,02	38,76
11	8,0	CA-50	24	1,52	36,48
12	8,0	CA-50	39	1,92	74,88

RESUMO DAS ARMADURAS

ϕ (mm)	Comprimento Total (m)	Peso/m linear (Kg/m)	Peso (Kg)	Peso + 10% (Kg)	Quantidade de barras
5,0	484,30	0,154	74,58	82	41
6,3	116,20	0,245	28,47	32	10
8,0	111,36	0,395	43,99	49	10
CA-60	82,0 Kg				
CA-50	81,0 Kg				
TOTAL	163,0 Kg				

VOLUME DE CONCRETO

$$L1 \rightarrow V_{L1} = l_{x1} \cdot l_{y1} \cdot hL = 2,80 \cdot 3,64 \cdot 0,10 = 1,02 \text{ m}^3$$

$$L2 \rightarrow V_{L2} = l_{x2} \cdot l_{y2} \cdot hL = 2,00 \cdot 4,20 \cdot 0,10 = 0,84 \text{ m}^3$$

$$L3 \rightarrow V_{L3} = l_{x3} \cdot l_{y3} \cdot hL = 3,50 \cdot 4,20 \cdot 0,10 = 1,47 \text{ m}^3$$

$$L4 \rightarrow V_{L4} = l_{x4} \cdot l_{y4} \cdot hL = 2,50 \cdot 3,50 \cdot 0,10 = 0,88 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume total de concreto} = 4,21 \text{ m}^3$$

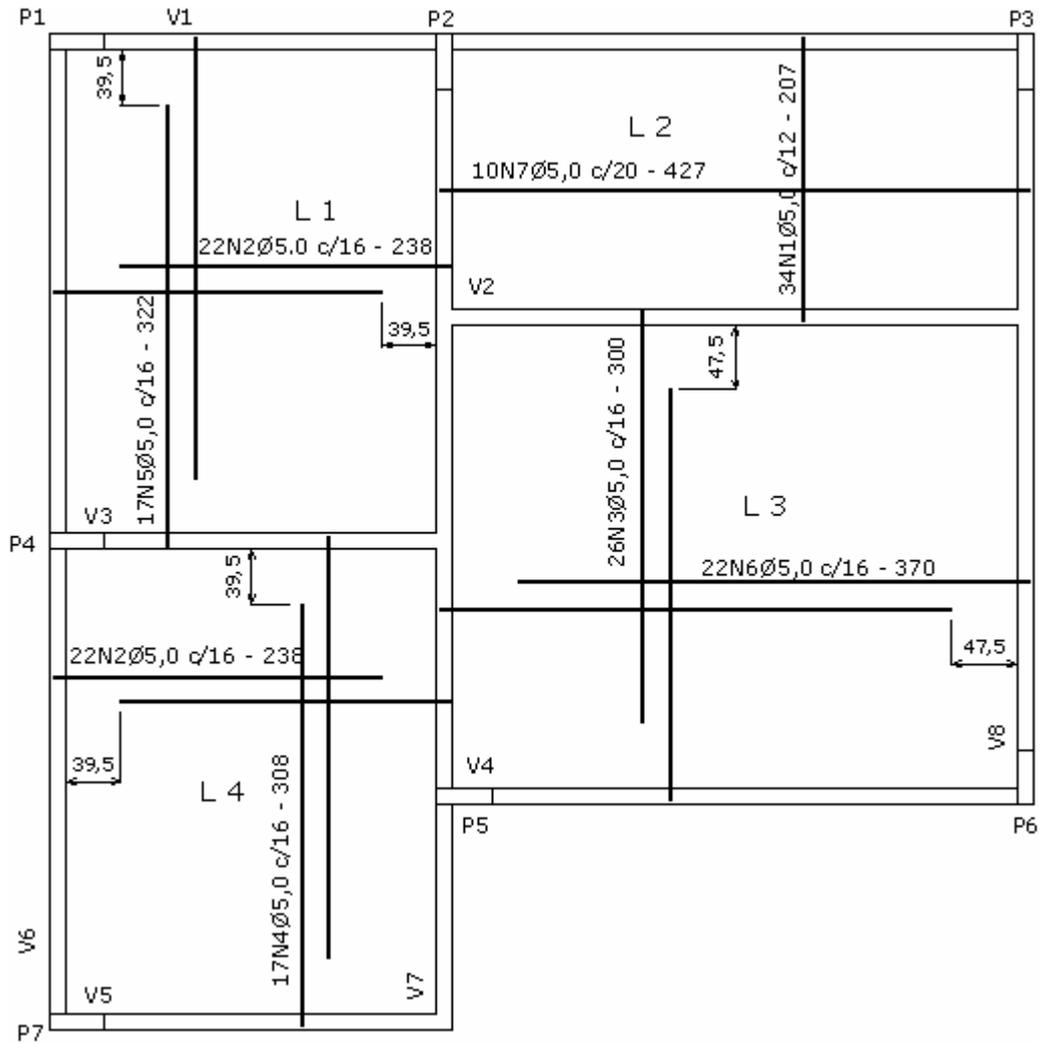


Figura 34.8 – Detalhamento das armaduras positivas das lajes

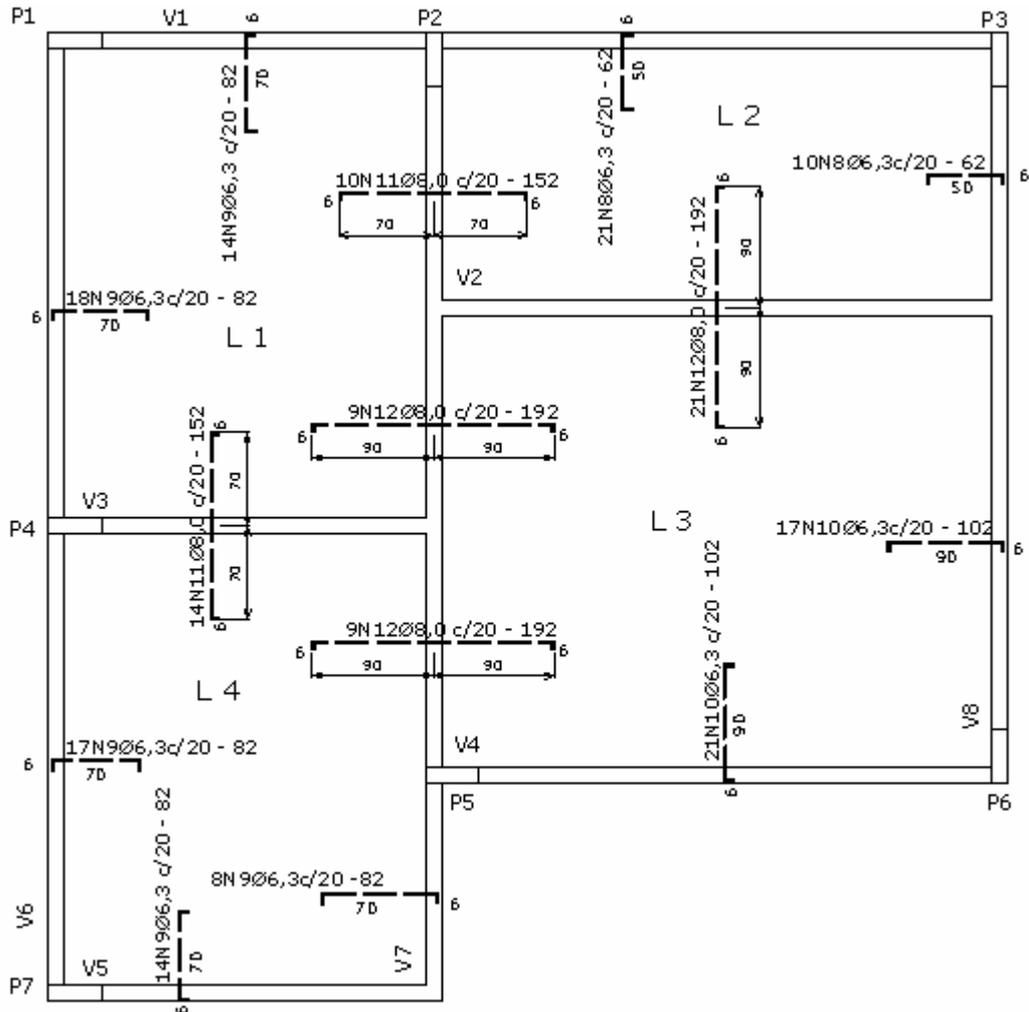


Figura 34.9 – Detalhamento das armaduras negativas das lajes

Exemplo 34.2 – Verificar a dispensa da armadura de cisalhamento para a laje 1, detalhada no exemplo 34.1. Considerar as reações obtidas no conteúdo 12 (figura 34.10).

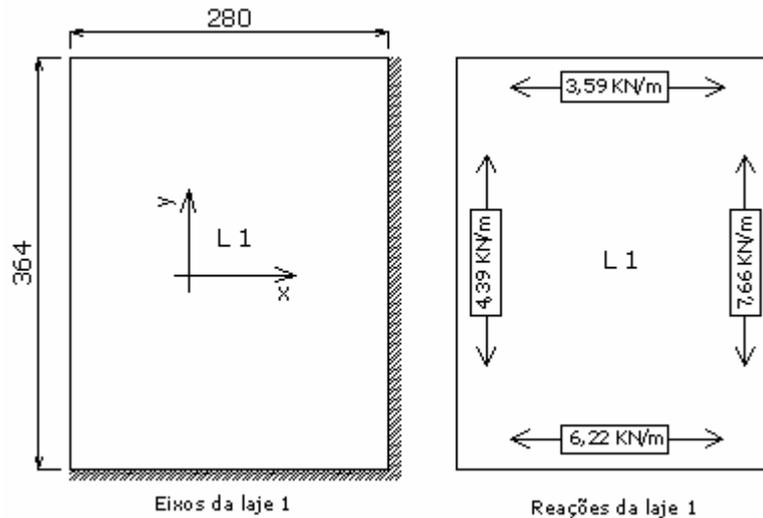


Figura 34.10 – Laje 1 : eixos e reações

Temos que:

Concreto C-25

AÇO CA-50A

$cob_L = 2$ cm

$h_L = 10$ cm

$dx = 10 - 2 - 0,25 \rightarrow dx = 7,75$ cm

detalhamento da armadura (figura 34.8) = $\phi 5,0$ c/ 16 cm

cota (da extremidade da barra até a face da viga) = 39,5 cm

$\ell_{b,nec}$ (barras de 5mm) = 15 cm (Calculado no exemplo 35.1)

Verificando para a força cortante de 4,39 kN/m na direção do eixo y, portanto verificaremos a laje na seção imediata à face da viga V6.

1º.) *Tensão resistente de cálculo*

$$f_{ctm} = 0,3.f_{ck}^{2/3} \rightarrow f_{ctm} = 2,56 \text{ MPa} = 0,256 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7.f_{ctm} = 0,7.0,256 \rightarrow f_{ctk,inf} = 0,1792 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_C} = \frac{0,1792}{1,4} \rightarrow f_{ctd} = 0,128 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} = 0,25 \cdot 0,128 \rightarrow \tau_{Rd} = 0,032 \text{ KN/cm}^2$$

2º.) Área da armadura de tração que chega ao apoio

$$A_{s,efet} = \frac{A\phi}{s} \cdot 100 = \frac{0,196}{16} \cdot 100 \rightarrow A_{s,efet} = 1,225 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$(dx + l_{b,nec}) = (7,5 + 15) = 22,5 \text{ cm}$$

De acordo com o detalhamento (figura 34.8) as barras são alternadas, assim:

$$\left. \begin{array}{l} \text{cota} = 39,5 \text{ cm (extremidade de 50\% das barras)} \\ (dx + l_{b,nec}) = (7,5 + 15) = 22,5 \text{ cm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} k = |1| \\ \text{cota} > (dx + l_{b,nec}) \rightarrow A_{s1} = \frac{A_{s,efet}}{2} \end{array}$$

$$A_{s1} = \frac{1,225}{2} \rightarrow A_{s1} = 0,613 \text{ cm}^2/\text{m}$$

3º.) Taxa de armadura

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} = \frac{0,613}{100 \cdot 7,75} \rightarrow \rho_1 = 7,9 \cdot 10^{-4} < |0,02|$$

4º.) Tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão

$$N_{sd} = 0 \rightarrow \sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} = 0$$

5º.) Resistência de projeto ao cisalhamento

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d = [0,032 \cdot 1 \cdot (1,2 + 40 \cdot 7,9 \cdot 10^{-4}) + 0,15 \cdot 0] \cdot 100 \cdot 7,75$$

$$V_{Rd1} = 30,54 \text{ KN/m}$$

6º.) Verificação da dispensa da armadura de cisalhamento

$$V_{sk} = 4,39 \text{ KN/m}$$

$$V_{sd} = 1,4 \cdot V_{sk} = 1,4 \cdot 4,39 \rightarrow V_{sd} = 6,15 \text{ KN/m}$$

$$\text{Temos que: } V_{sd} < V_{Rd1}$$

Portanto, de acordo com NBR6118/2003 – item 19.4.1, a laje L1 pode prescindir de armadura de cisalhamento.

conteúdo 35

aderência - ancoragem

35.1 Aderência

35.1.1 Introdução

A existência do concreto armado decorre essencialmente da solidariedade existente entre os seus materiais componentes, o concreto e o aço. Essa solidariedade impede que haja escorregamento relativo entre a armadura e o concreto que a envolve, daí decorrendo peculiaridades de comportamento, próprias do concreto armado.

A solidariedade da armadura ao concreto é garantida pela existência de uma certa aderência entre os dois materiais. Na realidade, essa aderência é composta por diversas parcelas, que decorrem de diferentes fenômenos que intervêm na ligação dos materiais. Esses fenômenos podem ser explicitados por meio de diferentes ensaios. Esquemáticamente, podem ser consideradas as seguintes parcelas:

- **Aderência por adesão:** essa parcela de aderência é constatada pela resistência à separação dos dois materiais, quando se tenta separar um bloco concretado diretamente em contato com uma placa de aço (figura 35.1). Em virtude das ligações físico-químicas que se estabelecem na interface dos dois materiais durante as reações de pega do cimento, aparece uma certa resistência de adesão R_{b1} (bond=aderência) que se opõe à separação dos dois materiais.

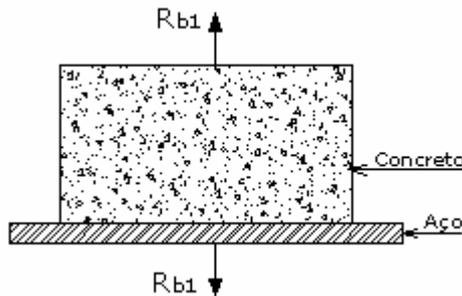


Figura 35.1 – Aderência por adesão

- **Aderência por atrito:** realizando o “ensaio de arrancamento” de uma barra de aço parcialmente mergulhada no concreto (figura 35.2), verifica-se que a força de arrancamento R_{b2} é significativamente superior aos limites que podem ser previstos a partir da resistência R_{b1} , obtida no ensaio anterior.

Os ensaios realizados sugerem que esse acréscimo de aderência seja devido a forças de atrito existentes entre os dois materiais. Essas forças de atrito dependem do coeficiente de atrito entre o aço e o concreto, o qual é função da rugosidade superficial da barra, e decorrem da existência de uma pressão transversal P_t exercida pelo concreto sobre a barra, em virtude de sua retração. A presença da barra inibe parcialmente as deformações de retração do concreto, daí surgindo a pressão transversal que provoca o acréscimo de aderência.

Nas barras curvas, sob a ação de forças de tração, surgem elevadas pressões de contato, pelo que o atrito pode ser particularmente intenso, favorecendo-se assim a solidarização dos dois materiais. Da mesma forma, uma compressão transversal externa aumenta a capacidade de aderência por atrito. Essa situação é usualmente encontrada nos apoios diretos das vigas.

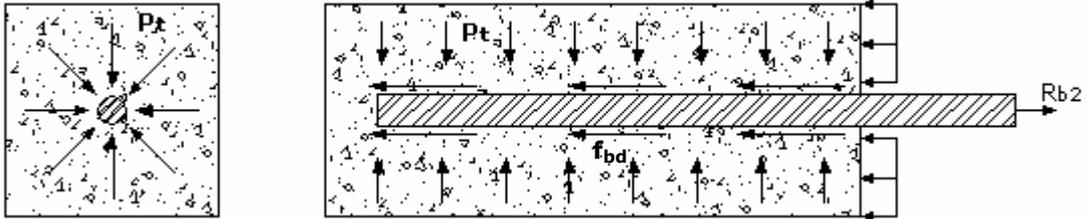


Figura 35.2 – Aderência por atrito

- **Aderência mecânica:** uma terceira parcela de aderência é decorrente da presença de saliências na superfície da barra. Essas saliências funcionam como peças de apoio, mobilizando tensões de compressão no concreto (figura 35.3). Nas chamadas "barras de alta aderência", essas saliências são dispostas intencionalmente ao longo da superfície da barra. A solidariedade dessas barras ao concreto é baseada essencialmente na aderência mecânica resultante das saliências, as quais caracterizam a conformação superficial das mesmas.

Note que o efeito de aderência mecânica também está presente nas chamadas "barras lisas", em virtude das irregularidades superficiais inerentes ao processo de laminação. Esse fato pode ser constatado por meio de ensaios comparativos de arrancamento de barras ensaiadas no estado "como laminado" e de barras torneadas e polidas. Nas barras lisas, a aderência mecânica e a aderência por atrito praticamente se confundem.

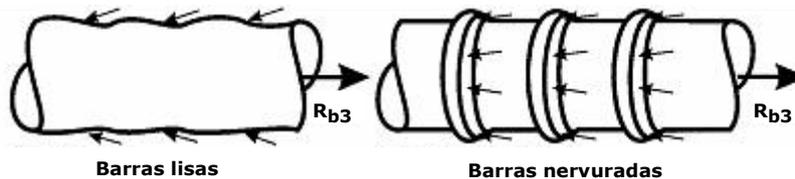


Figura 35.3 – Aderência mecânica

Na realidade, a separação da aderência nas três parcelas acima indicadas é meramente esquemática, não sendo possível determinar-se cada uma delas isoladamente. Além disso, a aderência de uma barra de aço ao concreto que a envolve é função de ponto, sendo o seu valor fortemente influenciado pela retração, pela fluência e pela fissuração do concreto. Desse modo por meio de ensaios são determinados valores médios globais de aderência, que são suficientes para efeito de projeto, não havendo necessidade de um estudo em escala microscópica.

Embora a intuição indique que a aderência se dá pela simples mobilização de tensões tangenciais, no esquema real, o equilíbrio é obtido por meio de bielas diagonais comprimidas, acompanhadas por tensões transversais de tração. Estas tensões de tração criam uma região microfissurada em torno da barra, tendendo a fendilhar o concreto paralelamente ao eixo da barra e destruir a ligação existente (figura 35.4).



Figura 35.4 – Fendilhamento longitudinal do concreto

A eficiência da ligação pode ser aumentada se a fissuração transversal for impedida através de: uma compressão transversal, que anule ou minimize a tração; um cintamento helicoidal, que produza um estado de compressão transversal; ou de uma armadura transversal de costura, que equilibre a tração transversal, mantendo a integridade da peça (figura 35.5).

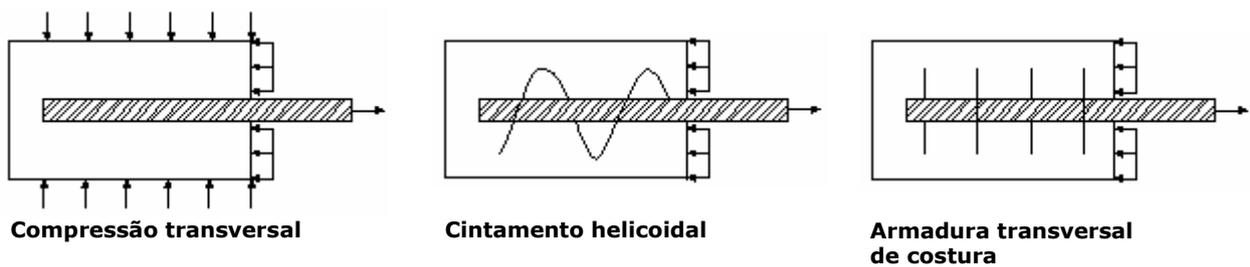


Figura 35.5 – Mecanismos de resistência ao fendilhamento

35.1.2 Zonas de Aderência

A aderência depende, principalmente, de um bom envolvimento da armadura pelo concreto. A vibração do concreto provoca a movimentação da água, em excesso na mistura, para as partes superiores da peça. Esta água tende a ficar presa, em forma de gotículas, junto às faces inferiores das armaduras (partes sólidas em geral). Com o tempo aparecem no seu lugar vazios que diminuem a área de contato da barra com o concreto (figura 35.6). Isto justifica o fato das barras horizontais posicionadas nas partes superiores das peças estarem em condições de má aderência, em contraposição as partes inferiores das peças constituem zonas de boa aderência. Quando a espessura da peça é pequena ($h \leq 30\text{cm}$, para finalidade prática) a quantidade de água de exudação é pequena, e não chega a reduzir em demasia a aderência.

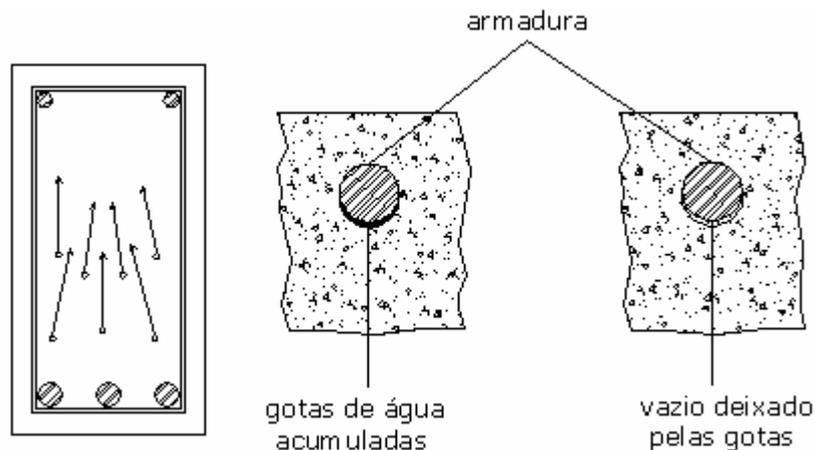


Figura 35.6 – Ação da água na armadura

(NBR6118/2003 – Item 9.3.1) Considera-se em boa situação quanto à aderência os trechos das barras que estejam em uma das posições seguintes:

a) com inclinação maior que 45° sobre a horizontal;

b) horizontais ou com inclinação menor que 45° sobre a horizontal, desde que:

- para elementos estruturais com $h < 60\text{cm}$, localizados no máximo 30cm acima da face inferior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima;

- para elementos estruturais com $h \geq 60\text{cm}$, localizados no mínimo 30cm abaixo da face superior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima.

Os trechos das barras em outras posições e quando do uso de formas deslizantes devem ser considerados em má situação quanto à aderência.

A figura 35.7, apresenta as situações de boa aderência (zona I), e má aderência (zona II).

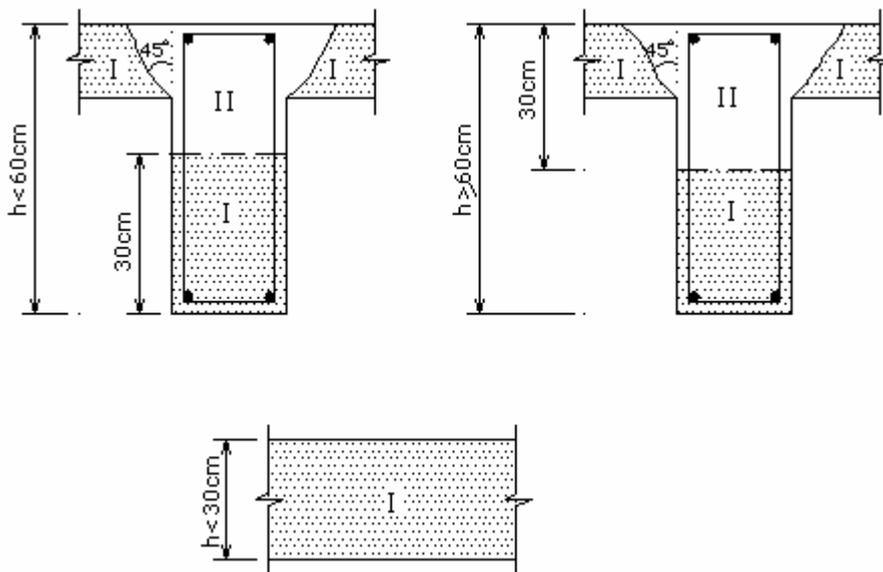


Figura 35.7 – Zonas de aderência

35.1.3 Ensaio de arrancamento - Resistência de aderência de cálculo

A determinação da resistência de aderência, tendo em vista a ancoragem das barras de aço, é classicamente feita por meio do "ensaio de arrancamento". O comportamento teórico das tensões de aderência num ensaio desta natureza está mostrado na figura 35.8.

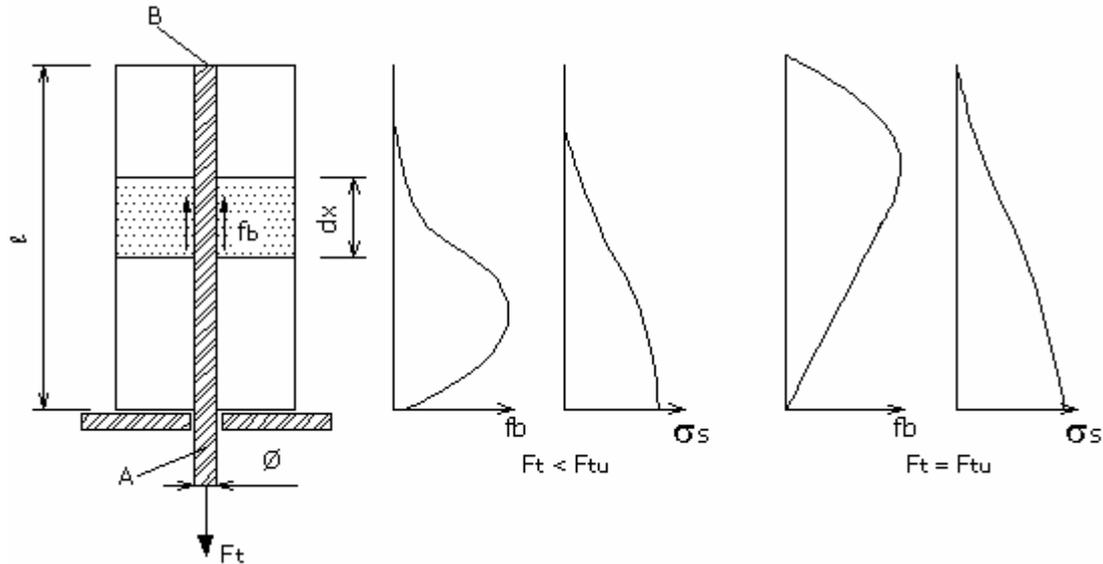


Figura 35.8 – Ensaio de arrancamento

Sob a ação da força de tração F_t , na barra age a tensão σ_s , sendo mobilizadas tensões de aderência f_b (bond). A tensão σ_s diminui à medida que se consideram seções mais afastadas do ponto de entrada da barra de aço no bloco de concreto.

Considerando o equilíbrio do elemento de comprimento dx , figura 35.9

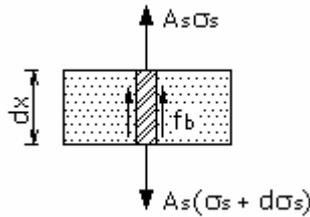


Figura 35.9 – Elemento de comprimento dx

sendo A_s a área da seção transversal da barra de aço, ϕ o seu diâmetro e $u = \pi \cdot \phi$ o seu perímetro, tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_s \cdot \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} + f_b \cdot \pi \cdot \phi \cdot dx &= (\sigma_s + d\sigma_s) \cdot \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} \\ f_b \cdot \pi \cdot \phi \cdot dx &= d\sigma_s \cdot \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} \\ f_b &= \frac{\phi}{4} \cdot \frac{d\sigma_s}{dx} \end{aligned} \quad (35.1)$$

pode-se verificar que a aderência f_b é mobilizada enquanto a tensão de normal na barra varia, isto é, enquanto $d\sigma_s/dx \neq 0$.

Para forças $F_t < F_{t_u}$, apenas parte do comprimento total está trabalhando. Nos trechos em que se chega ao escorregamento, a aderência por adesão é destruída, restando as aderências mecânica e por atrito. Esta última, vai se alterando durante o ensaio em virtude da microfissuração do concreto circundante à barra.

O escorregamento total da barra só ocorre a partir de uma força $F_t = F_{t_u}$, quando a aderência ainda pode aumentar até $F_t = F_{t_u}$. Em virtude da maior capacidade de mobilização da aderência mecânica, este aumento é maior no caso das barras nervuradas do que no das lisas. Nas

barras lisas, uma vez iniciado o escorregamento, o valor último é logo atingido. Por esta razão, é obrigatório o emprego de gancho na extremidade das barras lisas, que inibem o início do escorregamento e tornam a ancoragem mais segura.

No arrancamento, quando $F_t = F_{tu}$ (intensidade última), a capacidade máxima de aderência está mobilizada. Como usualmente ocorre um processo de fissuração antes do arrancamento, a capacidade de resistência de aderência é tomada com o valor convencional correspondente a um certo valor do deslocamento da extremidade descarregada.

(NBR6118/2003 - Item 9.3.2.1) A resistência de aderência de cálculo entre armadura e concreto na ancoragem de armaduras passivas deve ser obtida pela seguinte expressão:

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (35.2)$$

sendo:

$$f_{ctd} = 0,15 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (35.3)$$

onde:

$\eta_1 = 1,0$ para barras lisas;

$\eta_1 = 1,4$ para barras dentadas;

$\eta_1 = 2,25$ para barras nervuradas;

$\eta_2 = 1,0$ para situações de boa aderência;

$\eta_2 = 0,7$ para situações de má aderência;

$\eta_3 = 1,0$ para $\phi < 32\text{mm}$;

$\eta_3 = \frac{(132 - \phi)}{100}$ para $\phi > 32\text{mm}$.

35.2 Ancoragem

35.2.1 - Introdução

As disposições construtivas básicas das ancoragens retas e das emendas por traspasse das armaduras passivas estão esquematizadas na figura 35.10, tanto para barras tracionadas quanto para barras comprimidas.

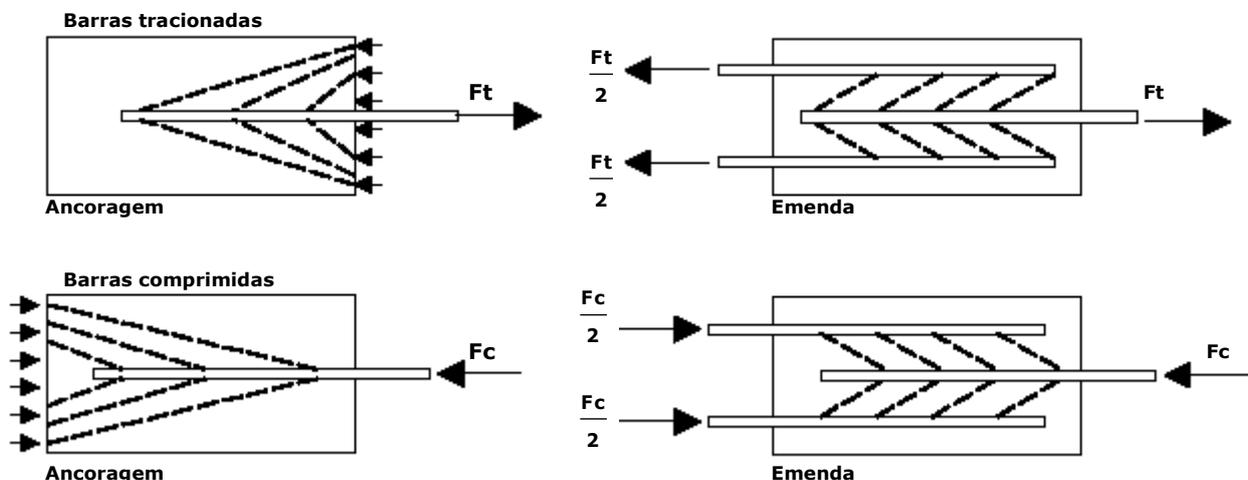


Figura 35.10 - Esquema resistente nas ancoragens retas e emendas por traspasse

De acordo com o que foi visto, o equilíbrio dos esforços é obtido por meio de um efeito de arqueamento das tensões. A transmissão de esforços é feita por meio de bielas diagonais comprimidas de concreto conforme se indica nos exemplos da figura 35.10.

É importante observar que nas ancoragens das barras tracionadas, o essencial é garantir a manutenção da integridade das bielas diagonais comprimidas e assegurar que os esforços transversais de tração possam ser adequadamente resistidos.

A ancoragem de barras de aço no concreto acarreta o aparecimento de solicitações transversais de tração, que devem ser resistidas por uma armadura de costura. Mas, freqüentemente desaparece a necessidade de colocação de uma armadura especial de costura, porquanto essa função pode ser desempenhada pelas armaduras transversais colocadas nas peças em virtude de outros tipos de solicitação.

As emendas e as ancoragens das barras comprimidas têm basicamente o mesmo comportamento que o das barras tracionadas. A transmissão de esforços é feita por bielas diagonais comprimidas com o conseqüente aparecimento de tensões transversais de tração. No entanto, há duas diferenças básicas entre as ancoragens tracionadas e aquelas comprimidas.

No caso das ancoragens tracionadas, as tensões longitudinais de tração produzem fissuração da peça. Essa fissuração reduz em parte a capacidade de ancoragem da barra, pois ela é acompanhada por uma microfissuração que desagrega o concreto ao longo de um certo comprimento. Os comprimentos de ancoragem recomendados para as barras tracionadas já levam em conta todos esses efeitos.

No caso da ancoragem de barras comprimidas, existe maior integridade do concreto, decorrente da própria compressão longitudinal da peça. Em princípio, a eficiência dessas ancoragens pode ser maior do que as das barras tracionadas.

Além disso, nas barras comprimidas, a eficiência da ancoragem também é aumentada pela existência de um efeito de ancoragem de ponta, pois existe uma compressão direta do topo da barra. Esse efeito de ancoragem de topo permite a ancoragem reta de barras lisas, pois ele substitui o efeito dos ganchos, necessários nas ancoragens tracionadas.

Em princípio, as ancoragens e as emendas das barras comprimidas devem ser retas, sem ganchos da extremidade. No entanto, nas barras lisas sujeitas a esforços alternados de tração e de compressão, os ganchos são obrigatórios para a resistência aos esforços de tração.

Nesse caso, a armadura transversal contra o fendilhamento deve ser cuidadosamente respeitada.

35.2.2 – Ancoragens retas e curvas

Nas ancoragens retas, a transmissão de esforços é feita por meio de solicitações tangenciais.

Além da tendência ao fendilhamento ao longo da ancoragem, existe uma concentração de tensões nas extremidades, que tende a produzir uma ruptura localizada. Desta forma, as barras da armadura de costura transversal à ancoragem devem ser dispostas de forma mais concentrada junto às extremidades (figura 35.11).

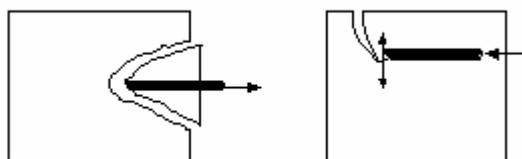


Figura 35.11 – Ancoragens retas – concentração de tensões nas extremidades

Nas ancoragens curvas, a transferência dos esforços se faz por meio da aderência, como nas ancoragens retas, e por solicitações normais, que transmitem por compressão ao concreto parte da força a ser ancorada. Estas tensões de compressão aumentam a capacidade de ancoragem por atrito ao longo do trecho curvo, mas são acompanhadas por tensões de tração, transversais ao plano de dobramento, que tendem a fendilhar o concreto. Quando o raio de curvatura é suficientemente grande, as tensões de fendilhamento são pequenas e podem ser absorvidas pelo próprio concreto. Por este motivo, as normas prescrevem valores mínimos para os raios de curvatura, a partir dos quais não são necessárias precauções contra este fendilhamento (figura 35.12).

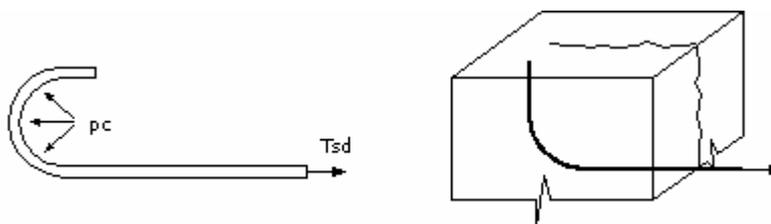


Figura 35.12 – Ancoragens curvas - tendência ao fendilhamento no plano de dobramento

35.2.3 Ancoragem por aderência

(NBR6118/2003 – Item 9.4.1.1) Quando os esforços são ancorados por meio de um comprimento reto ou com grande raio de curvatura, seguido ou não de gancho.

A exceção das regiões situadas sobre apoios diretos, as ancoragens por aderência devem ser confinadas por armaduras transversais ou pelo próprio concreto, considerando-se este caso quando o cobrimento da barra ancorada for maior ou igual a 3ϕ .

35.2.4 Ancoragem por meio de dispositivos mecânicos

(NBR6118/2003 – Item 9.4.1.2) Quando os esforços a ancorar são transmitidos ao concreto por meio de dispositivos acoplados à barra.

35.2.5 Prolongamento retilíneo da barra ou grande raio de curvatura

(NBR6118/2003 – Item 9.4.2.1) As barras tracionadas podem ser ancoradas ao longo de um comprimento retilíneo ou com grande raio de curvatura em sua extremidade, de acordo com as condições a seguir:

- obrigatoriamente com gancho para barras lisas;
- sem gancho nas que tenham alternância de solicitação, de tração e compressão;
- com gancho ou sem gancho nos demais casos, não sendo recomendado o gancho para barras de $\phi \geq 32\text{mm}$ ou feixes de barras.

As barras comprimidas devem ser ancoradas sem ganchos.

35.2.6 Barras transversais soldadas

(NBR6118/2003 – Item 9.4.2.2) Podem ser utilizadas várias barras transversais soldadas para a ancoragem de barras, desde que (ver figura 35.13):

- diâmetro da barra soldada $\phi_t \geq 0,60 \phi$;
- a distância da barra transversal ao ponto de início da ancoragem seja $\geq 5 \phi$;
- a resistência ao cisalhamento da solda deve superar a força mínima de $0,3 A_s f_{yd}$ (30% da resistência da barra ancorada).

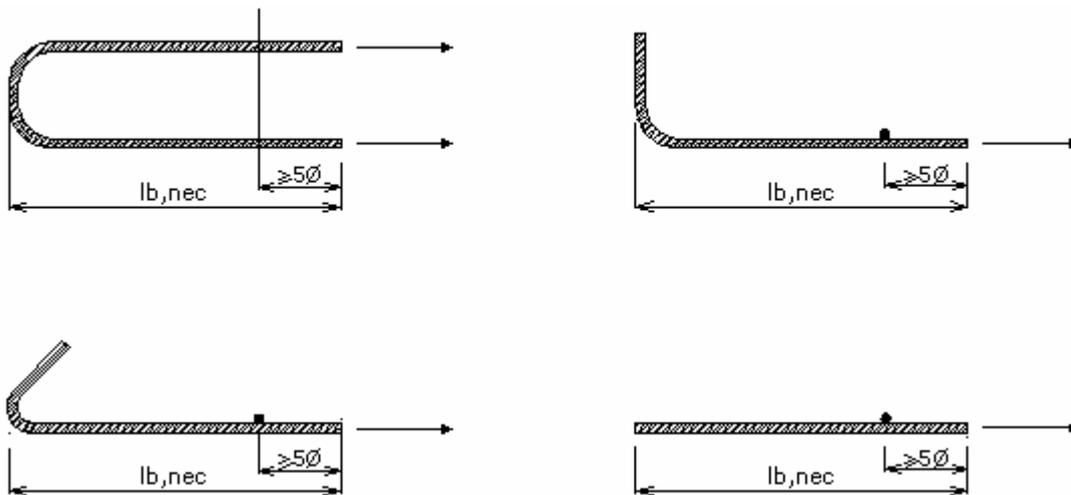


Figura 35.13– Ancoragem com barras transversais soldadas

35.2.7 Ganchos das armaduras de tração

(NBR6118/2003 – Item 9.4.2.3) Os ganchos das extremidades das barras da armadura longitudinal de tração podem ser (figura 35.14):

- semicirculares, com ponta reta de comprimento não inferior a 2ϕ ;
- em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a 4ϕ ;
- em ângulo reto, com ponta reta de comprimento não inferior a 8ϕ .

Para as barras lisas, os ganchos devem ser semicirculares.

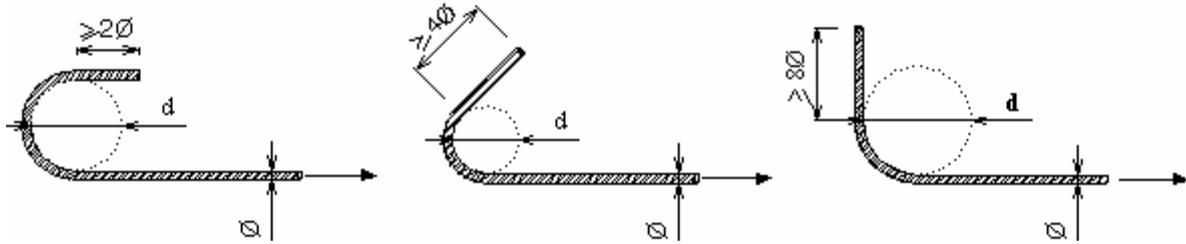


Figura 35.14 – Ganchos das extremidades das barras

O **diâmetro** interno da curvatura dos ganchos das armaduras longitudinais de tração deve ser pelo menos igual ao estabelecido na tabela 35.1.

Bitola mm	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
< 20	4φ	5φ	6φ
≥20	5φ	8φ	-

Tabela 35.1 – Diâmetro dos pinos de dobramento (d)

Quando houver barra soldada transversal ao gancho, e as operações de dobramento ocorrer após a soldagem, devem ser mantidas os diâmetros dos pinos de dobramento da tabela, se o ponto de solda situar-se na parte reta da barra, a uma distância mínima de 4φ do início da curva.

Caso essa distância seja menor, ou o ponto se situe sobre o trecho curvo, o diâmetro do pino de dobramento deve ser no mínimo igual a 20φ.

Quando a operação de soldagem ocorrer após o dobramento, devem ser mantidos os diâmetros da tabela 35.1.

35.2.8 Comprimento de ancoragem básico

(NBR6118/2003 – Item 9.4.2.4) Define-se comprimento de ancoragem básico como o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força limite $A_s \cdot f_{yd}$ nessa barra, ao longo desse comprimento, resistência de aderência uniforme e igual a f_{bd} . O comprimento de ancoragem básico é dado por:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (35.4)$$

35.2.9 Comprimento de ancoragem necessário

(NBR6118/2003 – Item 9.4.2.5) O comprimento de ancoragem necessário pode ser calculado por:

$$l_{b, nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s, calc}}{A_{s, ef}} \geq l_{b, min} \quad (35.5)$$

sendo:

$\alpha_1 = 1,0$ para barras sem gancho;

$\alpha_1 = 0,7$ para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao gancho $\geq 3\phi$;

l_b = comprimento de ancoragem básico;

$l_{b, min}$ = maior valor entre $0,3l_b$, 10ϕ e 100mm .

35.2.10 Armadura transversal na ancoragem

(NBR6118/2003 – 9.4.2.6) Consideram-se as armaduras transversais existentes ao longo do comprimento de ancoragem, caso a soma das áreas dessas armaduras seja maior ou igual às especificadas nos itens a) e b) que seguem.

a) Barras com $\phi < 32$ mm

Ao longo do comprimento de ancoragem deve ser prevista armadura transversal capaz de resistir a 25% do esforço de uma das barras ancoradas. Se a ancoragem envolver barras diferentes, prevalece para esse efeito, a de maior diâmetro.

b) Barras com $\phi \geq 32$ mm

Deve ser verificada a armadura em duas direções transversais ao conjunto de barras ancoradas. Essas armaduras transversais devem suportar os esforços de fendilhamento segundo os planos críticos, respeitando espaçamento máximo de 5ϕ (onde ϕ é o diâmetro da barra ancorada).

Quando se tratar de barras comprimidas, pelo menos uma das barras constituintes da armadura transversal deve estar situada a uma distância igual a quatro diâmetros (da barra ancorada) além da extremidade da barra.

35.2.11 Ancoragem de estribos

(NBR6118/2003 – 9.4.6) A ancoragem dos estribos deve necessariamente ser garantida por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas.

Os ganchos dos estribos podem ser :

a) semi circulares ou em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento igual a $5\phi_t$, porém não inferior a 5 cm;

b) em ângulo reto, com ponta reta de comprimento maior ou igual a $10\phi_t$, porém não inferior a 7 cm (este tipo de gancho não deve ser utilizado para barras e fios lisos).

O **diâmetro** interno da curvatura dos estribos deve ser, no mínimo, igual ao índice dado na tabela 35.2.

Bitola mm	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
≤ 10	$3\phi_t$	$3\phi_t$	$3\phi_t$
$10 < \phi < 20$	$4\phi_t$	$5\phi_t$	-
≥ 20	$5\phi_t$	$8\phi_t$	-

Tabela 35.2 – Diâmetro dos pinos de dobramento dos estribos

35.2.12 Barras transversais soldadas

(NBR6118/2003 – 9.4.6.2) Desde que a resistência ao cisalhamento da solda para uma força mínima de $A_s \cdot f_{yd}$ seja comprovada por ensaio, pode ser feita a ancoragem de estribos, por meio de barras transversais soldadas, de acordo com a figura 16, obedecendo às condições dadas a seguir (figura 35.16) :

- duas barras soldadas com diâmetro $\phi_t > 0,7\phi$ para estribos constituídos por 1 ou 2 ramos;
- uma barra soldada com diâmetro $\phi_t \geq 1,4\phi$, para estribos de 2 ramos.

Sendo: As f_{yd} a resistência da barra ancorada.

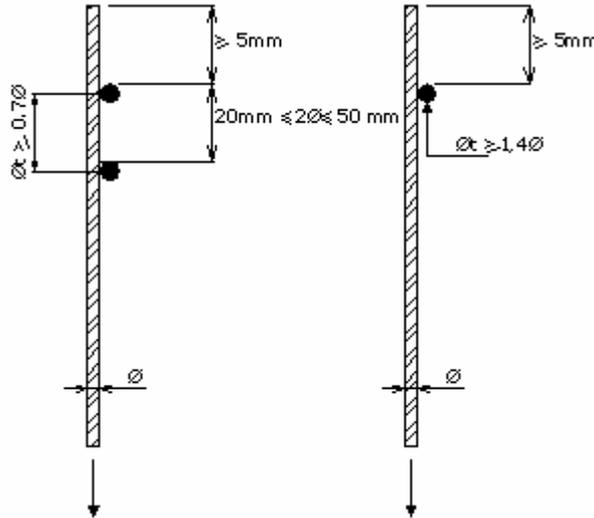


Figura 35.16- Ancoragem de armadura transversal por meio de barras soldadas

35.2.13 Ancoragem por meio de dispositivos mecânicos

(NBR6118/2003 - 9.4.7) Quando forem utilizados dispositivos mecânicos acoplados às armaduras a ancorar, a eficiência do conjunto deve ser justificada e quando for o caso, comprovada através de ensaios.

O escorregamento entre a barra e o concreto, junto ao dispositivo de ancoragem, não deve exceder 0,1 mm para 70% da carga limite última, nem 0,5 mm para 95% dessa carga.

A resistência de cálculo da ancoragem não deve exceder 50% da carga limite ensaiada, nos casos em que sejam desprezíveis os efeitos de fadiga, nem 70% da carga limite obtida em ensaio de fadiga, em caso contrário.

O projeto deve prever os efeitos localizados desses dispositivos, através de verificação da resistência do concreto e da disposição de armaduras adequadas para resistir aos esforços gerados e manter as aberturas de fissuras nos limites especificados na NBR6118-2003, item 21.2.

35.2.14 Barra transversal única

(NBR6118/2003 - 9.4.7.1) Pode ser usada uma barra transversal soldada como dispositivo de ancoragem integral da barra desde que:

- $\phi_t = \phi_t$ barra ancorada;

- ϕ não deve ser maior que 1/6 da menor dimensão do elemento estrutural na região da ancoragem ou 25 mm;

- o espaçamento entre as barras ancoradas não deve ser maior que 20ϕ ;
- a solda de ligação das barras deve ser feita no sentido longitudinal e transversal das barras, contornando completamente a área de contato das barras;
- a solda deve respeitar o prescrito na NBR6118-2003, item 9.5.4 .

35.3 Emendas

(NBR6118/2003 – 9.5.1) As emendas das barras podem ser:

- por traspasse;
- por luvas com preenchimento metálico ou rosqueadas;
- por solda;
- por outros dispositivos devidamente justificados.

35.3.1 Emendas por traspasse

(NBR6118/2003 – 9.5.2) Este tipo de emenda não é permitido para barras de bitola maior que 32 mm, nem para tirantes e pendurais (elementos estruturais lineares de seção inteiramente tracionada).

No caso de feixes, o diâmetro do círculo de mesma área, para cada feixe, não deve ser superior a 45 mm.

35.3.2 Proporção das barras emendadas

(NBR6118/2003 – 9.5.2.1) Consideram-se como na mesma seção transversal as emendas que se superpõem ou cujas extremidades mais próximas estejam afastadas de menos que 20% do comprimento do trecho de traspasse.

Quando as barras têm diâmetros diferentes, o comprimento de traspasse deve ser calculado pela barra de maior diâmetro (ver figura 35.17).

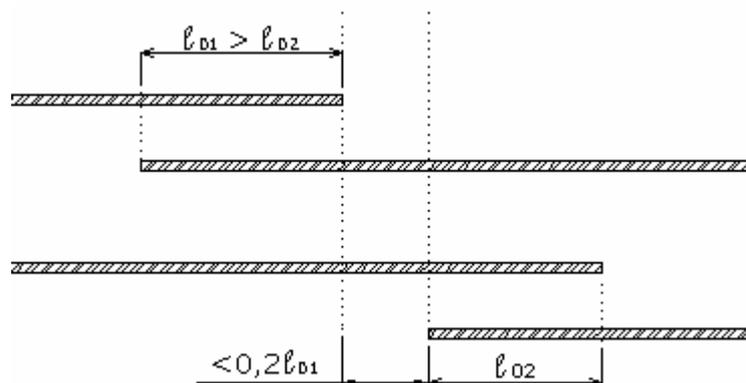


Figura 35.17– Emendas supostas como na mesma seção transversal

A proporção máxima de barras tracionadas da armadura principal emendadas por traspasse na mesma seção transversal do elemento estrutural deve ser a indicada na tabela 35.3.

A adoção de proporções maiores que as indicadas deve ser justificada quanto à integridade do concreto na transmissão dos esforços e da capacidade resistente da emenda, como um conjunto, frente à natureza das ações que a solicitem.

Tipo de barra	Situação	Tipo de carregamento	
		Estático	Dinâmico
Alta aderência	em uma camada	100 %	100 %
	em mais de uma camada	50 %	50 %
Lisa	$\phi < 16 \text{ mm}$	50 %	25 %
	$\phi \geq 16 \text{ mm}$	25 %	25 %

Tabela 35.3 - Proporção máxima de barras tracionadas emendadas

Quando se tratar de armadura permanentemente comprimida ou de distribuição, todas as barras podem ser emendadas na mesma seção.

35.3.3 Comprimento de traspasse de barras tracionadas, isoladas

(NBR6118/2003 – 9.5.2.2) Quando a distância livre entre barras emendadas estiver compreendida entre 0 e 4ϕ , o comprimento do trecho de traspasse para barras tracionadas deve ser:

$$\ell_{0t} = \alpha_{0t} \cdot \ell_{b,nec} \geq \ell_{0t,min} \quad (35.6)$$

onde:

$\ell_{0t,min}$ é o maior valor entre $0,3 \cdot \alpha_{0t} \lambda_b$, 15ϕ e 200 mm.

α_{0t} é o coeficiente função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção, conforme tabela 35.4.

Quando a distância livre entre barras emendadas for $> 4\phi$, ao comprimento calculado em (35.6), deve ser acrescida a distância livre entre barras emendadas. A armadura transversal na emenda deve ser justificada considerado o comportamento conjunto concreto-aço, atendendo ao estabelecido na NBR6118-2003 item 9.5.2.4.

Barras emendadas na mesma seção %	≤ 20	25	33	50	> 50
Valores de α_{0t}	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

Tabela 35.4 - Valores do coeficiente α_{0t}

35.3.4 Comprimento por traspasse de barras comprimidas, isoladas

(NBR6118/2003 – 9.5.2.3) Quando as barras estiverem comprimidas, adota-se a seguinte expressão para cálculo do comprimento de traspasse:

$$l_{0c} = l_{b,nec} \geq l_{0c, \min} \quad (35.7)$$

sendo:

$l_{0c, \min}$ o maior valor entre $0,6 l_b$, 15ϕ e 200mm .

35.3.5 Armadura transversal nas emendas – barras tracionadas (figura 35.18)

(NBR6118/2003 – 9.5.2.4.1) Quando $\phi < 16\text{ mm}$ ou a proporção de barras emendadas na mesma seção for menor que 25%, a armadura transversal deve satisfazer NBR6118-2003 item 9.4.2.6.

Nos casos em que $\phi \geq 16\text{ mm}$ ou quando a proporção de barras emendadas na mesma seção for maior ou igual a 25%, a armadura transversal deve:

- ser capaz de resistir a uma força igual à de uma barra emendada, considerando os ramos paralelos ao plano da emenda;
- ser constituída por barras fechadas se a distância entre as duas barras mais próximas de duas emendas na mesma seção for $< 10 \phi$ (ϕ = diâmetro da barra emendada);
- concentrar-se nos terços extremos da emenda.

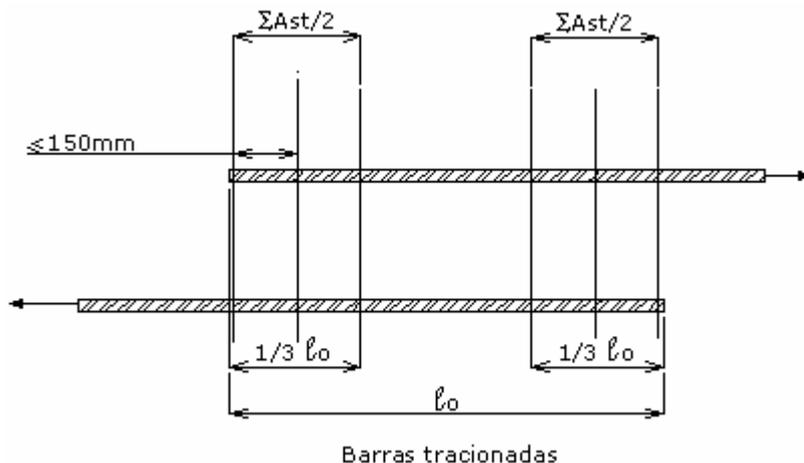


Figura 35.18 - Armadura transversal nas emendas – barras tracionadas

35.3.6 Armadura transversal nas emendas – barras comprimidas (figura 35.19)

(NBR6118/2003 – 9.5.2.4.2) Devem ser mantidos os critérios estabelecidos para o caso anterior, com pelo menos uma barra de armadura transversal posicionada 4ϕ além das extremidades da emenda.

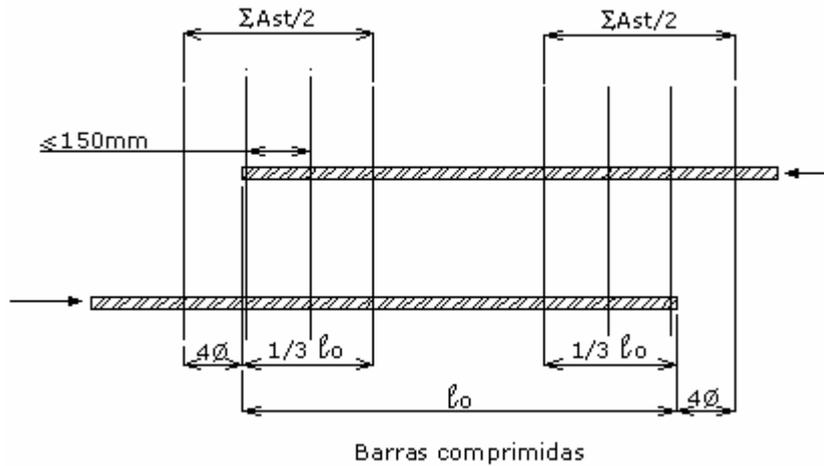


Figura 35.19 - Armadura transversal nas emendas comprimidas

35.3.7 Emendas por traspasse em feixes de barras

(NBR6118/2003 – 9.5.2.5) Podem ser feitas emendas por traspasse em feixes de barras quando, respeitado o estabelecido no item 35.3.1, as barras constituintes do feixe forem emendadas uma de cada vez, sem que em qualquer seção do feixe emendado resultem mais de quatro barras.

As emendas das barras do feixe devem ser separadas entre si 1,3 vezes o comprimento de emenda individual de cada uma.

35.3.8 Emendas por luvas roscadas

(NBR6118/2003 – 9.5.3) Para este tipo de emenda, as luvas roscadas devem ter resistência maior que as barras emendadas.

35.3.9 Emendas por solda

(NBR6118/2003 – 9.5.4) As emendas por solda podem ser:

- de topo, por caldeamento, para bitola não menor que 10 mm;
- de topo, com eletrodo, para bitola não menor que 20 mm;
- por traspasse com pelo menos dois cordões de solda longitudinais, cada um deles com comprimento não inferior a 5ϕ afastados no mínimo 5ϕ (ver figura 35.20);
- com outras barras justapostas (cobrejuntas), com cordões de solda longitudinais, fazendo-se coincidir o eixo baricêntrico do conjunto com o eixo longitudinal das barras emendadas, devendo cada cordão ter comprimento de pelo menos 5ϕ (ver figura 35.20).

As emendas por solda podem ser realizadas na totalidade das barras em uma seção transversal do elemento estrutural.

Devem ser consideradas como na mesma seção as emendas que de centro a centro estejam afastadas entre si menos que 15ϕ medidos na direção do eixo da barra.

A resistência de cada barra emendada deve ser considerada sem redução.

Em caso de barra tracionada e havendo preponderância de carga acidental, a resistência deve ser reduzida em 20%.

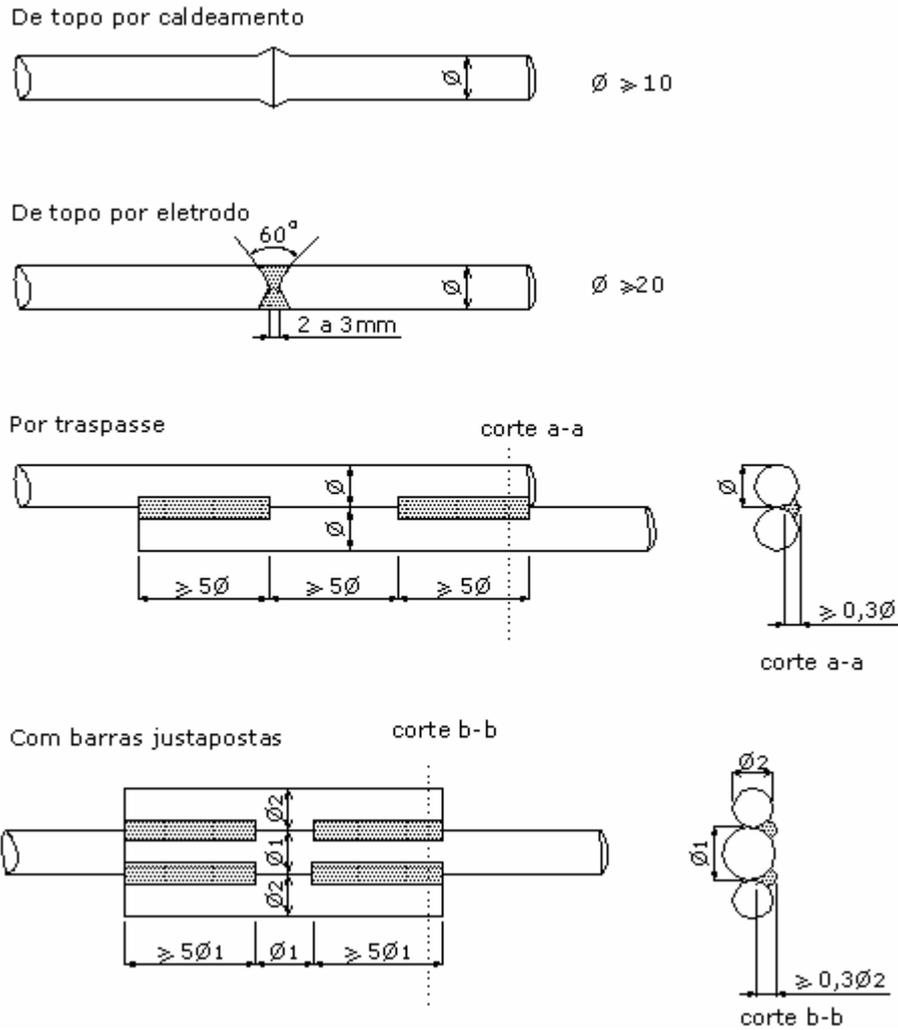


Figura 35.20 – Emendas por solda

35.4 Aplicações

Exemplo 35.1 – Determine o comprimento de ancoragem necessário, para as barras da armadura positiva da direção x, para a laje esquematizada na figura 35.21.

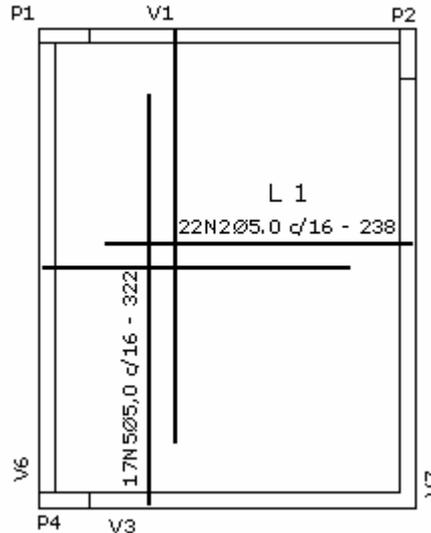


Figura 35.21 – Armadura positiva da Laje 1

Considere:

Concreto 25 MPa

$$\text{AÇO CA-50A} \rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \rightarrow f_{yd} = 434,78 \text{ MPa}$$

$\eta_1 = 2,25$ (barras nervuradas)

$$A_{s,cal} = 0,909 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$c_{ob_L} = 2 \text{ cm}$$

$$h_L = 10 \text{ cm}$$

A altura da laje é menor que 30cm portanto de acordo com o item 35.1.2, as armaduras estão em região de boa aderência. Assim:

$$\eta_2 = 1,0$$

$$\eta_3 = 1,0 (\phi = 5,0\text{mm} < 32\text{mm})$$

1º) Resistência de aderência de cálculo

$$f_{ctd} = 0,15 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0,15 \cdot \sqrt[3]{25^2} \rightarrow f_{ctd} = 1,282 \text{ MPa}$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,282 \rightarrow f_{bd} = 2,886 \text{ MPa}$$

2º) Comprimento de ancoragem básico

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{0,5}{4} \cdot \frac{434,78}{2,886} = 18,83 \rightarrow \ell_b = 19 \text{ cm}$$

3º) Comprimento de ancoragem necessário

$$A_{s,efet} = \frac{A_{\phi}}{s} \cdot 100 = \frac{0,196}{16} \cdot 100 \rightarrow A_{s,efet} = 1,225 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\ell_{b,mín} = \text{máximo} (0,3\ell_b; 10\phi; 10\text{cm}) = \text{máximo} (5,7; 5; 10) \rightarrow \ell_{b,mín} = 10 \text{ cm}$$

$\alpha = 1$ (barras sem gancho)

$$\ell_{b,nec} = \alpha \cdot \ell_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,efet}} = 1,0 \cdot 19 \cdot \frac{0,909}{1,225} = 14,09 \text{ cm} > \ell_{b,mín} \rightarrow \ell_{b,nec} = 15 \text{ cm}$$

Exemplo 35.2 – Complete a tabela abaixo onde ℓ_b^B e ℓ_b^M são os comprimentos básicos de ancoragem para regiões de boa e má aderência, respectivamente.

Considerar:

- barras nervuradas $\rightarrow \eta_1 = 2,25$
- diâmetro nominal das barras $\phi < 32\text{mm} \rightarrow \eta_3 = 1,0$
- região de boa aderência $\rightarrow \eta_2 = 1,0$
- região de má aderência $\rightarrow \eta_2 = 0,7$

	fck (MPa)	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15}$ (MPa)	$f_{ctd} = 0,15 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$ (MPa)	$f_{bd}^B = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{bd}$ (MPa)	$\ell_b^B = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$	$\ell_b^M = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$
CA-50A	20	434,78	1,105	2,487	44. ϕ	63. ϕ
	25	434,78	1,282	2,886	38. ϕ	55. ϕ
CA-60A	20	521,74	1,105	2,487	53. ϕ	76. ϕ
	25	521,74	1,282	2,886	46. ϕ	66. ϕ

Exemplo 35.3 – Para a viga esquematizada na figura 35.22, determinar o traspasse das duas barras à direita, localizadas na primeira camada da armadura tracionada.

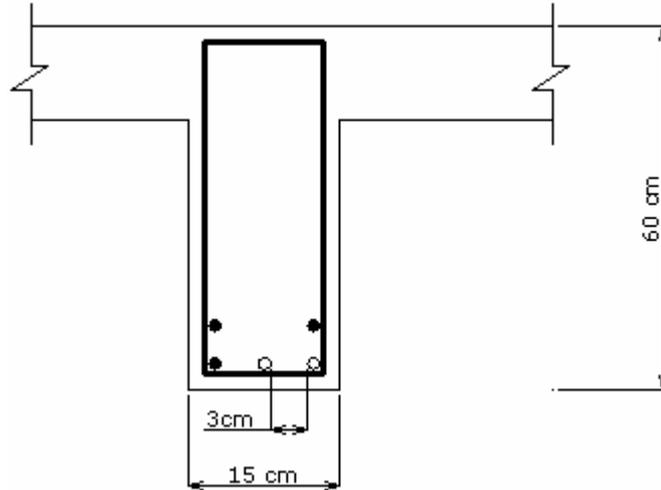


Figura 35.22 – Seção transversal da viga

Considerar:

Concreto 20 MPa

$$\text{AÇO CA-50A} \rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \rightarrow f_{yd} = 434,78 \text{ MPa}$$

$$A_{s,calc} = 3,50 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,efet} = 5\phi 10 \text{ mm}$$

$$\text{Cobrimento} = 2,5 \text{ cm}$$

$$\phi_t = 5,0 \text{ mm}$$

Barras ancoradas com gancho.

1º.) Coeficiente α_{0t}

Tabela 35.3 → Barras de alta aderência, em uma camada, podemos emendar 100% das barras.

Composição da armadura = 5 barras }
Emendar = 2 barras } Portanto 2/5 das barras serão emendadas = 40%

Tabela 35.4 }
50% → $\alpha_{0t} = 1,8$ }
33% → $\alpha_{0t} = 1,6$ } $\frac{50 - 33}{1,8 - 1,6} = \frac{50 - 40}{1,8 - \alpha_{0t}} \rightarrow \alpha_{0t} = 1,68$

2º.) Comprimento de ancoragem básico

Viga com 60cm de altura, armadura tracionada na região de boa aderência.

Da tabela preenchida no exemplo 35.2, obtemos:

Para $f_{ck} = 20\text{MPa}$, aço CA-50A $\rightarrow \ell_b^B = 44.\phi$; mas $\phi = 10\text{mm} = 1\text{ cm} \rightarrow \ell_b = 44\text{ cm}$

3º.) Comprimento de ancoragem necessário

$A_{s,efet} = 5.A\phi = 5.0,785 \rightarrow A_{s,efet} = 3,925\text{ cm}^2$

$\ell_{b,mín} = \text{máximo}(0,3\ell_b; 10\phi; 10\text{cm}) = \text{máximo}(13,2; 10; 10) = 13,2\text{cm}$

$\alpha = 0,7$ (barras com gancho, com cobertura normal ao gancho = $3,0\text{cm} = 3\phi$)

$\ell_{b,nec} = \alpha.\ell_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,efet}} = 0,7.44 \cdot \frac{3,50}{3,925} = 27,46\text{ cm} > \ell_{b,mín} \rightarrow \ell_{b,nec} = 28\text{ cm}$

4º.) Comprimento de traspasse de barras tracionadas isoladas

Distância livre entre as barras a serem emendadas = 3 cm (entre 0 e $4.\phi$).

$\ell_{0t,min} = \text{máximo}(0,3 \cdot \alpha_{0t}.\ell_b; 15.\phi; 20\text{cm}) = \text{máximo}(22,18; 15; 20) = 22,18\text{cm}$

$\ell_{0t} = \alpha_{0t}.\ell_{b,nec} = 1,68.28 = 47,04\text{ cm} > \ell_{0t,min} \rightarrow \ell_{0t} = 48\text{ cm}$

$0,2 \cdot \ell_{0t} = 0,2.48 = 9,6\text{ cm}$

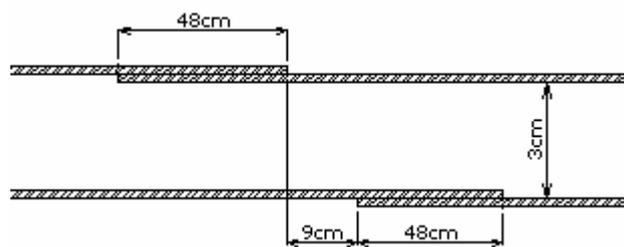


Figura 35.23 – Emenda por traspasse das barras

conteúdo 36

detalhamento da armadura longitudinal da viga

36.1 Decalagem do diagrama de momentos fletores

(NBR6118/2003 – Item 17.4.2.2) Quando a armadura longitudinal de tração for determinada através do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, os efeitos provocados pela fissuração oblíqua podem ser substituídos no cálculo pela decalagem do diagrama de força no banzo tracionado dada pela expressão:

$$a_l = d \left[\frac{V_{sd, \max}}{2 \cdot (V_{sd, \max} - V_c)} \cdot (1 + \cot g\alpha) - \cot g\alpha \right] \quad (36.1)$$

sendo:

$a_l \geq 0,5 \cdot d$, no caso geral;

$a_l \geq 0,2 \cdot d$, para estribos inclinados a 45° ;

$a_l = 0,75 \cdot d$, usado na prática.

A decalagem do diagrama de força no banzo tracionado pode também ser obtida simplesmente aumentando a força de tração, em cada seção, pela expressão:

$$R_{sd, \text{cor}} = \frac{M_{sd}}{2} + |V_{sd}| \cdot (\cot g\theta - \cot g\alpha) \cdot \frac{1}{2} \quad (36.2)$$

onde:

θ = ângulo de inclinação das bielas de compressão consideradas no dimensionamento à força cortante;

α = ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$;

M_{sd} = momento fletor de cálculo.

Essa decalagem pode ser substituída, aproximadamente, pela correspondente decalagem do diagrama de momentos fletores.

Mantidas as condições acima, o deslocamento do diagrama de momentos fletores, aplicando o processo descrito neste item, deve ser:

$$a_l = 0,5 \cdot d \cdot (\cot g\theta - \cot g\alpha) \quad (36.3)$$

A translação horizontal no diagrama (ou na envoltória) de momentos fletores, dita decalagem, é sempre considerada no sentido mais desfavorável, de forma a aumentar o momento fletor nas seções. O comprimento das barras da armadura longitudinal de tração será determinado com base neste diagrama decalado (figura 36.1)

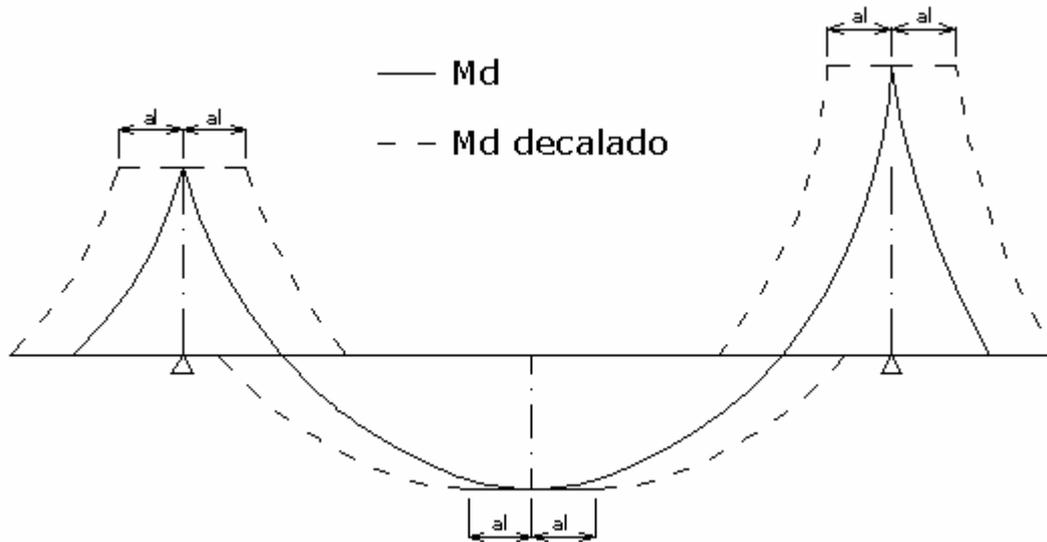


Figura 36.1 – Translação do diagrama de momentos fletores

36.2 Armadura de tração na flexão simples, ancoradas por aderência

(NBR6118/2003 – Item 18.3.2.3.1) O trecho da extremidade da barra de tração, considerado como de ancoragem, tem início na seção teórica onde sua tensão σ_s começa a diminuir (o esforço da armadura começa a ser transferido para o concreto). Deve prolongar-se pelo menos 10ϕ além do ponto teórico de tensão σ_s nula, não podendo em nenhum caso ser inferior ao comprimento de ancoragem necessário ($\ell_{b,nec}$).

Assim, na armadura longitudinal de tração dos elementos estruturais solicitados por flexão simples, o trecho de ancoragem da barra deve ter início no ponto A (figura 36.2) do diagrama de forças $R_{sd} = M_d/z$ decalado do comprimento a_l . Esse diagrama equivale ao diagrama de forças corrigido $R_{sd,cor}$. Se a barra não for dobrada, o trecho de ancoragem deve prolongar-se além de B, no mínimo 10ϕ .

Se a barra for dobrada, no início do dobramento pode coincidir com o ponto B.

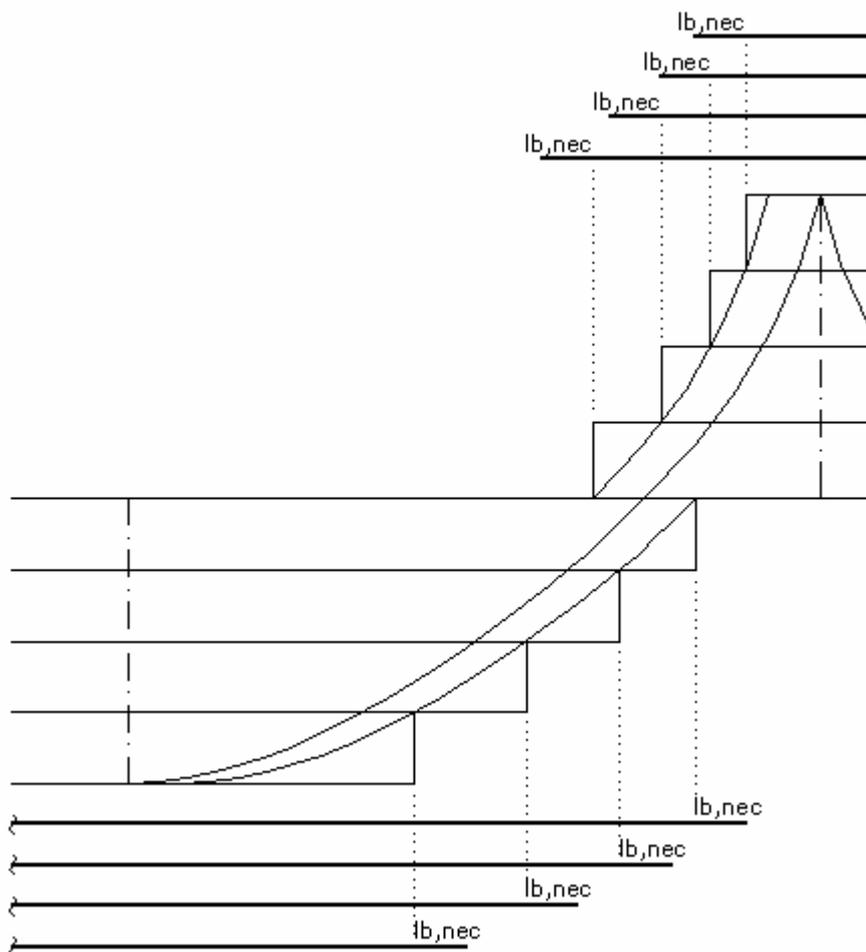


Figura 36.3 – Procedimento simplificado para cobertura do DMFd

36.2.1 Caso de barras alojadas nas mesas

(NBR6118/2003 – Item 18.3.2.3.2) Para as barras alojadas nas mesas ou lajes, e que façam parte da armadura da viga, o ponto de interrupção da barra é obtido pelo mesmo processo anterior, considerando ainda um comprimento adicional igual à distância da barra à face mais próxima da alma.

36.3 Armadura de tração nas seções de apoio

(NBR6118/2003 – Item 18.3.2.4) Os esforços de tração junto aos apoios de vigas simples ou contínuas devem ser resistidos por armaduras longitudinais que satisfaçam a mais severa das seguintes condições:

- no caso de ocorrência de momentos positivos, as armaduras obtidas através do dimensionamento da seção;
- em apoios extremos, para garantir ancoragem da diagonal de compressão, armaduras capazes de resistir a uma força de tração (figura 36.4):

$$R_{st} = \left(\frac{a_l}{d}\right) \cdot V_d + N_d \quad (36.4)$$

onde:

V_d = força cortante no apoio

N_d = força de tração eventualmente existente

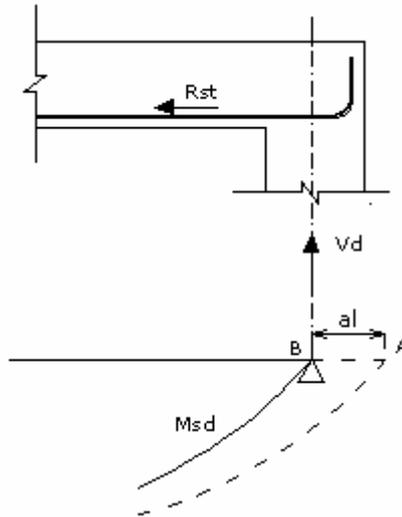


Figura 36.4 – Ancoragem em apoio extremo

c) em apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão ($A_{s,v\tilde{a}o}$), correspondente ao máximo momento positivo do tramo ($M_{v\tilde{a}o}$) de modo que:

- $A_{s,apoio} \geq 1/3 \cdot A_{s,v\tilde{a}o}$ se $M_{apoio} \leq 0$ e de valor absoluto $|M_{apoio}| \leq 0,5 \cdot M_{v\tilde{a}o}$;

- $A_{s,apoio} \geq 1/4 \cdot A_{s,v\tilde{a}o}$ se $M_{apoio} < 0$ e de valor absoluto $|M_{apoio}| > 0,5 \cdot M_{v\tilde{a}o}$.

36.4 Ancoragem da armadura de tração no apoio

(NBR6118/2003 – Item 18.3.2.4.1) Quando se tratar do caso (a), as ancoragens devem obedecer aos critérios usuais de detalhamento.

Para os casos (b) e (c), em apoios extremos, as barras das armaduras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimentos iguais ou superiores ao maior dos seguintes valores:

- $l_{b,nec}$;
- $(r + 5, 5\phi)$;
- 6,0cm.

Onde r é o raio da curvatura interna do gancho e ϕ o diâmetro nominal da barra adotada.

Quando houver cobrimento da barra no trecho do gancho, medido normalmente ao plano do gancho, de pelo menos 70mm e as ações acidentais não ocorrerem com grande frequência com seu valor máximo, o primeiro dos três valores anteriores pode ser desconsiderado, prevalecendo as duas condições restantes.

Para os casos (b) e (c), em apoios intermediários, o comprimento de ancoragem pode ser igual a 10ϕ (figura 36.5), desde que não haja qualquer possibilidade da ocorrência de momentos positivos nessa região, provocados por situações imprevistas, particularmente, por efeitos de vento e eventuais recalques. Quando essa possibilidade existir, as barras devem ser contínuas ou emendadas sobre o apoio.

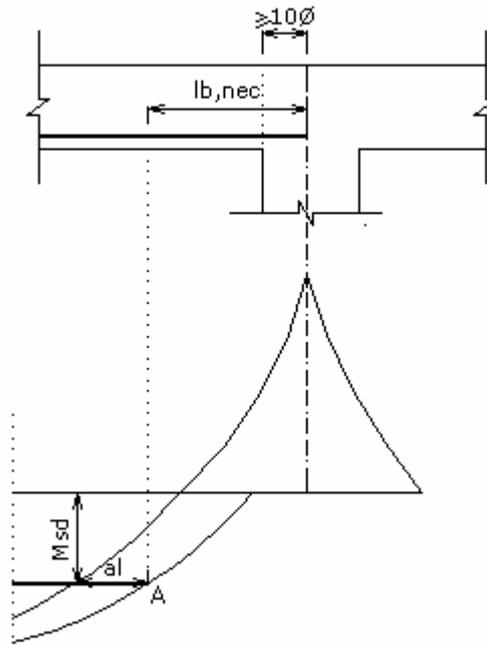


Figura 36.5 – Ancoragem em apoio intermediário

36.4.1 Ancoragem em apoios indiretos

O CEB/78, com base em ensaios, recomenda que para apoios indiretos, a força deve ser ancorada a partir de uma distância igual a $1/3$ da largura do apoio (figura 36.6).

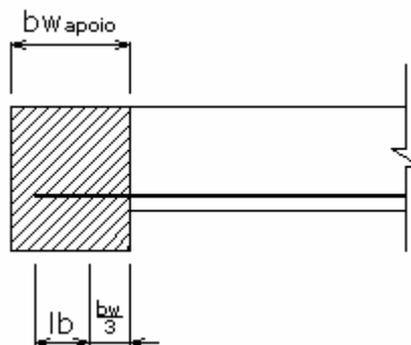


Figura 36.6 – Ancoragem apoio indireto

36.4.2 Ancoragem em apoios estreitos

No caso da largura do apoio ser pequena, não permitindo (mesmo com emprego de ganchos) que se atinja, com barras retas, os valores de l_b ou $l_{b,nec}$, a solução será o uso da ancoragem em laço ou prolongar a barra, dobrando-a na vertical, até que esta atinja o comprimento necessário (figura 36.7). É recomendável que a curvatura da barra só tenha início a uma distância da face do apoio, pelo menos, igual a 5 cm.

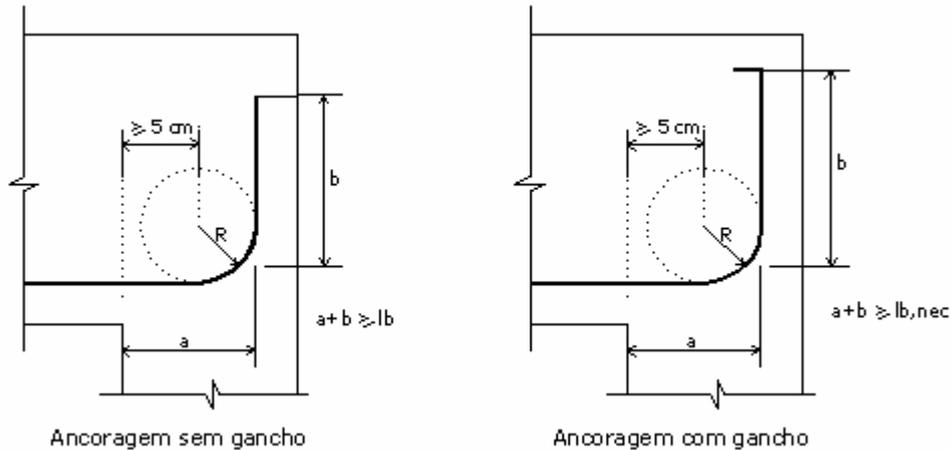


Figura 36.7 – Ancoragem da armadura prolongada até o apoio

36.5 Extremidade livre dos balanços

Situação semelhante à ancoragem em apoios estreitos ocorre na extremidade livre dos balanços, em virtude da decalagem. Aí também, as barras devem ser ancoradas em laço ou dobradas no plano vertical (figura 36.8).

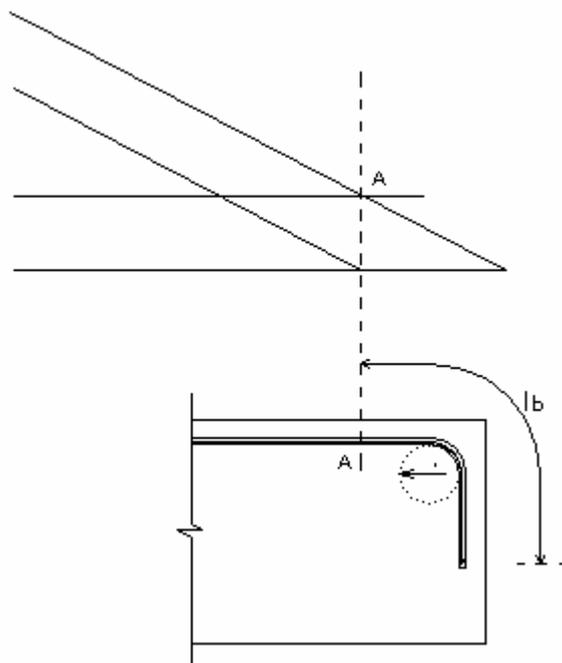


Figura 36.8 – Extremidade livre dos balanços

36.6 Aplicação

Exemplo 36.1 – Detalhar a armadura longitudinal da viga V1 do painel de lajes apresentado no conteúdo 6. Considerar as distribuições das barras nas seções obtidas no exemplo 29.1 (figura 36.9)

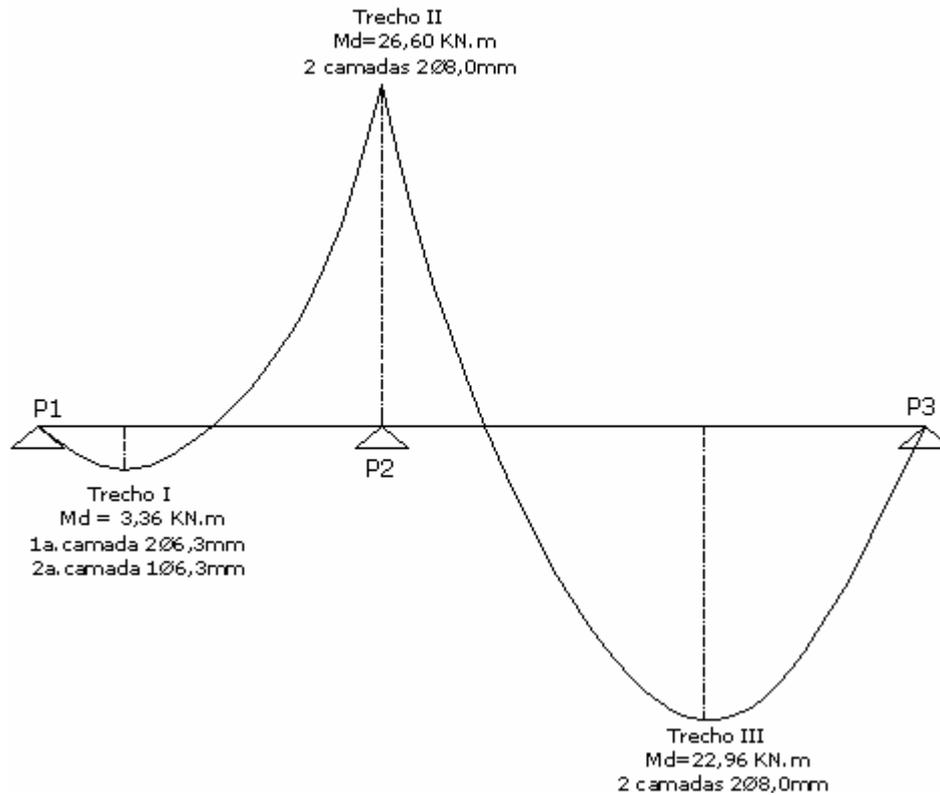


Figura 36.9 – Distribuição das barras nas seções

$$cob_v = 2,5 \text{ cm}$$

$$cob_p = 2,5 \text{ cm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$bw_v = 12 \text{ cm}$$

$$h_v = 40 \text{ cm}$$

$$d = 35 \text{ cm}$$

$$\text{CA20} \rightarrow f_{cd} = \frac{f_{cd}}{1,4} \rightarrow f_{yd} = 14,29 \text{ MPa}$$

$$\text{AÇO CA-50A} \rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \rightarrow f_{yd} = 434,78 \text{ MPa}$$

1º.) Decalagem do diagrama de momentos fletores de cálculo

$$a_l = 0,75 \cdot d = 0,75 \cdot 35 = 26,25 \rightarrow a_l = 27 \text{ cm}$$

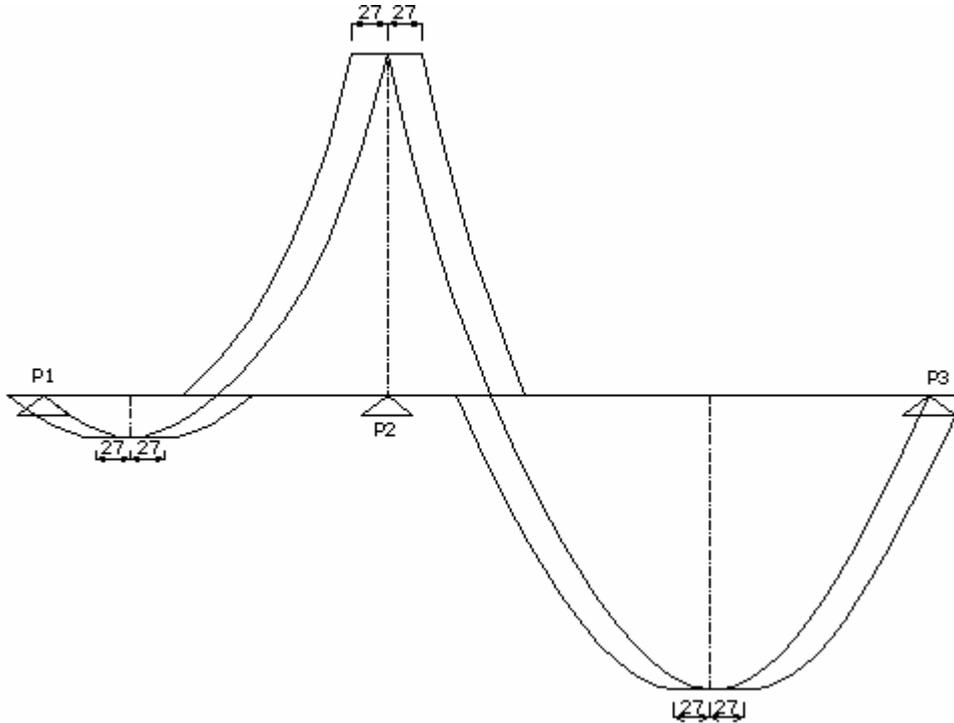


Figura 36.10 – Diagrama de momentos fletores decalado

2º.) Distribuição das barras, por camada, nos trechos do DMF decalado

Com objetivo de simplificar o detalhamento, optamos por uniformizar o comprimento das barras de uma mesma camada.

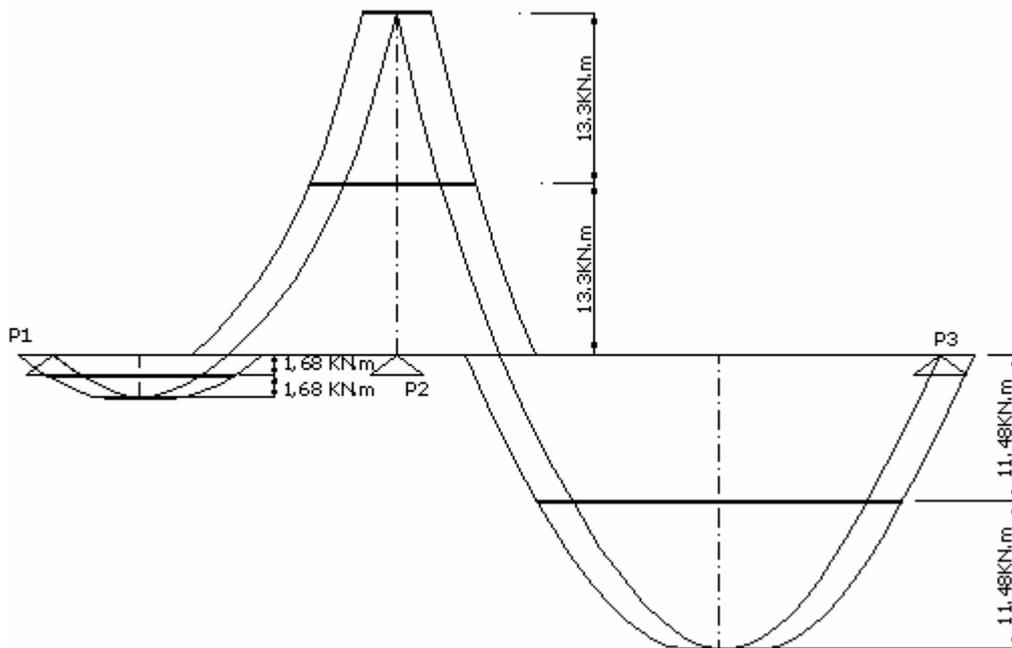


Figura 36.11 – Distribuição das barras no DMF decalado

3º.) Comprimento de ancoragem

Para o cálculo do comprimento de ancoragem utilizaremos os valores obtidos na tabela preenchida no exemplo 36.2.

Para efeito de cobrimento do diagrama de momentos fletores, adotaremos $\alpha = 1,0$ em todos os trechos da viga.

Trecho	ϕ (mm)	$l_b^B = 38\phi$ (cm)	$l_b^M = 55\phi$ (cm)	α	$\frac{A_{s,calc}}{A_{s,refet}}$	$l_b^B_{nec} = \alpha \cdot l_b^B \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,refet}}$ (cm)	$l_b^M_{nec} = \alpha \cdot l_b^M \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,refet}}$ (cm)
I	6,3	24	35	1,0	$\frac{0,720}{0,936}$	19	27
II	8,0	31	44	1,0	$\frac{1,870}{2,012}$	29	41
II	8,0	31	44	1,0	$\frac{1,600}{2,012}$	25	35

Para cobrimento do trecho I, utilizaremos $l_{b,nec} = 19$ cm (boa aderência), trecho II $l_{b,nec} = 41$ cm (má aderência) e trecho III $l_{b,nec} = 25$ cm (boa aderência).

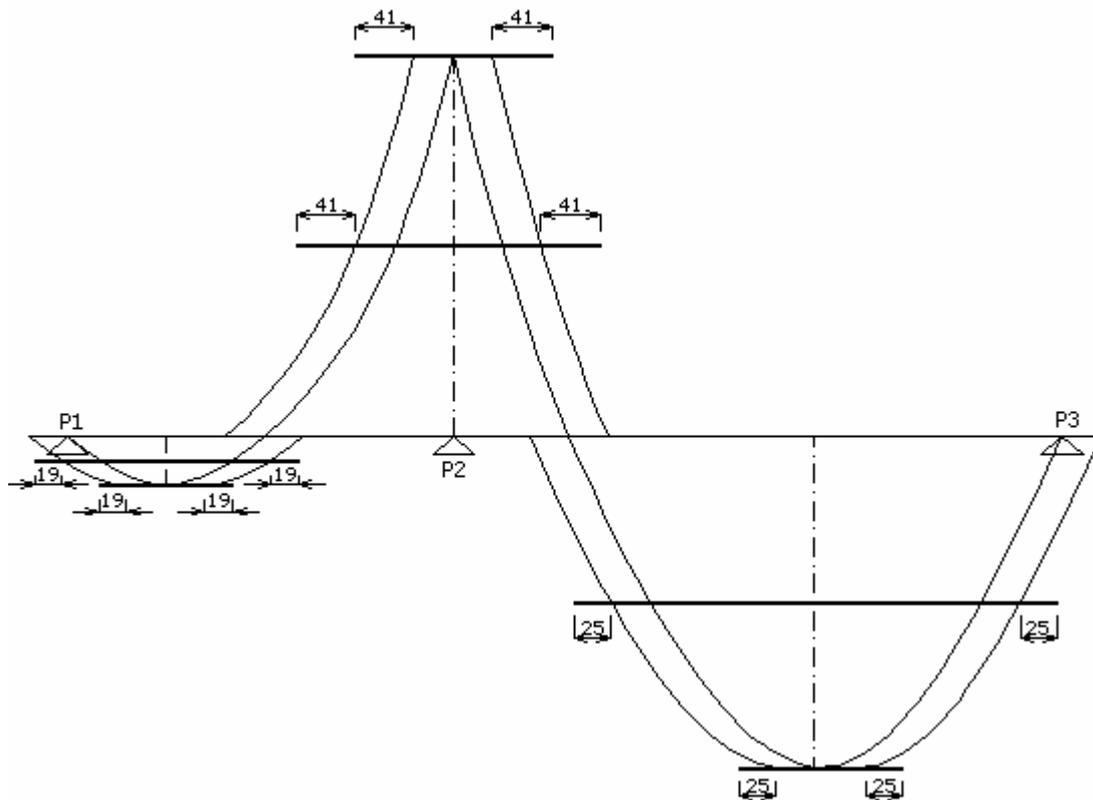


Figura 36.12 – Acréscimo do $l_{b,nec}$ ao comprimento das barras

4º.) Verificação do cobrimento do DMF

Trecho I → $10 \cdot \phi = 10 \cdot 0,63 = 6,3 \text{ cm}$

Trecho II e III → $10 \cdot \phi = 10 \cdot 0,8 = 8,0 \text{ cm}$

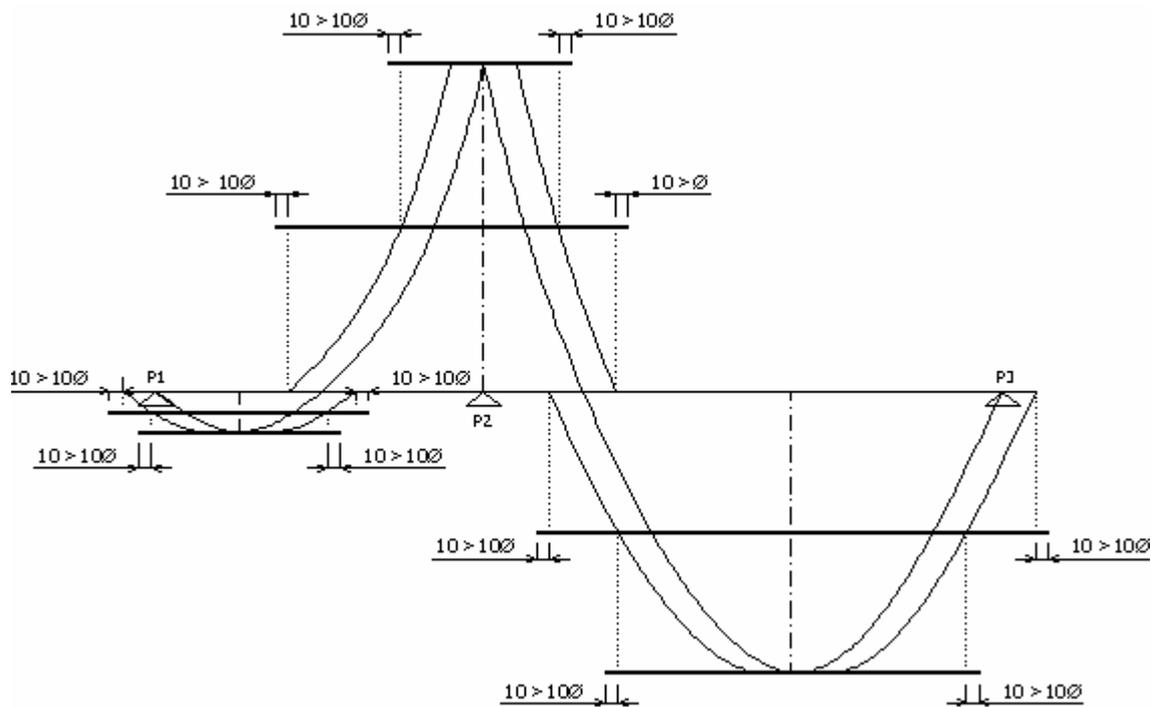


Figura 36.13 - Verificação dos 10φ

5º.) Levando as barras até a caixa da viga

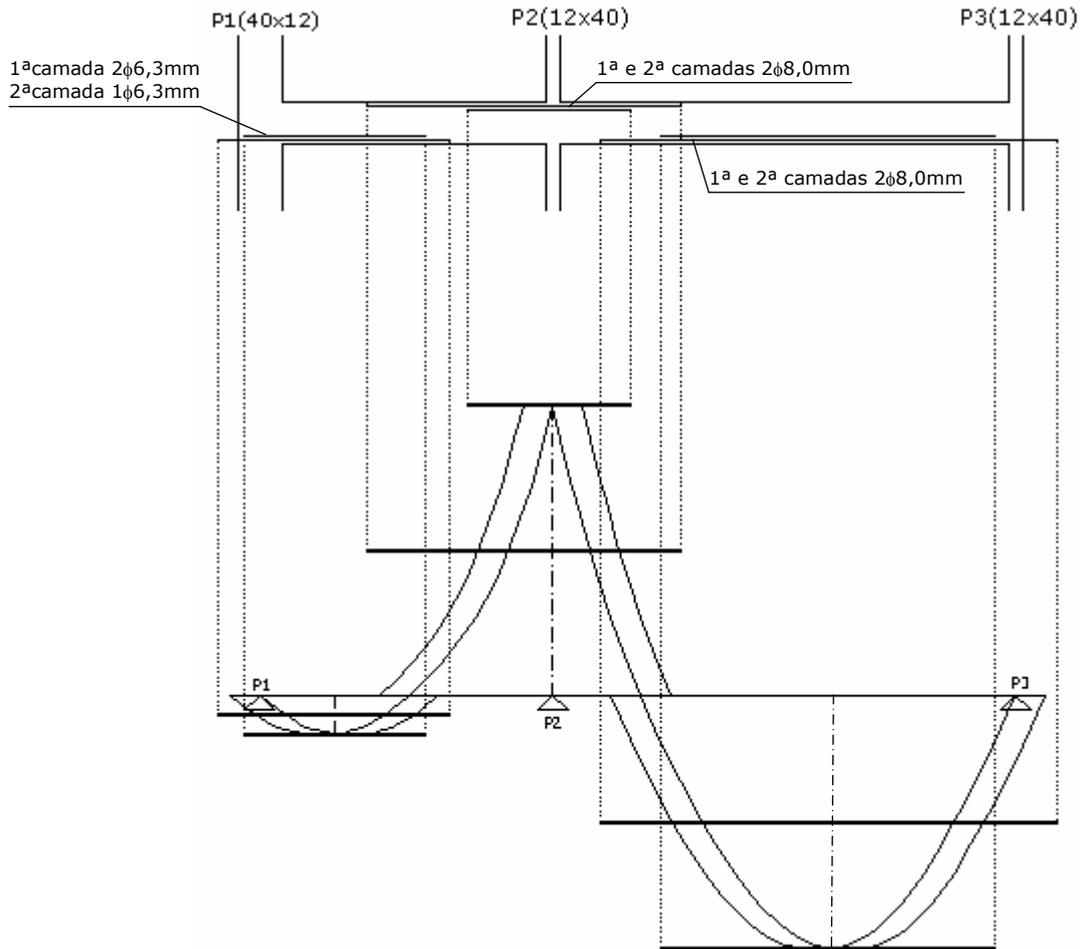


Figura 36.14 – Barras na caixa da viga

6º.) Armadura de tração nas seções de apoio

Para determinação das armaduras de tração nas seções de apoio utilizaremos o que foi visto no item 36.3.

• Trecho P1-P2

Apoio extremo P1

$$\left. \begin{array}{l} M_{P1} = 0 \rightarrow |M_{\text{apoio}}| = 0 \\ M_{\text{vão}} = 2,4 \text{ KN.m} \rightarrow 0,5 \cdot M_{\text{vão}} = 1,2 \text{ KN.m} \end{array} \right\} |M_{\text{apoio}}| < 0,5 \cdot M_{\text{vão}} \rightarrow A_{s,\text{apoio}} \geq 1/3(A_{s,\text{vão}})$$

$$A_{s,\text{apoio}} = \frac{0,720}{3} = 0,24 \text{ cm}^2$$

$$\text{Adotando } \phi = 6,3\text{mm} \quad N = \frac{A_{s,\text{apoio}}}{A_{\phi}} \uparrow = \frac{0,240}{0,312} \uparrow \rightarrow N = 1 \text{ barra}$$

Portanto as duas barras de 6,3mm da 1ª camada da armadura do vão serão suficientes.

Apoio intermediário P2

$$\left. \begin{array}{l} M_{P2} = -19 \text{ KN.m} \rightarrow |M_{\text{apoio}}| = 19 \text{ KN.m} \\ M_{\text{vão}} = 2,4 \text{ KN.m} \rightarrow 0,5 \cdot M_{\text{vão}} = 1,2 \text{ KN.m} \end{array} \right\} |M_{\text{apoio}}| > 0,5 \cdot M_{\text{vão}} \rightarrow A_{s,\text{apoio}} \geq 1/4(A_{s,\text{vão}})$$

$$A_{s,\text{apoio}} = \frac{0,720}{4} = 0,18 \text{ cm}^2$$

$$\text{Adotando } \phi = 6,3\text{mm} \quad N = \frac{A_{s,\text{apoio}}}{A_{\phi}} \uparrow = \frac{0,180}{0,312} \uparrow \rightarrow N = 1 \text{ barra}$$

Portanto as duas barras de 6,3mm da 1ª camada da armadura do vão serão suficientes.

• **Trecho P2-P3**

Apoio intermediário P2

$$\left. \begin{array}{l} M_{P2} = -19 \text{ KN.m} \rightarrow |M_{\text{apoio}}| = 19 \text{ KN.m} \\ M_{\text{vão}} = 16,4 \text{ KN.m} \rightarrow 0,5 \cdot M_{\text{vão}} = 8,2 \text{ KN.m} \end{array} \right\} |M_{\text{apoio}}| > 0,5 \cdot M_{\text{vão}} \rightarrow A_{s,\text{apoio}} \geq 1/4(A_{s,\text{vão}})$$

$$A_{s,\text{apoio}} = \frac{1,60}{4} = 0,40 \text{ cm}^2$$

$$\text{Adotando } \phi = 8,0\text{mm} \quad N = \frac{A_{s,\text{apoio}}}{A_{\phi}} \uparrow = \frac{0,40}{0,503} \uparrow \rightarrow N = 1 \text{ barra}$$

Portanto as duas barras de 8,0mm da 1ª camada da armadura do vão serão suficientes.

Apoio extremo P3

$$\left. \begin{array}{l} M_{P1} = 0 \rightarrow |M_{\text{apoio}}| = 0 \\ M_{\text{vão}} = 16,4 \text{ KN.m} \rightarrow 0,5 \cdot M_{\text{vão}} = 8,2 \text{ KN.m} \end{array} \right\} |M_{\text{apoio}}| < 0,5 \cdot M_{\text{vão}} \rightarrow A_{s,\text{apoio}} \geq 1/3(A_{s,\text{vão}})$$

$$A_{s,\text{apoio}} = \frac{1,60}{3} = 0,53 \text{ cm}^2$$

$$\text{Adotando } \phi = 6,3\text{mm} \quad N = \frac{A_{s,\text{apoio}}}{A_{\phi}} \uparrow = \frac{0,53}{0,312} \uparrow \rightarrow N = 2 \text{ barras}$$

Portanto as duas barras de 8,0mm da 1ª camada da armadura do vão serão suficientes.

7º.) Ancoragem das barras da armadura de tração no apoio externo P1

A configuração obtida para as barras após a decalagem, acréscimo do $l_{b,nec}$ e verificação dos 10ϕ é a da figura 36.15.

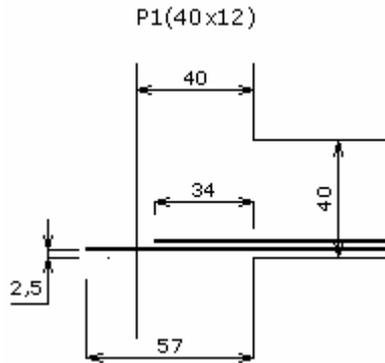


Figura 36.15 – Barras no apoio P1

Barras da 1ª camada

$\alpha = 0,7$ (barras ancoradas com gancho e cobrimento no plano normal ao gancho = 3cm)

$l_b = 24$ cm (barras de 6,3mm em região de boa aderência)

$$\frac{A_{s,cal}}{A_{s,efet}} = \frac{0,720}{0,936}$$

$l_{b,mín} = \text{máximo}(0,3 \cdot l_b; 10 \cdot \phi; 10\text{cm}) = \text{máximo}(7,2; 6,3; 10) = 10$ cm

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,cal}}{A_{s,efet}} = 0,7 \cdot 24 \cdot \frac{0,720}{0,936} = 12,92 \rightarrow l_{b,nec} = 13 \text{ cm} > l_{b,mín} \therefore \text{OK!}$$

Temos 57 cm a partir da face interna do apoio P1, o que supera o comprimento de ancoragem necessário. As dobras das barras da 1ª camada serão de:

$$\text{dobra} = 57 - (40 - 2,5) = 19,5 \rightarrow \text{dobra} = 20 \text{ cm}$$

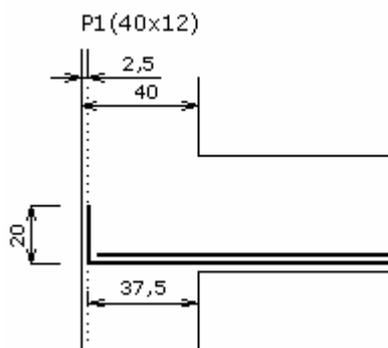


Figura 36.16 – Dobras das barras da 1ª. Camada no apoio P1

De acordo com a tabela 35.1 o **diâmetro interno** da curvatura dos ganchos das barras deve ser:

$$CA-50, \phi = 6,3\text{mm} \rightarrow D \geq 5.\phi = 5.0,63 = 3,15 \rightarrow D = 3,5 \text{ cm}$$

Para ganchos em ângulo reto, de acordo com o item 35.2.7 devemos ter ponta reta:

$$P \geq 8.\phi = 8.0,63 = 5,04 \rightarrow P \geq 5,5 \text{ cm}$$

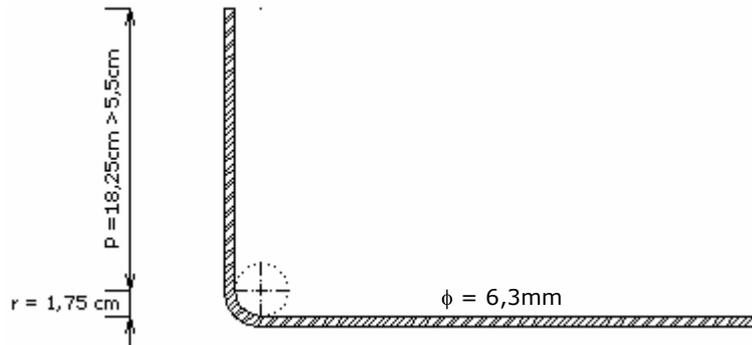


Figura 36.17 - Detalhe dos ganchos das barras da 1ª camada

Barra da 2ª camada

De acordo com a figura 36.15 temos 34 cm a partir da face interna do apoio P1, não havendo necessidade de dobra nesta barra.

8º.) *Ancoragem das barras da armadura de tração no apoio intermediário P2*

Devemos levar as barras da 1ª camada até o apoio P2, devendo estas ultrapassar a face do apoio no mínimo 10ϕ .



Barras do trecho P1- P2 , $\phi = 6,3 \text{ mm} \rightarrow 10\phi = 6,3 \text{ cm}$

Barras do trecho P2- P3 , $\phi = 8,0 \text{ mm} \rightarrow 10\phi = 8,0 \text{ cm}$

9º.) *Comprimento das barras da armadura de tração do trecho P1-P2*

Comprimento total das barras da 1ª camada:

$$C = 20 + 37,5 + 240 + 6,5 \rightarrow C = 304 \text{ cm}$$

Comprimento total da barra da 2ª camada:

$$C = 165 \text{ cm}$$

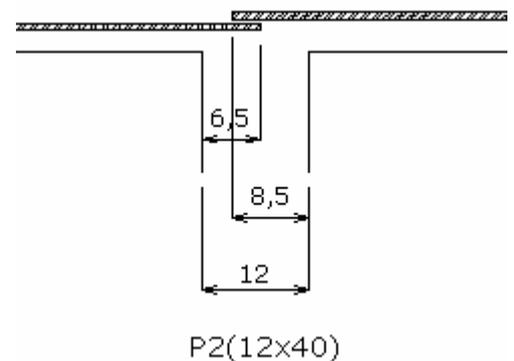


Figura 36.18 - Ancoragem das barras da 1ª camada no apoio intermediário P2

10º.) Ancoragem das barras da armadura de tração no apoio externo P3

A configuração obtida para as barras após a decalagem, acréscimo do $l_{b,nec}$ e verificação dos 10ϕ é a da figura 36.19.

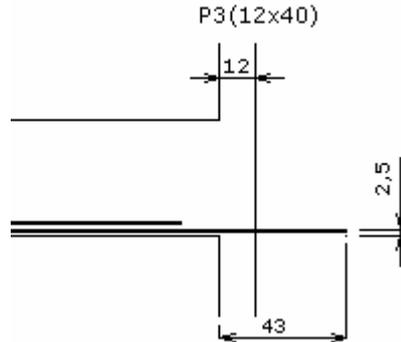


Figura 36.19 – Barras no apoio P3

Barras da 1ª camada

$\alpha = 0,7$ (barras ancoradas com gancho e cobrimento no plano normal ao gancho = 3cm)

$l_b = 31$ cm (barras de 8,0mm em região de boa aderência)

$$\frac{A_{s,cal}}{A_{s,efet}} = \frac{1,60}{2,012}$$

$l_{b,mín} = \text{máximo}(0,3 \cdot l_b; 10 \cdot \phi; 10\text{cm}) = \text{máximo}(9,3; 8,0; 10) = 10$ cm

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,cal}}{A_{s,efet}} = 0,7 \cdot 31 \cdot \frac{1,60}{2,012} = 17,26 \rightarrow l_{b,nec} = 18 \text{ cm} > l_{b,mín} \therefore \text{OK!}$$

Temos 43 cm a partir da face interna do apoio P3, o que supera o comprimento de ancoragem necessário. As dobras das barras da 1ª camada serão de:

$$\text{dobra} = 43 - (12 - 2,5) = 33,5 \rightarrow \text{dobra} = 34 \text{ cm}$$

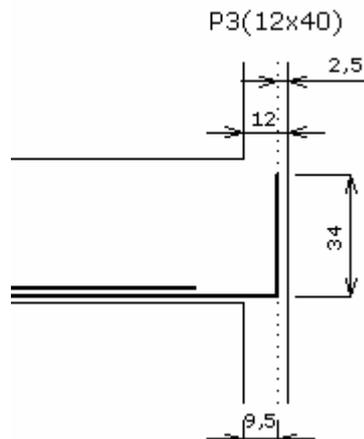


Figura 36.20 – Dobras das barras da 1ª camada no apoio P3

De acordo com a tabela 35.1 o **diâmetro interno** da curvatura dos ganchos das barras deve ser:

$$CA-50, \phi = 8,0\text{mm} \rightarrow D \geq 5 \cdot \phi = 5 \cdot 8,0 \rightarrow D = 40,0 \text{ cm}$$

Para ganchos em ângulo reto, de acordo com o item 35.2.7 devemos ter ponta reta:

$$P \geq 8 \cdot \phi = 8 \cdot 8,0 = 64 \rightarrow P \geq 6,5 \text{ cm}$$

Por se tratar de apoio estreito, devemos começar a dobra no mínimo a 5cm da face interna do apoio P3.

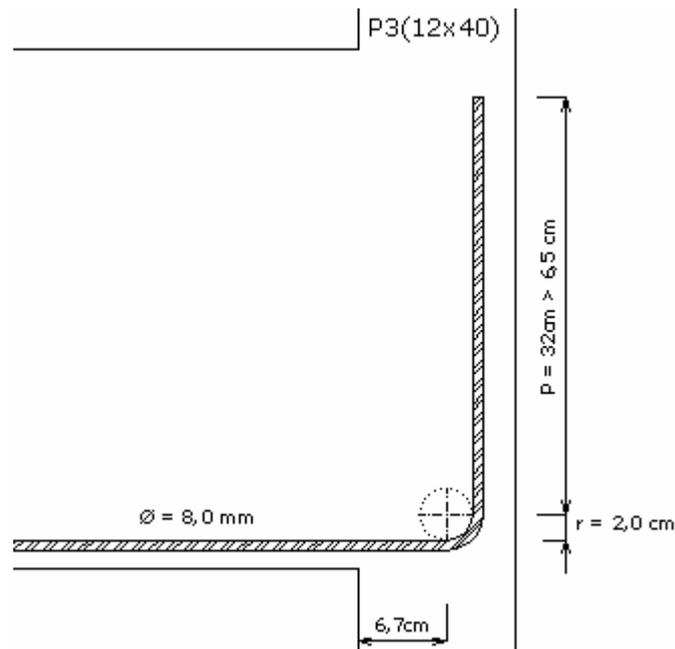


Figura 36.21 - Detalhe dos ganchos das barras da 1ª camada

Barras da 2ª camada

De acordo com a figura 36.19 as barras da 2ª camada não penetram no apoio, não há portanto necessidade da ancoragem das mesmas.

11º.) *Comprimento das barras da armadura de tração do trecho P2-P3*

Comprimento total das barras da 1ª camada:

$$C = 34 + 9,5 + 408 + 8,5 \rightarrow C = 460 \text{ cm}$$

Comprimento total das barras da 2ª camada:

$$C = 305 \text{ cm}$$

12º.) Armadura de semi-engastamento da viga no pilar P1

Temos orientação da NBR6118/2003 – Item 14.6.7.1 para o cálculo do momento de dimensionamento desta armadura. Neste exemplo adotaremos uma orientação prática.

Armadura de semi-engastamento(A_{SE})

$$A_{SE} = \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{4} \text{ mas } A_{s,v\tilde{a}o} = 3\phi 6,3\text{mm} = 0,963 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{SE} = \frac{0,936}{4} = 0,234 \text{ cm}^2$$

Adotando barras de 6,3 mm \rightarrow temos que $A_{SE} = 2\phi 6,3\text{mm}$

Comprimento das barras

O comprimento da barra é dado pela quarta parte do comprimento do vão livre entre o apoio sobre o qual está se determinando a armadura, e o apoio seguinte, mais a distância da face interna do apoio até o cobrimento do pilar. A dobra é igual altura da viga menos duas vezes seu cobrimento.

$$C = \frac{240}{4} + (40 - 2,5) + (40 - 2.2,5) = 132,5$$

$$C = 135 \text{ cm}$$

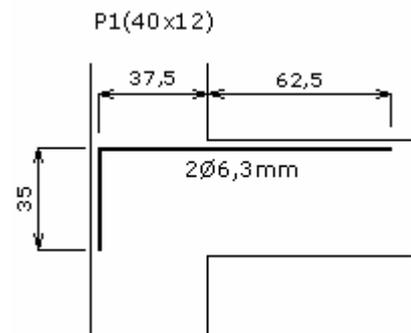


Figura 36.22 – Armadura de semi-engastamento no pilar P1

13º.) Armadura de semi-engastamento da viga no pilar P3

Armadura de semi-engastamento(A_{SE})

$$A_{SE} = \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{4} \text{ mas } A_{s,v\tilde{a}o} = 4\phi 8,0\text{mm} = 2,012 \text{ cm}^2$$

$$A_{SE} = \frac{2,012}{4} = 0,503 \text{ cm}^2$$

Adotando barras de 6,3 mm \rightarrow temos que $A_{SE} = 2\phi 6,3\text{mm}$

Comprimento das barras

$$C = \frac{408}{4} + (12 - 2,5) + (40 - 2.2,5) = 146,5$$

$$C = 150 \text{ cm}$$

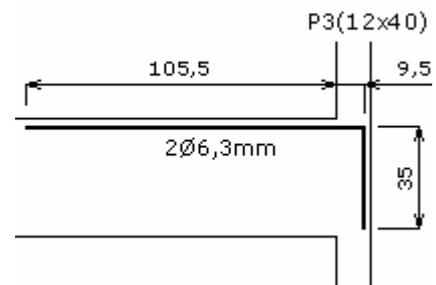


Figura 36.23 – Armadura de semi-engastamento no pilar P3

14º.) Armadura de montagem ("porta-estribo")

No trecho entre os pilares P1 e P2 prolongaremos a armadura de compressão até que esta traspasse a armadura de semi-engastamento, dispensando assim a armadura de montagem.

Para o trecho entre os pilares P2 e P3 adotaremos 2 barras de 5,0 mm.

As barras da armadura de montagem se encontram em região comprimida da viga, portanto suas emendas com as barras da armadura de compressão são dadas pela expressão 35.7.

Da tabela preenchida no exemplo 35.2 temos que:

$$\text{aço CA-50, concreto C25} \rightarrow \ell_b^M = 55 \cdot \phi = 55 \cdot 0,5 = 27,5\text{cm} \rightarrow \ell_b^M = 28 \text{ cm}$$

$$\ell_{0c, \min} = \text{máximo} (0,6 \ell_b; 15 \phi; 20\text{cm}) = \text{máximo} (16,8; 7,5; 20\text{cm}) \rightarrow \ell_{0c, \min} = 20 \text{ cm}$$

$$\alpha = 1 \text{ (barras sem gancho)}$$

$$\frac{A_{s, \text{cal}}}{A_{s, \text{efet}}} = 1$$

$$\ell_{b, \text{nec}} = \alpha \cdot \ell_b \cdot \frac{A_{s, \text{cal}}}{A_{s, \text{efet}}} = 1 \cdot 28 \cdot 1 \rightarrow \ell_{b, \text{nec}} = 28 \text{ cm}$$

$$\ell_{0c} = \ell_{b, \text{nec}} \rightarrow \ell_{0c} = 28 \text{ cm} > \ell_{0c, \min} \text{ - Adotaremos traspasse de 30cm}$$

$$C = 251 \text{ cm} \rightarrow \text{medido em escala no detalhamento}$$

15º.) Comprimento das barras da armadura de compressão no apoio P2

Comprimento total das barras da 1ª camada:

$$C = 330 \text{ cm} \rightarrow \text{medido em escala no detalhamento}$$

Comprimento total das barras da 2ª camada:

$$C = 150 \text{ cm} \rightarrow \text{medido em escala no detalhamento}$$

16º.) Tabelas das Armaduras

LISTA DAS ARMADURAS

N	ϕ (mm)	Classe	Quantidade	Comprimento Unitário (m)	Comprimento Total (m)
1	5,0	CA-60	2	2,51	5,02
2	6,3	CA-50	2	1,35	2,70
3	6,3	CA-50	1	1,50	1,50
4	6,3	CA-50	2	1,65	3,30
5	6,3	CA-50	2	3,04	6,08
6	8,0	CA-50	2	1,50	3,00
7	8,0	CA-50	2	3,05	6,10
8	8,0	CA-50	2	3,30	6,60
9	8,0	CA-50	2	4,60	9,20

RESUMO DAS ARMADURAS

ϕ (mm)	Comprimento Total (m)	Peso/m linear (Kg/m)	Peso (Kg)	Peso + 10% (Kg)	Quantidade de barras
5,0	5,02	0,154	0,77	0,9	1
6,3	13,58	0,245	3,33	3,7	2
8,0	24,90	0,395	9,84	10,8	3
CA-60	0,9 Kg				
CA-50	14,5 Kg				
TOTAL	15,4 Kg				

VOLUME DE CONCRETO

$$V = L_v \cdot h_v \cdot b_w = 6,60 \cdot 0,40 \cdot 0,12 \rightarrow V = 0,32 \text{ m}^3$$

17º.) Detalhamento final da armadura longitudinal da viga V1

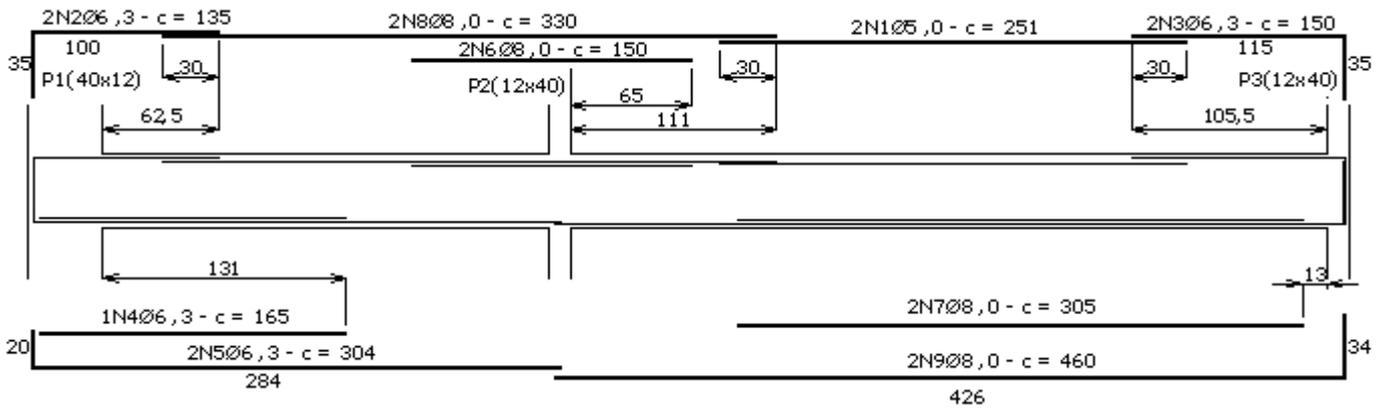


Figura 36.24 – Detalhamento da armadura longitudinal da viga V1

Conteúdo 37

estados limites de serviço

37.1 Avaliação dos deslocamentos

37.1.1 Deslocamentos limites

(NBR6118/2003 - Item 13.3) Deslocamentos limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado limite de deformações excessivas da estrutura. Para os efeitos da NBR6118-2003, são classificados nos quatro grupos básicos a seguir relacionados e devem obedecer aos limites estabelecidos na tabela 37.1:

- aceitabilidade sensorial:** caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável. A limitação da flecha para prevenir essas vibrações, em situações especiais de utilização, deve ser realizada como estabelecido na seção 23 da NBR6118-2003.
- efeitos específicos:** os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;
- efeitos em elementos não estruturais:** deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;
- efeitos em elementos estruturais:** os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.

Tipo de deslocamento	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devidos a cargas acidentais	$l/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$l/250^{1)}$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l/350 + \text{contra-flecha}^{2)}$
			Ocorrido após a construção do piso	$l/600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$l/500^{3)}$ ou 10 mm ou $l=0,0017 \text{ rad}^{4)}$
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$l/250^{3)}$ ou 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação freqüente ($l_1=0,30$)	H/1700 ou $H_i/850^{5)}$ entre pavimentos ⁶⁾
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$l/400^{7)}$ ou 15 mm

	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H_i/500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	$\ell/350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	$\ell/175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.		
NOTAS:				
<p>a) Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão ℓ suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.</p> <p>b) Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor ℓ é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.</p> <p>c) O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes de acompanhamento definidos no conteúdo 22.</p> <p>d) Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.</p>				
OBSERVAÇÕES:				
<p>1) As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.</p> <p>2) Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\ell/350$.</p> <p>3) O vão ℓ deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.</p> <p>4) Rotação nos elementos que suportam paredes.</p> <p>5) H é a altura total do edifício e H_i o desnível entre dois pavimentos vizinhos.</p> <p>6) Este limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando H_i representa o comprimento do lintel.</p> <p>7) O valor ℓ refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.</p>				

Tabela 37.1 – Limites para deslocamentos

37.2 Flexão simples no estágio II

O funcionamento das vigas para as solicitações em serviço (cerca de 40% a 50% das solicitações de ruptura) se dá, em geral, no estágio II, para o qual são admitidas válidas as seguintes hipóteses:

- 1) perfeita aderência entre concreto e aço
- 2) manutenção da seção plana (hipótese de Bernouilli):

$$k = \frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_s}{d-x} = \frac{\epsilon'_s}{x-d'} \rightarrow k = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d} \quad (37.1)$$

- 3) resistência à tração do concreto é desprezada;
- 4) materiais em regime linear-elástico, com relações tensão-deformação dadas pela lei de Hooke.

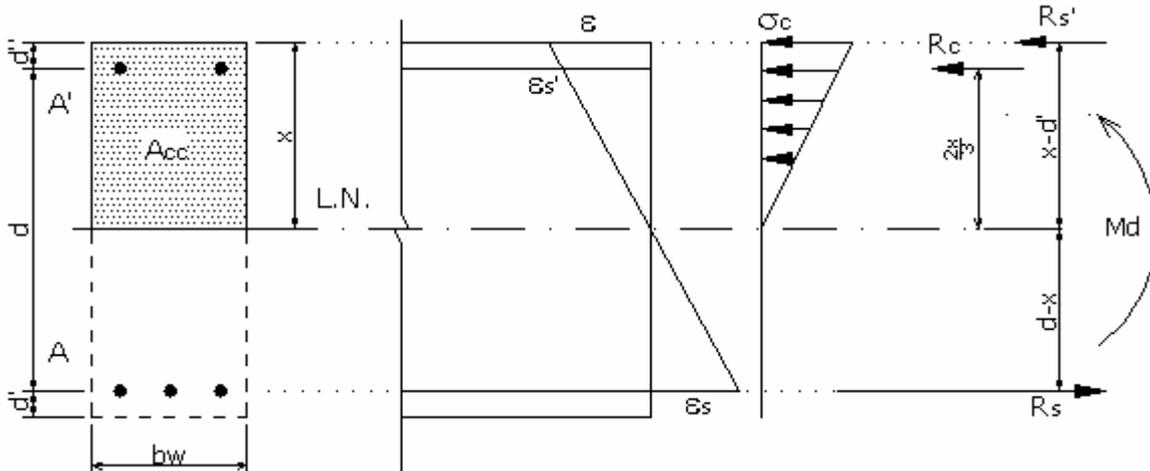


Figura 37.1 – Seção Retangular - estágio II

Na flexão simples, a deformação longitudinal e das fibras longitudinais da seção transversal é proporcional a distância y das fibras à linha neutra, de acordo com a equação de Navier ($\epsilon = k y$):

- $\epsilon_c = k \cdot x$ = encurtamento máximo do concreto, na fibra distante $y = x$ da linha neutra
- $\epsilon'_s = k \cdot (x - d')$ = encurtamento da armadura A's , cujo CG dista $y = x - d'$ da linha neutra
- $\epsilon_s = k \cdot (d - x)$ = alongamento da armadura As, cujo CG dista $y = d - x$ da linha neutra

onde a curvatura k é a curvatura da seção.

Para os materiais em regime linear elástico, as tensões são obtidas a partir das deformações pela lei de Hooke:

- $\sigma_c = E_c \cdot \epsilon_c$ = compressão máximo do concreto
- $\sigma'_s = E_s \cdot \epsilon'_s$ = compressão na armadura A's
- $\sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s$ = tração na armadura As

As resultantes das tensões no concreto comprimido e nas armaduras são dadas por:

$$R_c = \int A_{cc} \cdot \sigma_c \cdot dA_{cc} = \sigma_c \cdot b \cdot w \cdot \frac{x}{2} = E_{cs} \cdot k \cdot b \cdot w \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$R'_s = \sigma'_s \cdot A'_s = E_s \cdot k \cdot A'_s \cdot (x - d')$$

$$R_s = \sigma_s \cdot A_s = E_s \cdot k \cdot A_s \cdot (d - x)$$

Da equação de equilíbrio das forças normais na seção $\Sigma N = 0$:

$$R_c + R'_s - R_s = 0$$

$$E_{cs} \cdot k \cdot b \cdot w \cdot \frac{x^2}{2} + E_s \cdot k \cdot A'_s \cdot (x - d') - E_s \cdot k \cdot A_s \cdot (d - x) = 0$$

$$E_{cs} \cdot k \cdot [b \cdot w \cdot \frac{x^2}{2} + n \cdot A'_s \cdot (x - d') - n \cdot A_s \cdot (d - x)] = 0$$

Sendo: $n = \frac{E_s}{E_{cs}}$ (37.2)

como $E_{cs} \cdot k \neq 0$, obtêm-se a condição

$$Q_s = b \cdot w \cdot \frac{x^2}{2} + n \cdot A'_s \cdot (x - d') - n \cdot A_s \cdot (d - x) = 0 \quad , \text{ sendo } A = A_s + A'_s, \text{ a solução é:}$$

$$x = \frac{n \cdot A}{b \cdot w} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot w \cdot d}{n \cdot A}} \right) \quad (37.3)$$

As áreas de aço A_s e A'_s foram transformadas em áreas equivalentes de concreto. Isto é, a seção fissurada de concreto armado foi homogeneizada em uma seção de concreto, com características geométricas e mecânicas equivalentes. A linha neutra passa pelo centróide da seção homogênea.

Da equação de equilíbrio dos momentos em relação à linha neutra:

$$M = R_c \cdot \left(2 \cdot \frac{x}{3}\right) + R'_s \cdot (x - d') + R_s \cdot (d - x)$$

$$M = E_{cs} \cdot k \cdot b \cdot w \cdot \frac{x^3}{3} + E_s \cdot k \cdot A'_s \cdot (x - d')^2 + E_s \cdot k \cdot A_s \cdot (d - x)^2$$

$$M = E_{cs} \cdot k \cdot [b \cdot w \cdot \frac{x^3}{3} + n \cdot A'_s \cdot (x - d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d - x)^2] \quad , \quad \text{sendo } n = E_s / E_{cs}$$

obtêm-se a relação momento-curvatura

$$M = E_{cs} \cdot I_{II} \cdot k$$

$$I_{II} = b \cdot w \cdot \frac{x^3}{3} + n \cdot A'_s \cdot (x - d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d - x)^2$$

onde I_{II} é o momento de inércia em relação ao eixo centroidal da seção fissurada homogeneizada em concreto com módulo de elasticidade E_{cs} . Para $A = A_s + A's$ vem:

$$I_{II} = \frac{bw.x^3}{3} + n.A.(d-x)^2 \quad (37.4)$$

Conforme visto, o funcionamento à flexão de uma seção de concreto armado no estágio II, pode ser assimilado ao funcionamento de uma seção homogênea de concreto, descrito pela teoria de flexão das vigas elásticas da Resistência dos Materiais.

Isto é, a partir das características geométricas da seção homogênea em concreto de módulo de elasticidade E_{cs} , obtemos para a viga no estágio II:

- relação entre os módulos de elasticidade

$$n = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (37.2)$$

- posição do centróide da seção homogênea x

$$x = \frac{n.A}{bw} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2.bw.d}{n.A}}\right) \quad (37.3)$$

- momento de inércia

$$I_{II} = \frac{bw.x^3}{3} + n.A.(d-x)^2 \quad (37.4)$$

- a curvatura da seção

$$k = \frac{M}{E_{cs}.I_{II}} \quad (37.5)$$

- deformações ε

$$\varepsilon_c = \frac{M.x}{E_{cs}.I_{II}} \quad (37.6)$$

$$\varepsilon_s = \frac{M.(d-x)}{E_{cs}.I_{II}} \quad (37.7)$$

- tensões σ

$$\sigma_c = E_{cs}.\varepsilon_c = \text{compressão máxima do concreto} \quad (37.8)$$

$$\sigma_s = E_s.\varepsilon_s = \text{tração na armadura } A_s \quad (37.9)$$

37.3 Elementos lineares sujeitos a solicitações normais

Vimos que nos estados limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no Estádio I e parcialmente no Estádio II. A separação entre essas duas partes é definida pelo momento de fissuração. Esse momento pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (37.10)$$

sendo:

$\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,5$ para seções retangulares;

onde:

y_t é a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada;

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, conforme NBR6118-2003 item 8.2.5, com o quantil apropriado a cada verificação particular.

37.4 Estado limite de deformação

(NBR6118/2003 – Item 17.3.2) A verificação dos valores limites estabelecidos na tabela 37.1 para a deformação da estrutura, mais propriamente rotações e deslocamentos em elementos estruturais lineares, analisados isoladamente e submetidos à combinação de ações, deve ser realizada através de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, ou seja, levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo.

A deformação real da estrutura depende também do processo construtivo, assim como das propriedades dos materiais (principalmente do módulo de elasticidade e da resistência à tração) no momento de sua efetiva solicitação. Em face da grande variabilidade dos parâmetros citados, existe uma grande variabilidade das deformações reais. Não se pode esperar portanto grande precisão nas previsões de deslocamentos dadas pelos processos analíticos a seguir prescritos.

37.4.1 Avaliação aproximada da flecha em vigas

(NBR6118/2003 – Item 17.3.2.1) O modelo de comportamento da estrutura pode admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear, de modo que as seções ao longo do elemento estrutural podem ter as deformações específicas determinadas no Estádio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração, e no Estádio II, em caso contrário.

Deve ser utilizado no cálculo o valor do módulo de elasticidade secante E_{cs} definido no conteúdo 21, sendo obrigatória a consideração do efeito da fluência.

37.4.2 Flecha imediata em vigas de concreto armado

(NBR6118/2003 – Item 17.3.2.1.1) Para uma avaliação aproximada da flecha imediata em vigas pode-se utilizar a expressão de rigidez equivalente dada a seguir :

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (37.11)$$

onde :

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no Estádio II;

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto.

37.4.3 Cálculo da flecha diferida no tempo para vigas de concreto armado

(NBR6118/2003 – Item 17.3.2.1.1) A flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, podem ser calculadas de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f dado pela expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (37.12)$$

sendo:

$$\rho' = \frac{A_s'}{bd}$$

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

onde:

ξ é um coeficiente função do tempo, que deve ser calculado pela expressão seguinte, se $t \leq 70$ meses, ou obtido diretamente na tabela 2:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32}$$

para $t \leq 70$ meses

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coefficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Tabela 37.2 – Valores do coeficiente ξ em função do tempo

onde:

t é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração. No caso de parcelas da carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes pode-se tomar para t_0 o valor ponderado a seguir :

$$t_0 = \frac{\sum P_i \cdot t_{0i}}{\sum P_i} \quad (37.13)$$

onde:

P_i são as parcelas de carga;

t_{0i} é a idade em que se aplicou cada parcela i , em meses.

O valor da flecha total deve ser obtido multiplicando a flecha imediata por $(1 + \alpha_f)$.

37.5 Controle da fissuração e proteção das armaduras

37.5.1 Introdução

(NBR6118/2003 – Item 13.4.1) A fissuração em elementos estruturais de concreto armado é inevitável, devido à grande variabilidade e à baixa resistência do concreto à tração, mesmo sob as ações de serviço (utilização), valores críticos de tensões de tração são atingidos. Visando obter bom desempenho relacionado à proteção das armaduras quanto à corrosão e à aceitabilidade sensorial dos usuários, busca-se controlar a abertura dessas fissuras.

De maneira geral a presença de fissuras com aberturas que respeitem os limites estabelecidos no item 37.5.2, em estruturas bem projetadas, construídas e submetidas às cargas previstas na normalização, não denotam perda de durabilidade ou perda de segurança quanto aos estados limites últimos.

As fissuras podem ainda ocorrer por outras causas, como retração plástica térmica ou devido a reações químicas internas do concreto nas primeiras idades, devendo ser evitadas ou limitadas por cuidados tecnológicos, especialmente na definição do traço e na cura do concreto.

37.5.2 Limites para fissuração e proteção das armaduras quanto à durabilidade

(NBR6118/2003 – Item 13.4.2) A abertura máxima característica das fissuras w_k , desde que não exceda valores da ordem de 0,3 mm a 0,4 mm, sob ação das combinações freqüentes, não tem importância significativa na corrosão das armaduras passivas.

Na tabela 37.3, são dados valores limites da abertura limite característica w_k das fissuras assim como outras providências visando garantir proteção adequada das armaduras quanto à corrosão. Entretanto, devido ao estágio atual dos conhecimentos e da alta variabilidade das grandezas envolvidas, esses limites devem ser vistos apenas como critérios para um projeto adequado de estruturas.

Embora as estimativas de abertura de fissuras devam respeitar esses limites, não se deve esperar que as aberturas de fissuras reais correspondam estritamente aos valores estimados, isto é, fissuras reais podem eventualmente ultrapassar esses limites.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de proteção	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	-
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação freqüente
	CAA II a CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	Combinação freqüente

Tabela 37.3 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental

37.5.3 Controle da fissuração quanto à aceitabilidade sensorial e a utilização

(NBR6118/2003 – Item 13.4.3) No caso das fissuras afetarem a funcionalidade da estrutura, como, por exemplo, no caso da estanqueidade de reservatórios, devem ser adotados limites menores para as aberturas das fissuras. Para controles mais efetivos da fissuração nestas estruturas é conveniente a utilização da protensão.

Por controle de fissuração quanto à aceitabilidade sensorial, entende-se a situação em que as fissuras passam a causar desconforto psicológico aos usuários, embora não representem perda de segurança da estrutura. Limites mais severos de aberturas de fissuras podem ser estabelecidos com o proprietário da obra, devendo, porém, ser considerado o possível aumento significativo do custo da estrutura.

37.5.4 Controle da fissuração através da limitação da abertura estimada das fissuras

(NBR6118/2003 – Item 17.3.3.2) O valor da abertura das fissuras pode sofrer a influência de restrições às variações volumétricas da estrutura difíceis de serem consideradas nessa avaliação de forma suficientemente precisa. Além disso, essa abertura sofre também a influência das condições de execução da estrutura.

Por essas razões os critérios apresentados a seguir devem ser encarados como avaliações aceitáveis do comportamento geral do elemento, mas não garantem avaliação precisa da abertura de uma fissura específica.

Para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras passiva e ativa aderente (excluindo-se os cabos protendidos que estejam dentro de bainhas), que controlam a fissuração do elemento estrutural, deve ser considerada uma área A_{cr} do concreto de

envolvimento, constituída por um retângulo cujos lados não distam mais de $7,5\phi$ do contorno do elemento da armadura (ver figura 37.2).

NOTA: É conveniente que toda a armadura de pele ϕ_i da viga, na sua zona tracionada, limite a abertura de fissuras na região A_{cri} correspondente, e que seja mantido um espaçamento menor ou igual a 15ϕ

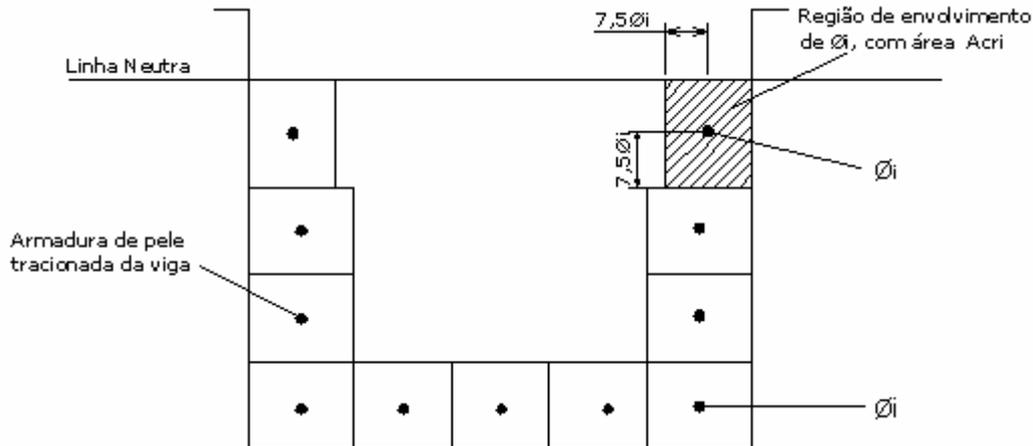


Figura 37.2 – Concreto de envolvimento da armadura

A grandeza da abertura de fissuras, w , determinada para cada parte da região de envolvimento, é a menor dentre as obtidas pelas expressões que seguem :

$$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ctm}} \quad (37.14)$$

$$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (37.15)$$

sendo: σ_{si} , ϕ_i , E_{si} , ρ_{ri} definidos para cada área de envolvimento em exame.

onde:

A_{cri} é a área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i ;

E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra ϕ_i considerada;

ϕ_i é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação a área da região de envolvimento (A_{cri});

σ_{si} é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no Estádio II.

Nos elementos estruturais com protensão, σ_{sj} é o acréscimo de tensão, no centro de gravidade da armadura, entre o estado limite de descompressão e o carregamento considerado. Deve ser calculada no Estádio II considerando toda armadura ativa, inclusive aquela dentro de bainhas.

O cálculo no Estádio II (que admite comportamento linear dos materiais e despreza a resistência à tração do concreto) pode ser feito considerando a relação α_e entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto igual a 15.

η_i é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada, devendo ser adotados os valores de η_1 para passiva e η_{p1} para ativa (ver conteúdo 21).

Nas vigas usuais, com altura menor que 1,2 m, pode-se considerar atendida a condição de abertura de fissuras em toda a pele tracionada, se a abertura de fissuras calculada na região das barras mais tracionadas for verificada e exista uma armadura lateral que atenda à recomendação da NBR6118 item 17.3.4.1.

37.5.5 Controle da fissuração sem a verificação da abertura de fissuras

(NBR6118/2003 – Item 17.3.3.3) Para dispensar a avaliação da grandeza da abertura de fissuras e atender ao estado limite de fissuração (aberturas máximas esperadas da ordem de 0,3 mm para o concreto armado e 0,2 mm para o concreto com armaduras ativas), um elemento estrutural deve ser dimensionado respeitando as restrições da tabela 4 quanto ao diâmetro máximo ($\phi_{m\acute{a}x}$) e ao espaçamento máximo ($s_{m\acute{a}x}$) das armaduras, bem como as exigências de cobrimento e de armadura mínima. A tensão σ_s deve ser determinada no Estádio II.

Tensão de barra	Valores máximos	
	Concreto sem armaduras ativas	
σ_s	$\phi_{m\acute{a}x}$	$s_{m\acute{a}x}$
<i>MPa</i>	<i>mm</i>	<i>cm</i>
160	32	30
200	25	25
240	16	20
280	12,5	15
320	10	10
360	8	6

Tabela 37.4 - Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência

37.6 Aplicações

Exemplo 37.1 – Avaliar a deformação final de uma viga biapoiada, com um vão de cálculo de 4,06 m e submetida a cargas permanentes uniformemente distribuídas de 10 KN/m e eventuais de 1,65 KN/m. Sendo o uso em edifício de escritórios. A classe de agressividade ambiental é: CAAI. O detalhamento da seção transversal é o esquematizado na figura 37.3.

Considerar:

Carga de longa duração aplicada na idade de 15 dias

Concreto C-20

Aço CA-50

$b_w = 12 \text{ cm}$

$h = 40 \text{ cm}$

diâmetro do estribo: $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$

$cob_v = 2,5 \text{ cm}$

$g = 10 \text{ KN/m}$

$q = 1,65 \text{ KN/m}$

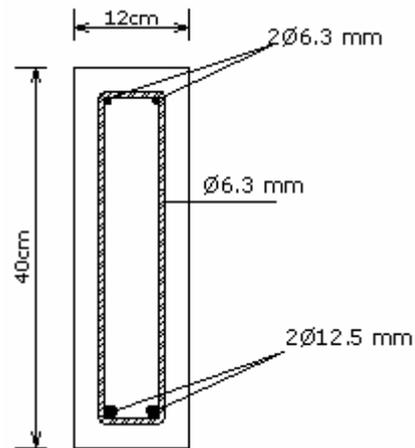


Figura 37.3 – Detalhe da seção transversal da viga

1º.) *Momento de serviço*

O momento em serviço é, conforme tabela 22.2, para uso do edifício como escritórios, com fator $\psi_2 = 0,4$ (Quase permanente) tabela 22.4:

$$M_{k,ser} = M_{gk} + \psi_2 \cdot M_{qk} \rightarrow M_{k,ser} = \frac{(10 + 0,4 \cdot 1,65) \cdot 4,06^2}{8} = 21,96 \text{ KN.m} \rightarrow M_{k,ser} = 2196 \text{ KN.cm}$$

2º.) *Relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto*

$E_s = 210000 \text{ MPa}$

$E_{ci} = 5600 \sqrt{f_{ck}}$ e $E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \rightarrow E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{20} = 21287,37 \text{ MPa} = 2129 \text{ KN/cm}^2$

$$n = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{21287,37} \rightarrow n = 9,87$$

3º.) *Linha neutra em serviço (Estádio II)*

$A_s = 2 \cdot A_\phi$ sendo $\phi = 12,5 \text{ mm}$ temos que $A_\phi = 1,227 \text{ cm}^2 \rightarrow A_s = 2,454 \text{ cm}^2$

$d' = cob_v + \phi_t + \phi/2 = 2,5 + 0,63 + 1,25/2 \rightarrow d' = 3,755 \text{ cm}$

$d = h - d' = 40 - 3,755 \rightarrow d = 36,245 \text{ cm}$

$$x_{II} = \frac{n \cdot A_s}{b_w} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b_w \cdot d}{n \cdot A_s}} \right) = \frac{9,87 \cdot 2,454}{12} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 12 \cdot 36,245}{9,87 \cdot 2,454}} \right) \rightarrow x_{II} = 10,24 \text{ cm}$$

4º.) *Inércia no Estádio II*

$$I_{II} = \frac{bw \cdot x_{II}^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 = \frac{12 \cdot 10,24^3}{3} + 9,87 \cdot 2,454 \cdot (36,245 - 10,24)^2 \rightarrow I_{II} = 20675 \text{ cm}^4$$

5º.) *Resistência à tração do concreto*

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 20^{2/3} \rightarrow f_{ctm} = 2,21 \text{ MPa}$$

6º.) *Inércia da seção bruta*

$$I_c = \frac{bw \cdot h^3}{12} = \frac{12 \cdot 40^3}{12} \rightarrow I_c = 64000 \text{ cm}^4$$

7º.) *Momento de fissuração*

$$\alpha = 1,5 \text{ (seção retangular)}$$

$$y_t = \frac{h}{2} = \frac{40}{2} \rightarrow y_t = 20 \text{ cm}$$

$$M_r = \alpha \cdot \frac{f_{ctm} \cdot I_c}{y_t} = 1,5 \cdot \frac{0,221 \cdot 64000}{20} \rightarrow M_r = 1060,8 \text{ KN.cm}$$

8º.) *Flecha imediata no Estádio II*

Temos que $M_r < M_{k,ser}$ a flecha no Estádio II puro será:

$$\text{Carga total: } p = g + \psi_2 \cdot q = 10 + 0,4 \cdot 1,65 = 10,66 \text{ KN/m} \rightarrow p = 0,1066 \text{ KN/cm}$$

$$f_{oII} = \beta \cdot \frac{p \cdot l^4}{E_c \cdot I_{II}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,1066 \cdot 406^4}{2129 \cdot 20675} \rightarrow f_{oII} = 0,857 \text{ cm}$$

onde β depende da vinculação sendo $\frac{5}{384}$ para viga biapoiada.

9º.) *Taxa relativa à armadura de compressão*

$$A'_s = 0$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b \cdot d} = 0$$

10º.) Flecha final no Estádio II

Para a carga de longa duração aplicada na idade de $t_0 = 15$ dias = 0,5 mês:

$$\xi(t_0) = 0,68 \cdot (0,996^{t_0}) t_0^{0,32} = 0,68 \cdot (0,996^{0,5}) \cdot (0,5)^{0,32} \rightarrow \xi(t_0) = 0,54$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses}$$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) = 2 - 0,54 \rightarrow \Delta\xi = 1,46$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{1,46}{1 + 50 \cdot 0} \rightarrow \alpha_f = 1,46$$

$$f_{II} = f_{oII} \cdot (1 + \alpha_f) = 0,857 \cdot (1 + 1,46) \rightarrow f_{II} = 2,11 \text{ cm}$$

O limite para a flecha final segundo a Tabela 37.1 é:

$$\frac{\ell}{250} = \frac{406}{250} = 1,62 \text{ cm}$$

Como a flecha no Estádio II é maior é preciso verificar a flecha com a contribuição do concreto para o aumento da rigidez, usando a expressão da Inércia Equivalente:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$$M_a = 2196 \text{ KN.cm}$$

$$(EI)_{eq} = 2129 \left\{ \left(\frac{1060,8}{2196} \right)^3 \cdot 64000 + \left[1 - \left(\frac{1060,8}{2196} \right)^3 \right] \cdot 20675 \right\} = 54414307 \text{ KN.cm}^2$$

$$E_{cs} \cdot I_c = 2129 \cdot 64000 = 136256000 \text{ KN.cm}^2$$

$$\text{Portanto } (EI)_{eq} < E_{cs} \cdot I_c$$

A flecha imediata com a contribuição do concreto é:

$$f_{oe} = \beta \cdot \frac{p_l^4}{(EI)_{eq}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,1066 \cdot 406^4}{54414307} \rightarrow f_{oII} = 0,69 \text{ cm}$$

A flecha final com a contribuição do concreto é:

$$f_e = f_{oe} \cdot (1 + \alpha_f) = 0,69 \cdot (1 + 1,46) \rightarrow f_e = 1,70 \text{ cm}$$

Como $\ell/250 = 1,62$ cm é o limite para a flecha final, a peça não atende ao limite e é preciso alterar as características da peça, ou garantir uma contra-flecha na execução.

Se for especificada uma contra-flecha de 0,50 cm, a limitação é atendida, pois a flecha final será de:

$$f_e - c_f = 1,70 - 0,50 = 1,20 \text{ cm} < 1,62 \text{ cm.}$$

Quando se adota a contra-flecha deve-se observar a limitação de:

$$\frac{l}{350} = \frac{406}{350} = 1,16 \text{ cm,}$$

indicada na observação 2 da Tabela 37.1. O valor da contra-flecha não deve também superar o valor esperado da flecha devida à carga permanente, pois não se deve contar com o efeito da contra-flecha devido às cargas eventuais.

Se for o caso de observar o limite devido a vibrações sentidas no piso a flecha é determinada apenas com a carga eventual ou acidental, conforme a Tabela 37.1.

Exemplo 37.2 – Avaliar a fissuração da viga do exemplo 37.1. Figura 37.4

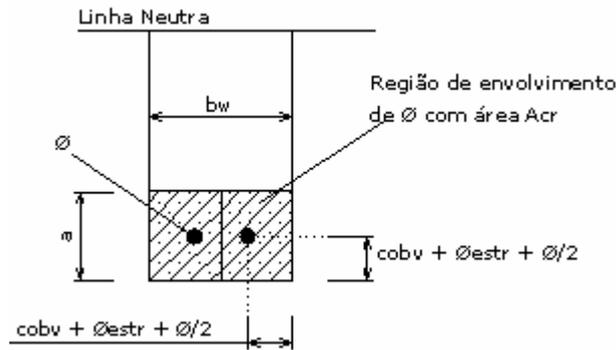


Figura 37.4 – Concreto de envolvimento da armadura

Como se trata de classe de agressividade ambiental CAAI de acordo com o estabelecido na tabela 37.3 o limite de abertura das fissuras é $w_k = 0,4 \text{ mm}$.

1º.) Centro de gravidade da armadura

$$\begin{aligned} \text{temos que: } \phi_{estr} &= 6,3 \text{ mm} \\ \phi &= 12,5 \text{ mm} \\ cob_v &= 2,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$z = cob_v + \phi_{estr} + \phi/2 = 2,5 + 0,63 + 1,25/2 = 3,755 \text{ cm}$$

$$7,5 \cdot \phi = 7,5 \cdot 1,25 = 9,375 \text{ cm}$$

$$3,755 < 7,5\phi \text{ OK!}$$

2º.) Área do concreto de envolvimento das duas barras

$$b_w = 12 \text{ cm}$$

$$a = z + 7,5 \cdot \phi = 3,755 + 9,375 \rightarrow a = 13,13 \text{ cm}$$

$$A_{cri} = b_w \cdot a = 12 \cdot 13,13 \rightarrow A_{cri} = 157,56 \text{ cm}^2$$

3º.) Taxa de armadura em relação à área da região de envolvimento

$$A_s = 2.A\phi = 2.1,227 \rightarrow A_s = 2,454 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{ri} = \frac{A_s}{A_{cri}} = \frac{2,454}{157,56} \rightarrow \rho_{ri} = 0,00156$$

4º) Tensão na armadura

$$\varepsilon_{si} = \frac{M_{serv.}(d - x_{II})}{E_{cs}I_{II}} = \frac{2196.(36,245 - 10,24)}{2129.20675} \rightarrow \varepsilon_{si} = 1,297.10^{-3}$$

$$\sigma_{si} = E_{si}.\varepsilon_{si} = 21000. 1,297.10^{-3} \rightarrow \sigma_{si} = 27,237 \text{ KN/cm}^2 = 272,37 \text{ MPa}$$

5º) Valor característico da abertura de fissuras

$\eta_1 = 2,25$ (Tabela 21.7 – barras de alta aderência)

$$\phi_i = 12,5 \text{ mm}$$

$$w_1 = \frac{\phi_i}{12,5.\eta_{1i}} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3.\sigma_{si}}{f_{ctm}} = \frac{12,5}{12,5.2,25} \cdot \frac{272,37}{210000} \cdot \frac{3.272,37}{2,21} = 0,21 \text{ mm}$$

$$w_2 = \frac{\phi_i}{12,5.\eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) = \frac{12,5}{12,5.2,25} \cdot \frac{272,37}{210000} \left(\frac{4}{0,00156} + 45 \right) = 1,50 \text{ mm}$$

A estimativa de fissura é o menor entre os dois valores calculados:

$$w = 0,21 \text{ mm}$$

Portanto a fissuração calculada atende às condições de projeto porque o valor é menor que o limite estipulado de 0,4 mm.

Quando não atender pode se alterar a armadura, usando bitolas menores, ou aumentar as dimensões da peça para reduzir a tensão em serviço e assim diminuir a abertura de fissura esperada.

BIBLIOGRAFIA

- ABNT – Norma Brasileira 6118 : Projeto de Estruturas de Concreto Armado (2003);
- Bittencourt, Túlio Nogueira e Ricardo Leopoldo e Silva França: Exemplo de um Projeto Completo de Edifício de Concreto Armado, EPUSP, São Paulo,(2001);
- Carvalho, João Dirceu N: Apostila de Estruturas de Concreto, Universidade Estadual de Maringá, (2001);
- D'Ávila, Virgínia Maria Rosito: Apostila de Estruturas de Concreto Armado I – Universidade Federal do Rio Grande do Sul;
- Eboli, Cláudia Ribeiro: Apostila de Concreto Armado II, Universidade Federal do Rio de Janeiro;
- Fusco, P.B.: – Técnicas de Armar as Estruturas de Concreto, Editora PINI, São Paulo,SP, (1994);
- Fusco, P.B.: Estruturas de Concreto, Solicitações Normais, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, RJ, (1981);
- Marino, M.A., Apostila de Concreto Armado, Universidade Federal do Paraná, (2003);
- Pfeil, Walter - Concreto Armado Vols 1, 2, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A,(1985);
- Rocha, Aderson Moreira: Concreto Armado, Vols 1 e 2, Livraria Nobel S.A, São Paulo,SP, (1987);
- Süsskind, J. C. : Curso de Concreto , Volume 1, Editora Globo, Rio de Janeiro, (1982);