

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
UNESP – Bauru/SP
FACULDADE DE ENGENHARIA
Departamento de Engenharia Civil

Disciplina: 2117 - ESTRUTURAS DE CONCRETO I

NOTAS DE AULA

LAJES DE CONCRETO

Prof. Dr. PAULO SÉRGIO DOS SANTOS BASTOS
(wwwp.feb.unesp.br/pbastos)

Bauru/SP
Novembro/2013

APRESENTAÇÃO

Esta apostila tem o objetivo de servir como notas de aula na disciplina 1288 – Estruturas de Concreto I, do curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia, da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Campus de Bauru/SP.

O texto apresentado está conforme as novas prescrições contidas na NBR 6118/2003 (*“Projeto de estruturas de concreto – Procedimento”* – versão corrigida de março/2004) para o projeto e dimensionamento das lajes de concreto armado.

A apostila apresenta o estudo das lajes maciças, das lajes nervuradas e lajes pré-fabricadas. Os esforços nas lajes maciças são determinados pela Teoria das Placas.

Quaisquer críticas e sugestões serão muito bem-vindas, pois assim a apostila poderá ser melhorada.

O autor agradece ao técnico Éderson dos Santos Martins, pela confecção dos desenhos.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. DEFINIÇÃO	1
3. LAJE MACIÇA.....	1
3.1 CLASSIFICAÇÃO QUANTO À DIREÇÃO.....	2
3.2 VÃO EFETIVO	3
3.3 VINCULAÇÃO NAS BORDAS	3
3.4 AÇÕES A CONSIDERAR	7
3.4.1 Peso Próprio.....	8
3.4.2 Contrapiso.....	8
3.4.3 Revestimento do Teto	8
3.4.4 Piso	9
3.4.5 Paredes.....	9
3.4.5.1 Laje Armada em Duas Direções.....	9
3.4.5.2 Laje Armada em Uma Direção.....	10
3.4.6 Ações Variáveis	11
3.5 ESPESSURA MÍNIMA.....	11
3.6 COBRIMENTOS MÍNIMOS	12
3.7 ESTIMATIVA DA ALTURA DA LAJE	14
3.8 MOMENTOS FLETORES SOLICITANTES.....	14
3.8.1 Laje Armada em Uma Direção	14
3.8.2 Laje Armada em Duas Direções	18
3.8.3 Compatibilização dos Momentos Fletores	20
3.8.4 Momentos Volventes	21
3.9 REAÇÕES DE APOIO.....	21
3.10 FLECHAS	23
3.10.1 Verificação do Estádio.....	23
3.10.2 Flecha Imediata.....	24
3.10.3 Flecha Diferida no Tempo	25
3.10.4 Flechas Máximas Admitidas	26
3.10.5 Flecha Imediata.....	28
3.10.5.1 Laje Armada em Duas Direções.....	28
3.10.5.2 Laje Armada em Uma Direção.....	29
3.11 DIMENSIONAMENTO	29
3.11.1 Flexão	31
3.11.2 Força Cortante	31
3.11.2.1 Lajes sem Armadura para Força Cortante.....	31
3.11.2.2 Lajes com Armadura para Força Cortante	33
3.12 DETALHAMENTO DAS ARMADURAS	33
3.12.1 Armaduras Longitudinais Máximas e Mínimas	33
3.12.2 Diâmetro Máximo.....	34
3.12.3 Espaçamento Máximo e Mínimo.....	34
3.12.4 Comprimento da Armadura Negativa nos Apoios com Continuidade de Lajes.....	35
3.12.5 Comprimento da Armadura Positiva	37

3.12.6 Furos em Lajes.....	38
3.12.7 Armaduras Complementares	39
3.15 TABELAS DAS ARMADURAS	40
3.16 CÁLCULO PRÁTICO.....	41
3.16.1 Pré-dimensionamento da Altura da Laje	41
3.16.2 Cálculo das Ações	41
3.16.3 Verificação das Flechas	41
3.16.4 Reações nas Vigas	42
3.16.5 Momentos Fletores e Dimensionamento	42
3.17 LAJE MACIÇA RETANGULAR COM UMA BORDA LIVRE.....	43
3.17.1 Detalhamento das Armaduras.....	45
3.17.1.1 Lajes com Três Bordas Apoiadas.....	45
3.17.1.2 Lajes com Três Bordas Engastadas	46
3.17.2 Exemplo Numérico de Aplicação.....	47
3.18 EXEMPLO DE CÁLCULO DAS LAJES MACIÇAS DO PAVIMENTO DE UMA CONSTRUÇÃO	49
3.18.1 Vãos Efetivos e Vinculação nas Bordas	51
3.18.2 Pré-Dimensionamento da Altura das Lajes	52
3.18.3 Cálculo das Ações Atuantes	53
3.18.4 Reações de Apoio nas Vigas de Borda.....	55
3.18.5 Momentos Fletores e Dimensionamento das Armaduras Longitudinais de Flexão	58
3.18.6 Verificação das Flechas	62
3.18.6.1 Flecha na Laje L2	62
3.18.6.2 Flecha na Laje L1	64
3.18.6.3 Flecha na Laje L4	67
3.18.7 Verificação do Esforço Cortante	68
3.18.8 Detalhamentos das Armaduras Longitudinais.....	69
4. LAJES NERVURADAS	71
4.1. DEFINIÇÃO	71
4.2. TIPOS	73
4.3. CÁLCULO SIMPLIFICADO.....	74
4.4 AÇÕES	75
4.5 MOMENTOS FLETORES NOS APOIOS INTERMEDIÁRIOS	76
4.6 DIMENSIONAMENTO	77
4.6.1 Flexão nas Nervuras	78
4.6.2 Esforço Cortante	78
4.7 EXEMPLO.....	78
4.7.1 Laje em Cruz (nervuras nas duas direções), $L_0 < 65$ cm	78
4.8 EXERCÍCIO	82
5. LAJES PRÉ-FABRICADAS	83
5.1 DEFINIÇÕES	83
5.2 LAJE TRELIÇA	84
5.2.1 Nervura Transversal	86
5.2.2 Armadura Complementar	87
5.2.3 Armadura de Distribuição	88
5.2.4 Escolha da Laje.....	88
5.2.5 Exemplos	89
5.3 LAJE PRÉ-FABRICADA CONVENCIONAL.....	91
5.3.1 Detalhes Construtivos.....	92
5.3.2 Paredes Sobre Laje	95
5.3.3 Concretagem	96
5.3.4 Dimensionamento	97

1. INTRODUÇÃO

Neste texto serão estudadas as lajes denominadas usualmente como maciças e as lajes nervuradas, do tipo moldada no local ou com partes pré-fabricadas, também chamadas lajes mistas.

As lajes maciças de forma retangular, apoiadas sobre as quatro bordas, são as lajes mais comuns nas construções correntes de Concreto Armado. As lajes com uma ou duas bordas livres, embora bem menos comuns na prática, serão também estudadas.

O processo de cálculo das lajes maciças, demonstrado nesta apostila, é aquele já desenvolvido há muitos anos, possível de ser executado manualmente sem auxílio de computadores. Tem o aval da NBR 6118/03 e aplicação segura, demonstrada por centenas de construções já executadas. Neste processo as lajes têm os esforços de flexão e as flechas determinadas segundo a Teoria das Placas, com base na teoria matemática da elasticidade.

2. DEFINIÇÃO

As lajes são classificadas como elementos planos bidimensionais, que são aqueles onde duas dimensões, o comprimento e a largura, são da mesma ordem de grandeza e muito maiores que a terceira dimensão, a espessura. As lajes são também chamadas elementos de superfície, ou placas.

Destinam-se a receber a maior parte das ações aplicadas numa construção, normalmente de pessoas, móveis, pisos, paredes, e os mais variados tipos de carga que podem existir em função da finalidade arquitetônica do espaço que a laje faz parte. As ações são comumente perpendiculares ao plano da laje, podendo ser divididas em distribuídas na área, distribuídas linearmente ou forças concentradas. Embora menos comuns, também podem ocorrer ações externas na forma de momentos fletores, normalmente aplicados nas bordas das lajes.

As ações são normalmente transmitidas para as vigas de apoio nas bordas da laje, mas eventualmente também podem ser transmitidas diretamente aos pilares, quando são chamadas lajes lisas.

3. LAJE MACIÇA

Laje maciça é aquela onde toda a espessura é composta por concreto, contendo armaduras longitudinais de flexão e eventualmente armaduras transversais, e apoiada em vigas ou paredes ao longo das bordas. Laje com borda ou bordas livres é um caso particular de laje apoiada nas bordas.

A laje lisa e a laje cogumelo, como definidas na apostila “Fundamentos do Concreto Armado” (BASTOS, 2013), são também lajes maciças de concreto, porém, nessas lajes as cargas e outras ações são transferidas diretamente aos pilares, sem intermédio de apoios nas bordas. Por uma questão de tradição no Brasil é costume chamar a laje apoiada nas bordas como “laje maciça”.

As lajes maciças podem ser de Concreto Armado ou de Concreto Protendido; nesta apostila são apresentadas apenas as lajes maciças retangulares ou quadradas de Concreto Armado.

Nas pontes e edifícios de múltiplos pavimentos e em construções de grande porte, as lajes maciças são as mais comuns entre os diferentes tipos de laje existentes.

As lajes maciças de concreto, com espessuras que normalmente variam de 7 cm a 15 cm, são projetadas para os mais variados tipos de construção, como edifícios de múltiplos pavimentos (residenciais, comerciais, etc.), muros de arrimo, escadas, reservatórios, construções de grande porte, como escolas, indústrias, hospitais, pontes de grandes vãos, etc. De modo geral, não são aplicadas em construções residenciais e outras construções de pequeno porte, pois nesses tipos de construção as lajes nervuradas pré-fabricadas apresentam vantagens nos aspectos custo e facilidade de construção.

3.1 CLASSIFICAÇÃO QUANTO À DIREÇÃO

As lajes maciças podem ser classificadas segundo diferentes critérios, como em relação à forma geométrica, dos tipos de vínculos nos apoios, quanto à direção, etc.

As formas geométricas podem ter as mais variadas formas possíveis, porém, a forma retangular é a grande maioria dos casos da prática. Hoje em dia, com os avançados programas computacionais existentes, as lajes podem ser facilmente calculadas e dimensionadas, segundo quaisquer formas geométricas e carregamentos que tiverem.

Uma classificação muito importante das lajes maciças é aquela referente à direção ou direções da armadura principal. Existem dois casos: laje armada em uma direção ou laje armada em duas direções.

a) Laje armada em uma direção

As lajes armadas em uma direção tem relação entre o lado maior e o lado menor superior a dois, isto é:

$$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} > 2 \quad (\text{Eq. 1})$$

com: ℓ_x = vão menor (Figura 1);
 ℓ_y = vão maior.

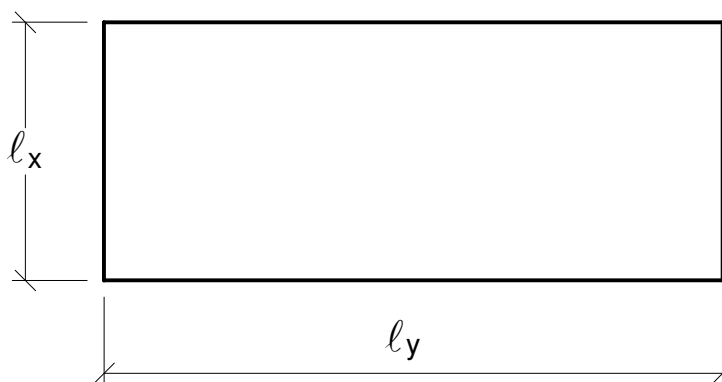


Figura 1 – Vãos da laje retangular armada em uma direção.

Os esforços solicitantes de maior magnitude ocorrem segundo a direção do menor vão, chamada direção principal. Na outra direção, chamada secundária, os esforços solicitantes são bem menores e, por isso, são comumente desprezados nos cálculos.

Os esforços solicitantes e as flechas são calculados supondo-se a laje como uma viga com largura de 1 m, segundo a direção principal da laje, como se verá adiante.

b) Laje armada em duas direções (ou em cruz)

Nas lajes armadas em duas direções os esforços solicitantes são importantes segundo as duas direções principais da laje. A relação entre os lados é menor que dois, tal que:

$$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} \leq 2 \quad (\text{Eq. 2})$$

com: ℓ_x = lado menor (Figura 2);
 ℓ_y = lado maior.

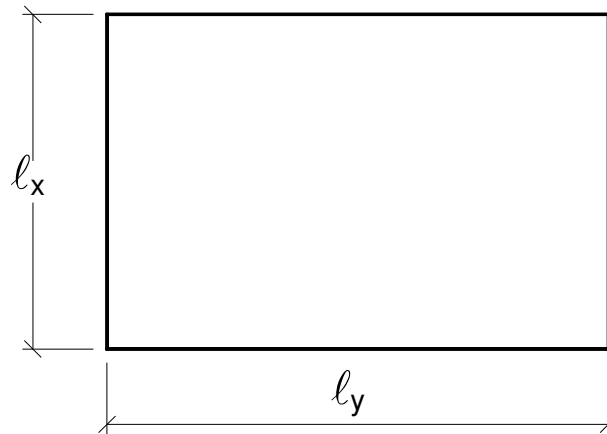


Figura 2 – Vãos da laje retangular armada em duas direções.

3.2 VÃO EFETIVO

Os vãos efetivos das lajes nas direções principais (NBR 6118/03, item 14.6.2.4), considerando que os apoios são suficientemente rígidos na direção vertical, devem ser calculados pela expressão:

$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2 \quad (\text{Eq. 3})$$

$$\text{com: } a_1 \leq \begin{cases} t_1 / 2 \\ 0,3 h \end{cases} \quad \text{e} \quad a_2 \leq \begin{cases} t_2 / 2 \\ 0,3 h \end{cases} \quad (\text{Eq. 4})$$

As dimensões ℓ_0 , t_1 , t_2 e h estão indicadas na Figura 3.

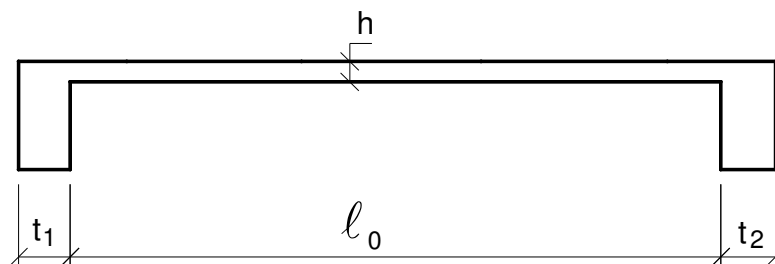


Figura 3 – Dimensões consideradas no cálculo do vão efetivo das lajes.

3.3 VINCULAÇÃO NAS BORDAS

De modo geral são três os tipos de apoio das lajes: paredes de alvenaria ou de concreto, vigas ou pilares de concreto. Dentre eles, as vigas nas bordas são o tipo de apoio mais comuns nas construções.

Para o cálculo dos esforços solicitantes e das deformações nas lajes torna-se necessário estabelecer os vínculos da laje com os apoios, sejam eles pontuais como os pilares, ou lineares como as vigas de borda. Devido à complexidade do problema devem ser feitas algumas simplificações, de modo a possibilitar o cálculo manual que será desenvolvido.

Os três tipos comuns de vínculo das lajes são o apoio simples, o engaste perfeito e o engaste elástico.

Como as tabelas usuais para cálculo das lajes só admitem apoios simples, engaste perfeito e apoios pontuais, a vinculação nas bordas deve se resumir apenas a esses três tipos. Com a utilização de programas computacionais é possível admitir também o engaste elástico.

A idealização teórica de apoio simples ou engaste perfeito, nas lajes correntes dos edifícios, raramente ocorre na realidade. No entanto, segundo CUNHA & SOUZA (1994), o erro cometido é pequeno, não superando os 10 %.

a) bordas simplesmente apoiadas

O apoio simples surge nas bordas onde não existe ou não se admite a continuidade da laje com outras lajes vizinhas. O apoio pode ser uma parede de alvenaria ou uma viga de concreto.

No caso de vigas de concreto de dimensões correntes, a rigidez da viga à torção é pequena, de modo que a viga gira e deforma-se, acompanhando as pequenas rotações da laje, o que acaba garantindo a concepção teórica do apoio simples (Figura 4).

Cuidado especial há de se tomar na ligação de lajes com vigas de alta rigidez à torção. Pode ser mais adequado engastar perfeitamente a laje na viga, dispondo-se uma armadura, geralmente negativa, na ligação com a viga. Os esforços de torção daí decorrentes devem ser obrigatoriamente considerados no projeto da viga de borda.

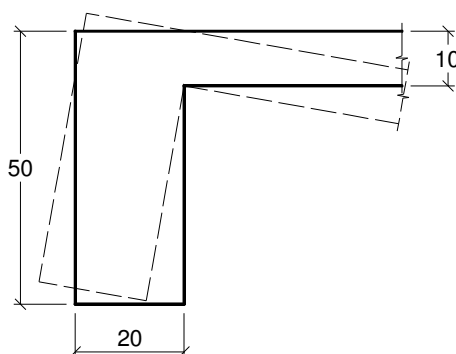


Figura 4 – Viga de borda como apoio simples para a laje.

b) engaste perfeito

O engaste perfeito surge no caso de lajes em balanço, como marquises, varandas, etc. (Figura 5). É considerado também nas bordas onde há continuidade entre duas lajes vizinhas.

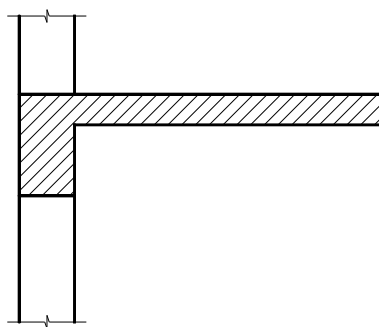


Figura 5 – Laje em balanço engastada na viga de apoio.

Quando duas lajes contínuas têm espessuras muito diferentes, como mostrado na Figura 6, pode ser mais adequado considerar a laje de menor espessura (L2) engastada na de maior espessura (L1), mas a laje com maior espessura pode ser considerada apenas apoiada na borda comum as duas lajes.

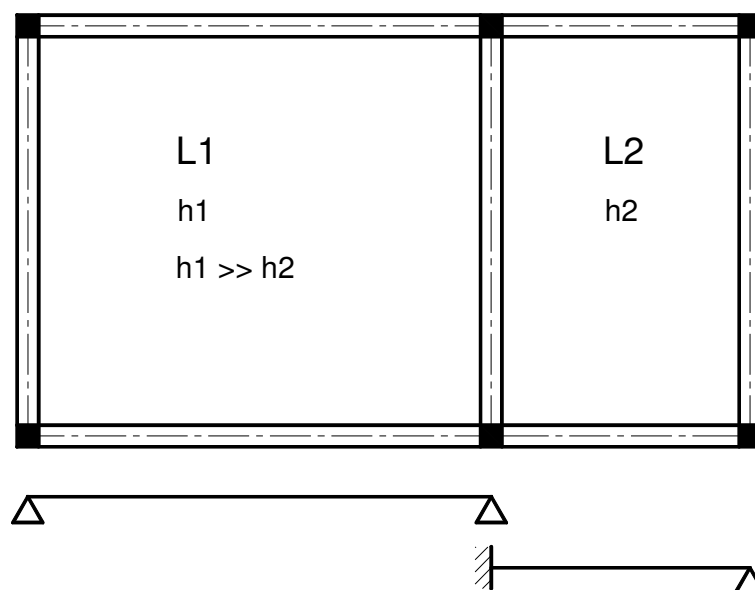


Figura 6 – Lajes adjacentes com espessuras muito diferentes.

No caso onde as lajes não têm continuidade ao longo de toda a borda comum, o critério simplificado para se considerar a vinculação é o seguinte (Figura 7):

se $a \geq \frac{2}{3} L$ → a laje L1 pode ser considerada com a borda engastada na laje L2;

se $a < \frac{2}{3} L$ → a laje L1 fica com a borda simplesmente apoiada (apoio simples).

(Eq. 5)

Em qualquer dos casos, a laje L2 tem a borda engastada na laje L1.

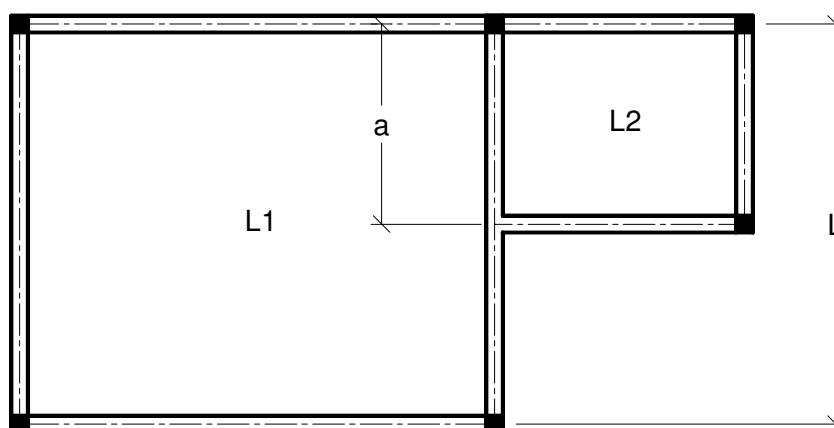


Figura 7 – Lajes parcialmente contínuas.

c) engaste elástico

No caso de apoios intermediários de lajes contínuas surgem momentos fletores negativos devido à continuidade das lajes. A ponderação feita entre os diferentes valores dos momentos fletores que surgem nesses apoios conduz ao engastamento elástico (Figura 8). No entanto, para efeito de cálculo inicial dos momentos fletores M_{L1} e M_{L2} , as lajes que apresentam continuidade devem ser consideradas perfeitamente engastadas nos apoios intermediários.

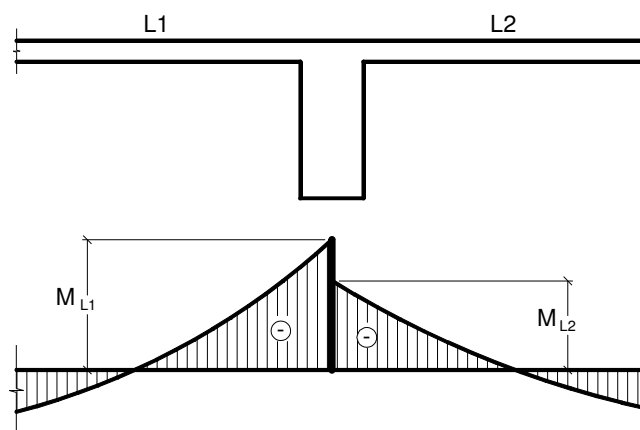


Figura 8 – Engastamento elástico na continuidade das lajes decorrente dos momentos fletores negativos diferentes.

Conforme as tabelas de BARÉS que serão utilizadas neste curso (Anexas ao final da apostila) para cálculo das lajes maciças retangulares, a convenção de vinculação é feita com diferentes estilos de linhas, como mostrado na Figura 9.



Figura 9 – Convenção de estilo de linha para os vínculos engaste perfeito, apoio simples e borda livre.

Em função das várias combinações possíveis de vínculos nas quatro bordas das lajes retangulares, as lajes recebem números que diferenciam as combinações de vínculos nas bordas, como indicados na Figura 10.

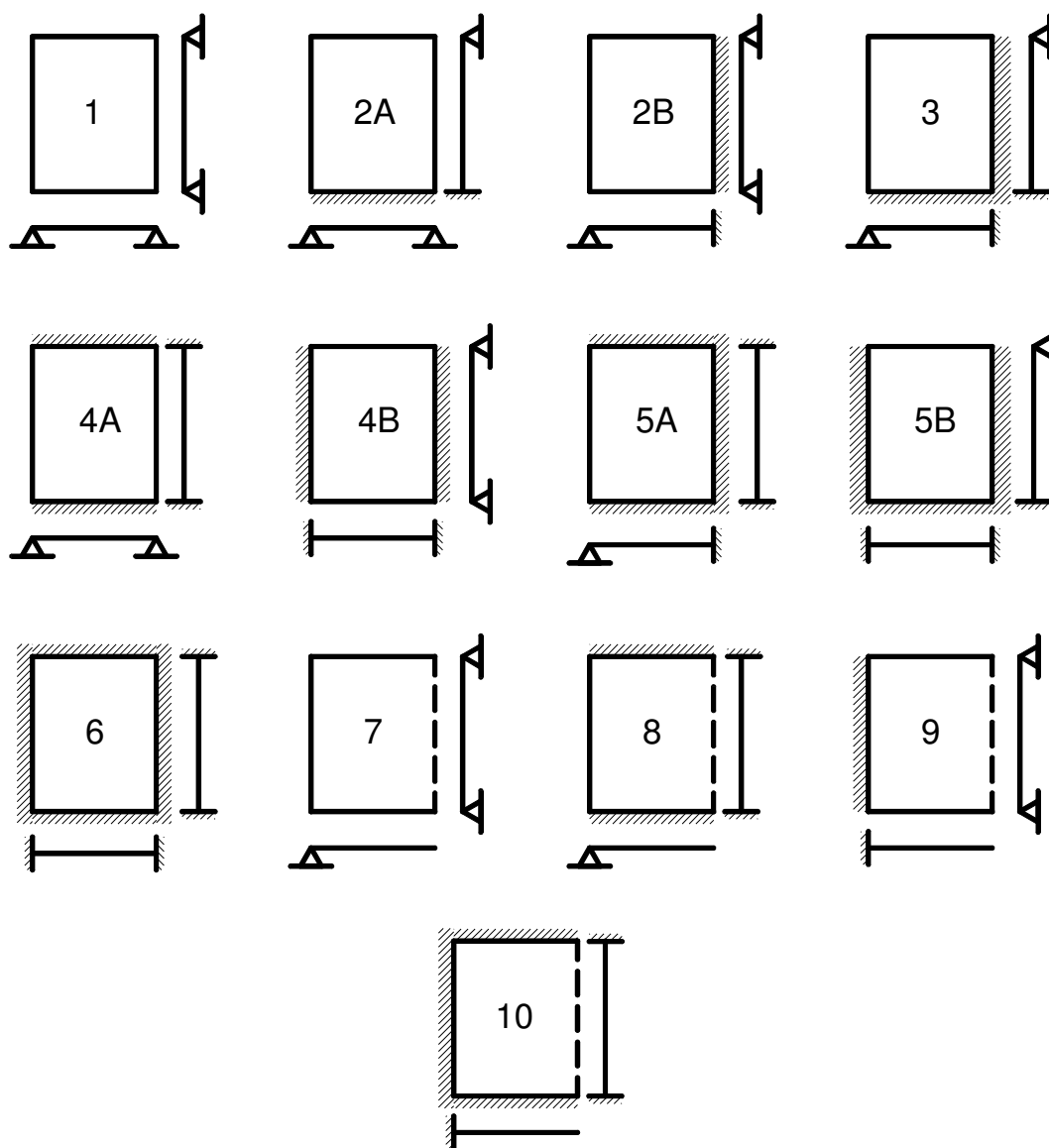


Figura 10 – Tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas.

3.4 AÇÕES A CONSIDERAR

As ações ou carregamentos a se considerar nas lajes são os mais variados, desde pessoas até móveis, equipamentos fixos ou móveis, divisórias, paredes, água, solo, etc. As lajes atuam recebendo as cargas de utilização e transmitindo-as para os apoios, geralmente vigas nas bordas. Nos edifícios as lajes ainda têm a função de atuarem como diafragmas rígidos (elemento de rigidez infinita no seu próprio plano), distribuindo os esforços horizontais do vento para as estruturas de contraventamento (pórticos, paredes, núcleos de rigidez, etc.), responsáveis pela estabilidade global dos edifícios.

Para determinação das ações atuantes nas lajes deve-se recorrer às normas NBR 6118/03, NBR 8681/03 e NBR 6120/80, entre outras pertinentes. As ações peculiares das lajes de cada obra também devem ser cuidadosamente avaliadas. Se as normas brasileiras não tratarem de cargas específicas, pode-se recorrer a normas estrangeiras, na bibliografia especializada, com os fabricantes de equipamentos mecânicos, de máquinas, etc.

Nas construções de edifícios correntes, geralmente as ações principais a serem consideradas são as ações permanentes (g) e as ações variáveis (q), chamadas pela norma de carga acidental, termo esse inadequado.

As principais ações permanentes diretas que devem ser verificadas e determinadas são as apresentadas a seguir.

3.4.1 Peso Próprio

O peso próprio da laje é o peso do concreto armado que forma a laje maciça. Para o peso específico do concreto armado (γ_{conc}) a NBR 6118/03 indica o valor de 25 kN/m^3 . O peso próprio para lajes com espessura constante é uniformemente distribuído na área da laje, e para um metro quadrado de laje (Figura 11) pode ser calculado como:

$$g_{\text{pp}} = \gamma_{\text{conc}} \cdot h = 25 \cdot h \quad (\text{Eq. 6})$$

com: g_{pp} = peso próprio da laje (kN/m^2);
 h = altura da laje (m).

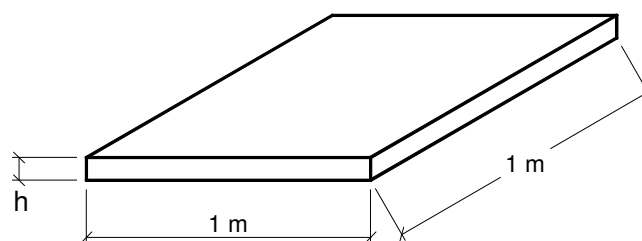


Figura 11 – Peso próprio calculado para 1 m^2 de laje.

3.4.2 Contrapiso

A camada de argamassa colocada logo acima do concreto da superfície superior das lajes recebe o nome de contrapiso ou argamassa de regularização. A sua função é de nivelar e diminuir a rugosidade da laje, preparando-a para receber o revestimento de piso final.

A espessura do contrapiso deve ser cuidadosamente avaliada. Recomenda-se adotar espessura não inferior a 3 cm. A argamassa do contrapiso tem comumente o traço 1:3 (em volume), sendo considerado o peso específico (γ_{contr}) de 21 kN/m^3 .

A ação permanente do contrapiso é função da espessura (e) do contrapiso:

$$g_{\text{contr}} = \gamma_{\text{contr}} \cdot e = 21 \cdot e \quad (\text{Eq. 7})$$

com: g_{contr} = carga permanente do contrapiso (kN/m^2);
 e = espessura do contrapiso (m).

3.4.3 Revestimento do Teto

Na superfície inferior das lajes (teto do pavimento inferior) é padrão executar-se uma camada de revestimento de argamassa, sobreposta à camada fina de chapisco. Para essa argamassa, menos rica em cimento, pode-se considerar o peso específico (γ_{rev}) de 19 kN/m^3 .

De modo geral, este revestimento tem pequena espessura, mas recomenda-se adotar espessura não inferior a 1,5 ou 2 cm. Para o revestimento de teto a ação permanente é:

$$g_{\text{rev. teto}} = \gamma_{\text{rev}} \cdot e = 19 \cdot e \quad (\text{Eq. 8})$$

com: $g_{\text{rev. teto}}$ = carga permanente do revestimento do teto (kN/m^2);
 e = espessura do revestimento (m).

3.4.4 Piso

O piso é o revestimento final na superfície superior da laje, assentado sobre a argamassa de regularização. Para a sua correta quantificação é necessário definir o tipo ou material do qual o piso é composto, o que normalmente é feito com auxílio do projeto arquitetônico, que define o tipo de piso de cada ambiente da construção. Os tipos mais comuns são os de madeira, de cerâmica, carpetes ou forrações, e de rochas, como granito e mármore.

A Tabela 1 da NBR 6120/80 fornece os pesos específicos de diversos materiais, valores estes que auxiliam no cálculo da carga do piso por metro quadrado de área de laje.

3.4.5 Paredes

A carga das paredes sobre as lajes maciças deve ser determinada em função da laje ser armada em uma ou em duas direções. É necessário conhecer o tipo de unidade de alvenaria (tijolo, bloco, etc.), que compõe a parede, ou o peso específico da parede, a espessura e a altura da parede, bem como a sua disposição e extensão sobre a laje.

O peso específico da parede pode ser dado em função do peso total da parede, composta pela unidade de alvenaria e pelas argamassas de assentamento e de revestimento, ou pelos pesos específicos individuais dos materiais que a compõe.

3.4.5.1 Laje Armada em Duas Direções

Para as lajes armadas em duas direções considera-se simplificada a carga da parede uniformemente distribuída na área da laje, de forma que a carga é o peso total da parede dividido pela área da laje, isto é:

$$g_{\text{par}} = \frac{P_{\text{par}}}{A_{\text{laje}}} = \frac{\gamma_{\text{alv}} \cdot e \cdot h \cdot \ell}{A_{\text{laje}}} \quad (\text{Eq. 9})$$

com: γ_{alv} = peso específico da unidade de alvenaria que compõe a parede (kN/m^3);
 g_{par} = carga uniforme da parede (kN/m^2);
 e = espessura total da parede (m);
 h = altura da parede (m);
 ℓ = comprimento da parede sobre a laje (m);
 A_{laje} = área da laje (m^2) = $\ell_x \cdot \ell_y$

Para blocos cerâmicos furados a NBR 6120/80 recomenda o peso específico (γ_{alv}) de 13 kN/m^3 e para tijolos maciços cerâmicos 18 kN/m^3 .

Ao se considerar o peso específico da unidade de alvenaria para toda a parede está se cometendo um erro, pois os pesos específicos das argamassas de revestimento e de assentamento são diferentes do peso específico da unidade de alvenaria. O peso específico das paredes correto pode ser calculado considerando-se os pesos específicos dos materiais individualmente.

Para a argamassa de revestimento pode-se considerar o peso específico de 19 kN/m^3 .

Não se conhecendo o peso específico global da parede pode-se determinar a sua carga com os pesos específicos individuais da parede, calculando-se a carga da parede por metro quadrado de área:

$$\gamma_{\text{par}} = \gamma_{\text{alv}} \cdot e_{\text{alv}} + \gamma_{\text{arg}} \cdot e_{\text{arg}} \quad (\text{Eq. 10})$$

com: γ_{par} = peso específico da parede (kN/m^3);
 γ_{alv} = peso específico da unidade de alvenaria (kN/m^3);
 e_{alv} = espessura da unidade de alvenaria que resulta na espessura da parede (m);

γ_{arg} = peso específico da argamassa do revestimento (kN/m^3);

e_{arg} = espessura do revestimento considerando os dois lados da parede (m).

A carga da parede sobre a laje é:

$$g_{par} = \frac{\gamma_{par} \cdot h \cdot \ell}{A_{laje}} \quad (\text{Eq. 11})$$

com: g_{par} = carga uniforme da parede (kN/m^2);

h = altura da parede (m);

ℓ = comprimento da parede sobre a laje (m).

$A_{laje} = \text{área da laje (m}^2\text{)} = \ell_x \cdot \ell_y$

Para a espessura média dos revestimentos das paredes recomenda-se o valor de 2 cm, nos dois lados da parede.

3.4.5.2 Laje Armada em Uma Direção

Para laje armada em uma direção há dois casos a serem analisados, em função da disposição da parede sobre a laje.

Para o caso de parede com direção paralela à direção principal da laje (direção do menor vão), considera-se simplificada a carga da parede distribuída uniformemente numa área da laje adjacente à parede, com largura de $2/3 \ell_x$, como mostrado na Figura 12.

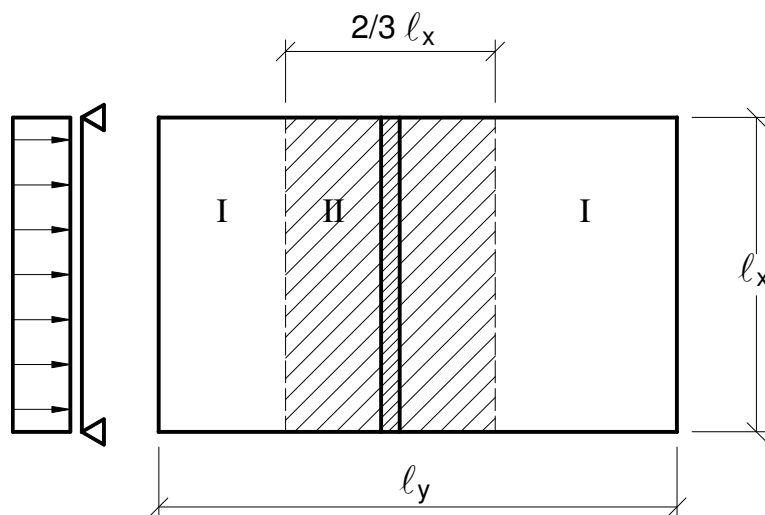


Figura 12 – Parede paralela à direção principal da laje armada em uma direção.

A laje fica com duas regiões com carregamentos diferentes. Nas regiões I não ocorre a carga da parede, que fica limitada apenas à região II. Portanto, dois cálculos de esforços solicitantes necessitam serem feitos, para as regiões I e II.

A carga uniformemente distribuída devida à parede, na faixa $2/3 \ell_x$ é:

$$g_{par} = \frac{P_{par}}{\frac{2}{3} \ell_x \cdot \ell_x} = \frac{3 P_{par}}{2 \ell_x^2} \quad (\text{Eq. 12})$$

com: g_{par} = carga uniforme da parede na laje (kN/m^2);
 P_{par} = peso da parede (kN);
 ℓ_x = menor vão da laje (m).

No caso de parede com direção perpendicular à direção principal, a carga da parede deve ser considerada como uma força concentrada na viga que representa a laje, como mostrado na Figura 13. O valor da força concentrada P , representativo da carga da parede, é:

$$P = \gamma_{\text{alv}} \cdot e \cdot h \cdot l$$

$$P = \gamma_{\text{alv}} \cdot e \cdot h \quad (\text{Eq. 13})$$

com: P = força concentrada representativa da parede (kN);
 γ_{alv} = peso específico da parede (kN/m^3);
 e = espessura da parede (m);
 h = altura da parede (m).

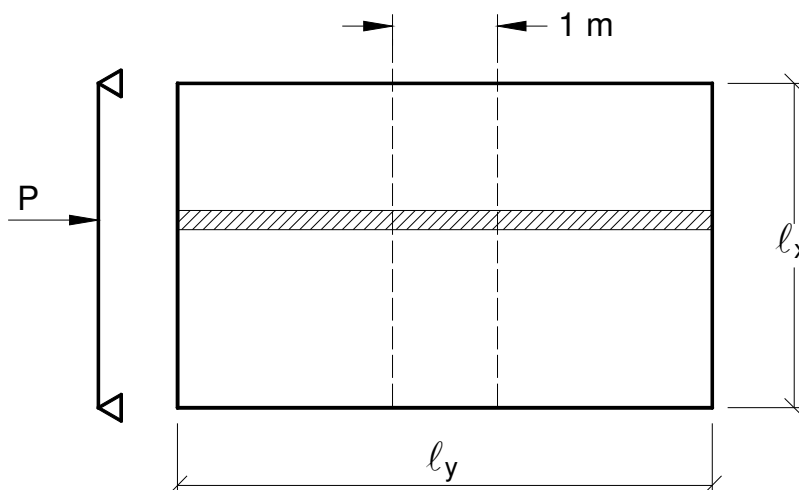


Figura 13 – Parede perpendicular à direção principal da laje armada em uma direção.

3.4.6 Ações Variáveis

A ação variável nas lajes é tratada pela NBR 6120/80 (item 2.2) como “carga accidental”. Na prática costumam chamar também de “sobrecarga”. A carga accidental é definida pela NBR 6120 como “toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função do seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos, etc.). As cargas verticais que se consideram atuando nos pisos de edificações, além das que se aplicam em caráter especial, referem-se a carregamentos devidos a pessoas, móveis, utensílios materiais diversos e veículos, e são supostas uniformemente distribuídas, com os valores mínimos indicados na Tabela 2”.

3.5 ESPESSURA MÍNIMA

A NBR 6118/03 (item 13.2.4.1) estabelece que a espessura mínima para as lajes maciças deve respeitar:

- a) 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- b) 7 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- c) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- d) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- e) 15 cm para lajes com protensão apoiada em vigas, $\ell/42$ para lajes de piso biapoiadas e $\ell/50$ para lajes de piso contínuas;
- f) 16 cm para lajes lisas e 14 para lajes-cogumelo.

3.6 COBRIMENTOS MÍNIMOS

A NBR 6118/03 (item 7.4.7) estabelece os valores a serem prescritos para o cobrimento nominal das armaduras das lajes.

Nos projetos das estruturas correntes, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado na Tabela 1 e pode ser avaliada, simplificada, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

Tabela 1- Classes de agressividade ambiental (NBR 6118/03).

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de Projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Frac	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{1), 2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹⁾	Grande
		Industrial ^{1), 2)}	
IV	Muito forte	Industrial ^{1), 3)}	Elevado
		Respingos de maré	

NOTAS: 1) Pode-se admitir um micro-clima com classe de agressividade um nível mais branda para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).
 2) Pode-se admitir uma classe de agressividade um nível mais branda em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.
 3) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Para garantir o cobrimento mínimo ($c_{\min}$) o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δc), Figura 14.

$$c_{\text{nom}} = c_{\min} + \Delta c \quad (\text{Eq. 14})$$

Nas obras correntes o valor de Δc deve ser maior ou igual a 10 mm. Esse valor pode ser reduzido para 5 mm quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução das estruturas de concreto. Em geral, o cobrimento nominal de uma determinada barra deve ser:

$$c_{\text{nom}} \geq \phi_{\text{barra}} \quad (\text{Eq. 15})$$

$$c_{\text{nom}} \geq \phi_{\text{feixe}} = \phi_n = \phi \sqrt{n}$$

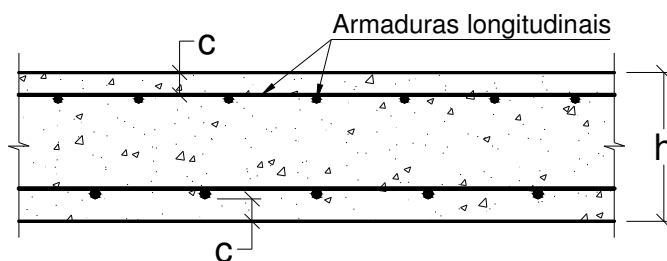


Figura 14 – Cobrimento da armadura.

A dimensão máxima característica do agregado graúdo ($d_{\text{máx}}$) utilizado no concreto não pode superar em 20 % a espessura nominal do cobrimento, ou seja:

$$d_{\text{máx}} \leq 1,2 c_{\text{nom}} \quad (\text{Eq. 16})$$

Para determinar a espessura do cobrimento é necessário antes definir a classe de agressividade ambiental a qual a estrutura está inserida. Segundo a NBR 6118/03 (item 6.4.2), “Nos projetos das estruturas correntes, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado na Tabela 6.1 e pode ser avaliada, simplificada, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes”.

A Tabela 2 (Tabela 7.2 na NBR 6118) mostra os valores para o cobrimento nominal de lajes, vigas e pilares, para a tolerância de execução (Δc) de 10 mm, em função da classe de agressividade ambiental.

Tabela 2 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10 \text{ mm}$ (NBR 6118/03).

Tipo de estrutura	Componente ou Elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV ²⁾
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje ¹⁾	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50

Notas: 1) Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas pelo cobrimento nominal, respeitado um cobrimento nominal $\geq 15 \text{ mm}$;

2) Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobrimento nominal $\geq 45 \text{ mm}$.

A altura útil d , que é a distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada e a face comprimida da seção, depende principalmente do cobrimento da armadura. Conforme a laje maciça mostrada na Figura 15, de modo geral a altura útil é dada pela relação:

$$d = h - c - \phi_{\ell}/2 \quad (\text{Eq. 17})$$

Para ϕ_{ℓ} pode-se estimar inicialmente a barra com diâmetro de 10 mm.

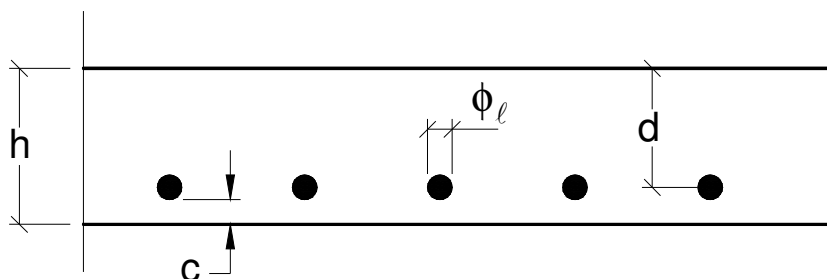


Figura 15 – Altura útil d para as lajes maciças, supondo armadura de flexão positiva.

3.7 ESTIMATIVA DA ALTURA DA LAJE

Para o cálculo das lajes é necessário estimar inicialmente a sua altura. Existem vários e diferentes processos para essa estimativa, sendo um deles dado pela equação seguinte:

$$d \cong (2,5 - 0,1 n) \ell^* \quad (\text{Eq. 18})$$

onde: d = altura útil da laje (cm);

n = número de bordas engastadas da laje;

ℓ^* = dimensão da laje assumida da seguinte forma:

$$\ell^* \leq \begin{cases} \ell_x \\ 0,7 \ell_y \end{cases} \quad (\text{Eq. 19})$$

com $\ell_x \leq \ell_y$ e ℓ^* , ℓ_x e ℓ_y em metro.

A estimativa da altura com a Eq. 18 não dispensa a verificação da flecha que existirá na laje, que deverá ser calculada.

Com a altura útil calculada fica simples determinar a altura h da laje:

$$h = d + \phi_\ell / 2 + c \quad (\text{Eq. 20})$$

Como não se conhece inicialmente o diâmetro ϕ_ℓ da barra longitudinal da laje, o diâmetro deve ser estimado. Normalmente, para as lajes correntes, o diâmetro varia de 5 mm a 8 mm. O cobrimento c deve ser determinado conforme a Tabela 2.

3.8 MOMENTOS FLETORES SOLICITANTES

Os momentos fletores e as flechas nas lajes maciças são determinadas conforme a laje é armada em uma ou em duas direções. As lajes armadas em uma direção são calculadas como vigas segundo a direção principal e as lajes armadas em duas direções podem ser aplicadas diferentes teorias, como a Teoria da Elasticidade e a das Charneiras Plásticas.

3.8.1 Laje Armada em Uma Direção

No caso das lajes armadas em uma direção considera-se simplificada que a flexão na direção do menor vão da laje é preponderante à da outra direção, de modo que a laje será suposta como uma viga com largura constante de um metro (100 cm), segundo a direção principal da laje, como mostrado na Figura 16. Na direção secundária despresam-se os momentos fletores existentes.

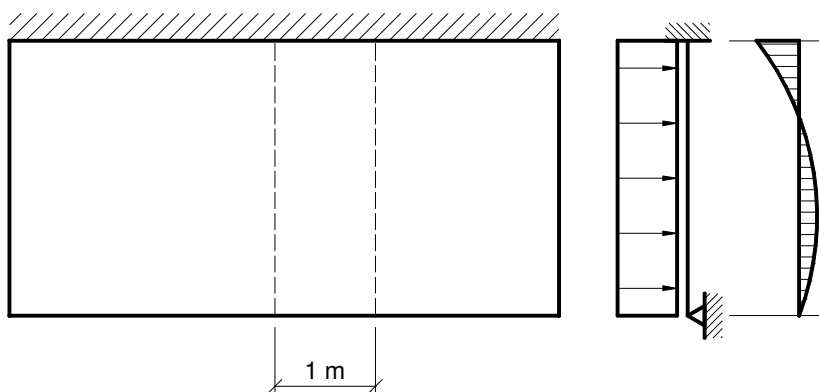


Figura 16 – Momentos fletores em laje armada em uma direção.

As Figura 17, Figura 18 e Figura 19 mostram os casos de vinculação possíveis de existirem quando se consideram apenas apoios simples e engastes perfeitos. Estão indicadas as equações para cálculo das reações de apoio, momentos fletores máximos e flechas imediatas, para carregamentos uniformemente distribuídos. Para outros tipos de carregamentos devem ser consultadas as tabelas fornecidas para cópia.

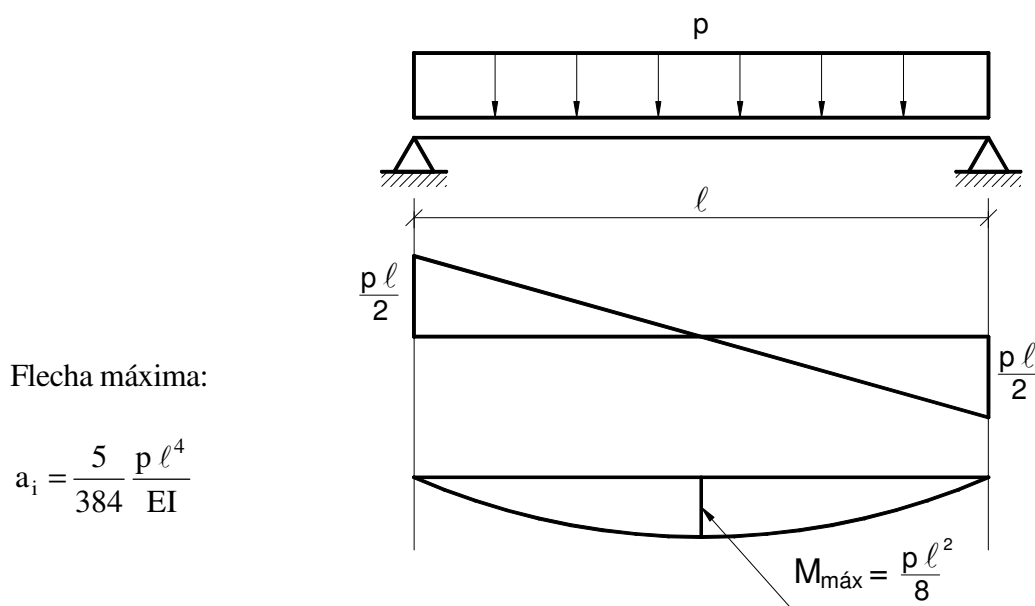


Figura 17 – Laje armada em uma direção sobre apoios simples e com carregamento uniforme.

Flecha máxima:

$$a_i = \frac{1}{185} \frac{p \ell^4}{EI}$$

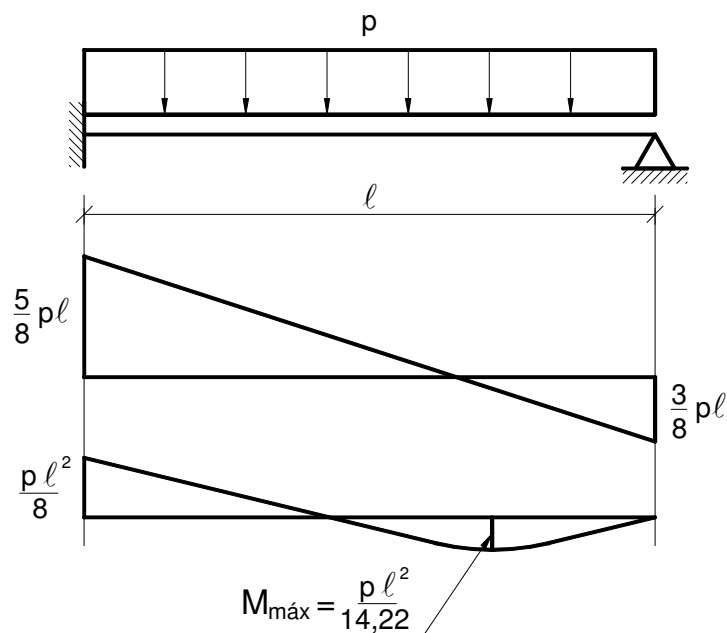


Figura 18 – Laje armada em uma direção sobre apoio simples e engaste perfeito com carregamento uniforme.

Flecha máxima:

$$a_i = \frac{1}{384} \frac{p \ell^4}{EI}$$

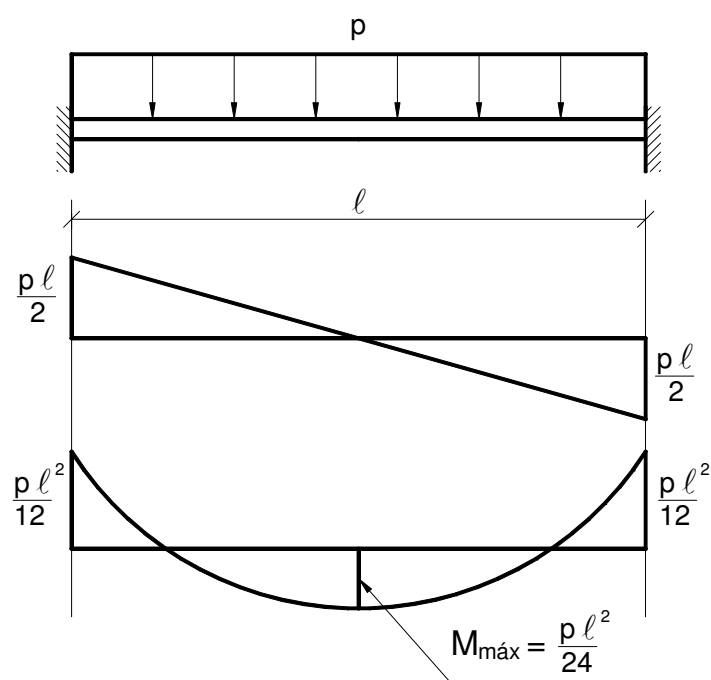


Figura 19 – Laje armada em uma direção biengastada com carregamento uniforme.

As lajes em balanço, como as lajes de marquises e varandas, são também casos típicos de lajes armadas em uma direção, que devem ser calculadas como viga segundo a direção do menor vão (Figura 20).

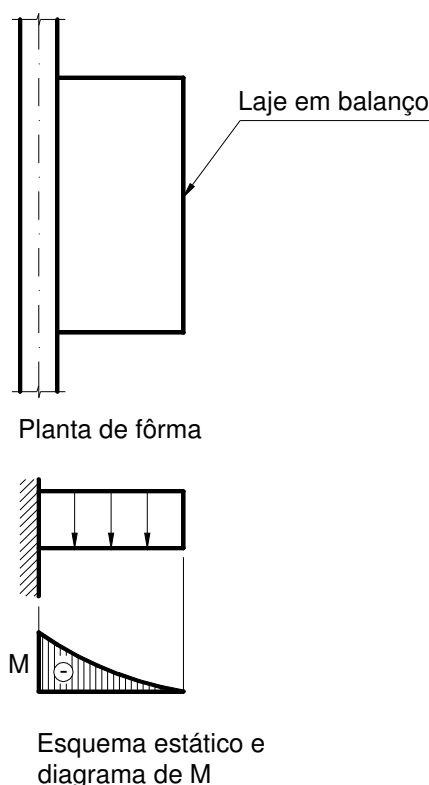


Figura 20 – Laje em balanço armada em uma direção.

No caso de lajes contínuas armadas em uma direção, como mostrado na Figura 21, com duas bordas livres, o cálculo pode ser feito supondo viga contínua com largura de um metro, na direção dos vãos dos apoios.

Para a obtenção dos esforços e flechas máximas nas lajes deve-se decompor o carregamento total em carregamento permanente e carregamento variável. Os esforços solicitantes máximos podem ser obtidos aplicando-se os carregamentos nas lajes separadamente, sendo o primeiro o carregamento permanente, e em seguida o carregamento variável. Os esforços finais são somados, obtendo-se assim os esforços desfavoráveis máximos.

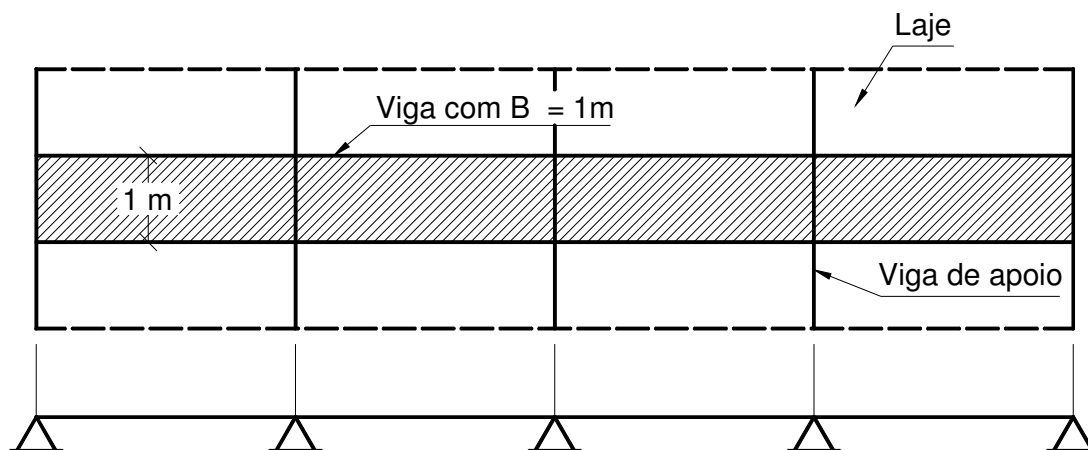


Figura 21 – Lajes contínuas armadas em uma direção.

3.8.2 Laje Armada em Duas Direções

O comportamento das lajes armadas em duas direções, apoiadas nos quatro lados, é bem diferente das lajes armadas em uma direção, de modo que o seu cálculo é bem mais complexo se comparado ao das lajes armadas em uma direção.

Sob a ação do carregamento a laje apóia-se no trecho central dos apoios e os cantos se levantam dos apoios, como mostrado na Figura 22.

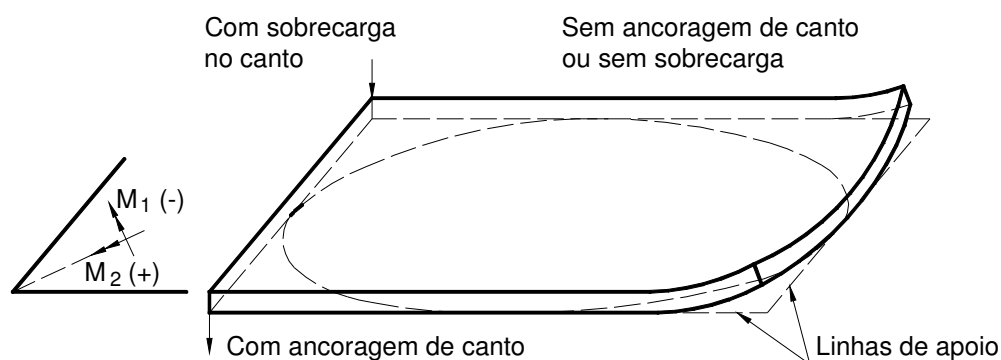


Figura 22 – Laje retangular com apoios simples nos quatro lados.
(LEONHARDT & MÖNNIG, 1982).

Se a laje estiver ligada a vigas de concreto ou se existirem pilares nos cantos, o levantamento da laje fica impedido, o que faz surgir momentos fletores nos cantos, negativos, que causam tração no lado superior da laje na direção da diagonal, e positivos na direção perpendicular à diagonal, que causam tração no lado inferior da laje. Os momentos nos cantos são chamados momentos volventes ou momentos de torção, e recebem a notação de M_{xy} .

A direção dos momentos principais M_1 e M_2 principais está mostrada na Figura 23. Nos cantos, os momentos principais desviam-se por influência dos momentos volventes. No centro da laje os momentos principais desenvolvem-se perpendicularmente às bordas e nos cantos com ângulos de 45° .

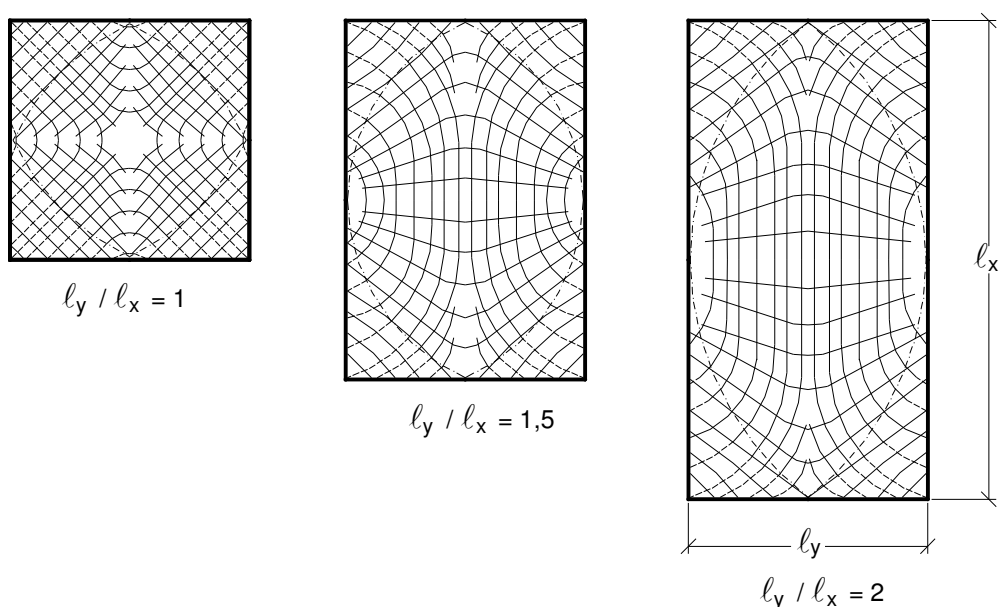


Figura 23 – Direção dos momentos fletores principais em lajes armadas em duas direções sob bordas de apoio simples (LEONHARDT & MÖNNIG, 1982).

Os esforços solicitantes e as deformações nas lajes armadas em duas direções podem ser determinados por diferentes teorias, sendo as mais importantes as seguintes:

- a) Teoria das Placas: desenvolvida com base na Teoria da Elasticidade; podem ser determinados os esforços e as flechas em qualquer ponto da laje;
- b) Processos aproximados;
- c) Método das Linhas de Ruptura ou das Charneiras Plásticas;
- d) Métodos Numéricos, como o dos Elementos Finitos, de Contorno, etc.

A Teoria das Placas, desenvolvida com base na teoria matemática da elasticidade, onde o material é elástico linear (vale a Lei de Hooke), homogêneo e isótropo, proporciona a equação geral das placas (equação diferencial de quarta ordem, não homogênea), obtida por Lagrange em 1811, que relaciona a deformada elástica w da placa com a carga p unitária, uniformemente distribuída na área da placa. A equação tem a forma:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (\text{Eq. 21})$$

com: w = deslocamento vertical da placa;
 p = carregamento na placa;
 D = rigidez da placa à flexão, dada por:

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (\text{Eq. 22})$$

A solução da equação geral das placas é tarefa muito complexa, o que motivou o surgimento de diversas tabelas, de diferentes origens e autores, com coeficientes que proporcionam o cálculo dos momentos fletores e das flechas para casos específicos de apoios e carregamentos. Há diversas tabelas de autores como: Czerny, Stiglat/Wippel, Bares, Szilard, etc. De modo geral abrangem os casos de lajes retangulares, triangulares, circulares, apoiadas em pilares, com bordas livres, etc., sob carregamento uniforme e triangular.

No caso desta apostila serão utilizadas as Tabelas A-8 a A-17 apresentadas no Anexo, desenvolvidas por Barés e adaptadas por PINHEIRO (1994). As Tabelas A-8 a A-12 são para lajes com carregamento uniformemente distribuído na área da laje e as Tabelas A-13 a A-17 são para carregamento triangular, conforme os desenhos mostrados nessas tabelas. As tabelas servem para o cálculo dos momentos fletores em lajes retangulares com apoios nas quatro bordas.

Conforme as tabelas de Barés, os momentos fletores, negativos ou positivos, são calculados pela expressão:

$$M = \mu \frac{p \ell_x^2}{100} \quad (\text{Eq. 23})$$

onde: M = momento fletor (kN.m/m);

μ = coeficiente tabelado, de acordo com cada tipo de laje e em função de $\lambda = \ell_y / \ell_x$, sendo:

μ_x e μ_y = coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a ℓ_x e ℓ_y , respectivamente;

μ'_x e μ'_y = coeficientes para cálculo dos momentos fletores negativos atuantes nas bordas perpendiculares às direções ℓ_x e ℓ_y , respectivamente;

p = valor da carga uniforme ou triangular atuante na laje (kN/m²);

ℓ_x = menor vão da laje (m).

3.8.3 Compatibilização dos Momentos Fletores

Ao se considerar as lajes de um pavimento isoladas umas das outras, os momentos fletores negativos numa borda comuns às duas lajes são geralmente diferentes (ver Figura 24).

A norma permite (item 14.7.6.2) que seja feita uma compatibilização dos momentos fletores negativos: “Quando houver predominância de cargas permanentes, as lajes vizinhas podem ser consideradas como isoladas, realizando-se compatibilização dos momentos sobre os apoios de forma aproximada. Permite-se, simplificada, a adoção do maior valor de momento negativo ao invés de equilibrar os momentos de lajes diferentes sobre uma borda comum.”

A compatibilização dos momentos positivos e negativos deve ser feita nas duas direções da laje, conforme a Figura 37. Há muitos anos consolidou-se na prática um método de compatibilização onde o momento fletor negativo de duas lajes adjacentes é tomado como:

$$X \geq \begin{cases} 0,8 X_1 \\ \frac{X_1 + X_2}{2} \end{cases}, \text{ com } X_1 \geq X_2 \quad (\text{Eq. 66})$$

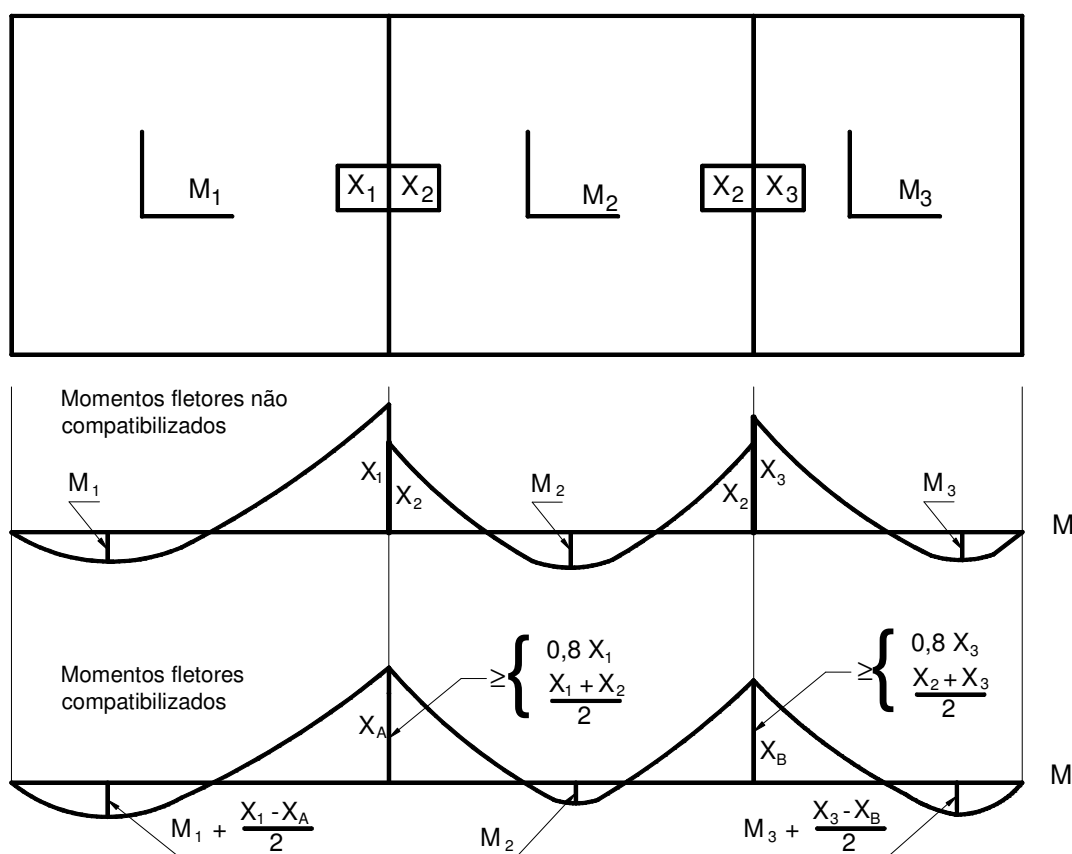


Figura 24 – Compatibilização dos momentos fletores negativos e positivos.

Os alívios que ocorrerem nos momentos fletores positivos não são considerados, ou seja, são desprezados.

3.8.4 Momentos Volventes

Como apresentado no item 3.6.2, nos cantos das lajes com bordas apoiadas surgem momentos fletores negativos, que causam tração no lado superior da laje na direção da diagonal, e positivos na direção perpendicular à diagonal, que causam tração no lado inferior da laje. Os momentos nos cantos são chamados momentos volventes ou momentos de torção, e recebem a notação de M_{xy} .

Para os momentos volventes devem ser dispostas armaduras convenientemente calculadas. As armaduras podem ser dispostas como mostrado na Figura 25.

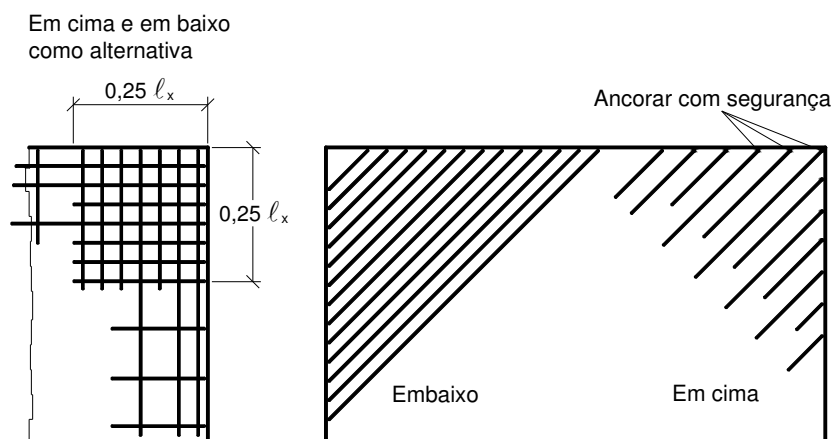


Figura 25 – Armadura para os momentos volventes nos cantos.

3.9 REAÇÕES DE APOIO

Assim como no cálculo dos momentos fletores solicitantes e das flechas, no cálculo das reações da laje nas bordas, as lajes serão analisadas em função de serem armadas em uma ou em duas direções.

No caso das lajes armadas em uma direção, as reações de apoio são provenientes do cálculo da viga suposta, como visto no item 3.8.1. Considera-se que as cargas na laje caminhem para as vigas nas bordas perpendiculares à direção principal da laje. Nas outras vigas, caso existirem, pode-se considerar, a favor da segurança, uma carga referente à área do triângulo adjacente à viga, como mostrado na Figura 26.

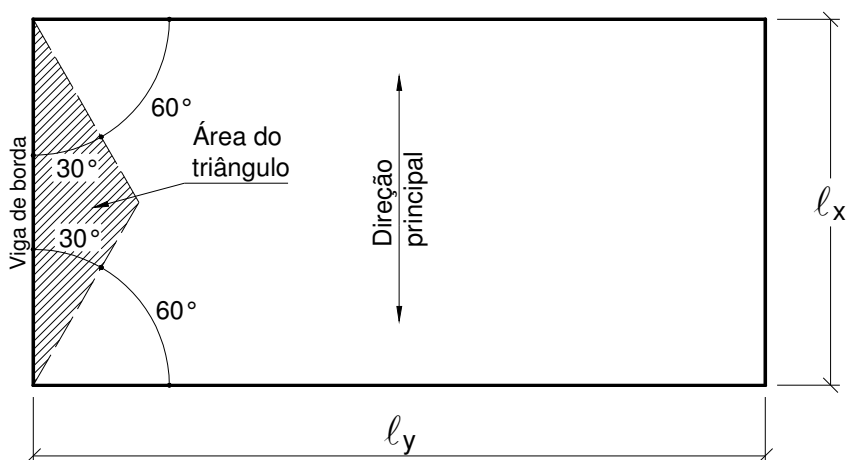


Figura 26 – Carga nas vigas paralelas à direção principal da laje armada em uma direção sob carregamento uniformemente distribuído.

A carga linear da laje na viga, em função da área do triângulo, pode ser considerada como:

$$V_{\text{viga}} = 0,15 p \ell_x \quad (\text{Eq. 24})$$

com: V_{viga} = carga da laje na viga (kN/m);

ℓ_x = menor vão da laje (m).

Para as lajes retangulares armadas em duas direções com carga uniformemente distribuída, a NBR 6118/03 (item 14.7.6.1), prescreve que as reações nos apoios sejam calculadas segundo triângulos ou trapézios, determinados por meio das charneiras plásticas, obtidos com o traçado em planta, a partir dos vértices da laje, de retas inclinadas como:

- 45° entre dois apoios de mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio considerado engaste perfeito, se o outro for considerado simplesmente apoiado.

A Figura 27 mostra o esquema prescrito pela norma, onde cada viga de apoio da laje receberá a carga que estiver nos triângulos ou trapézios a ela relacionada.

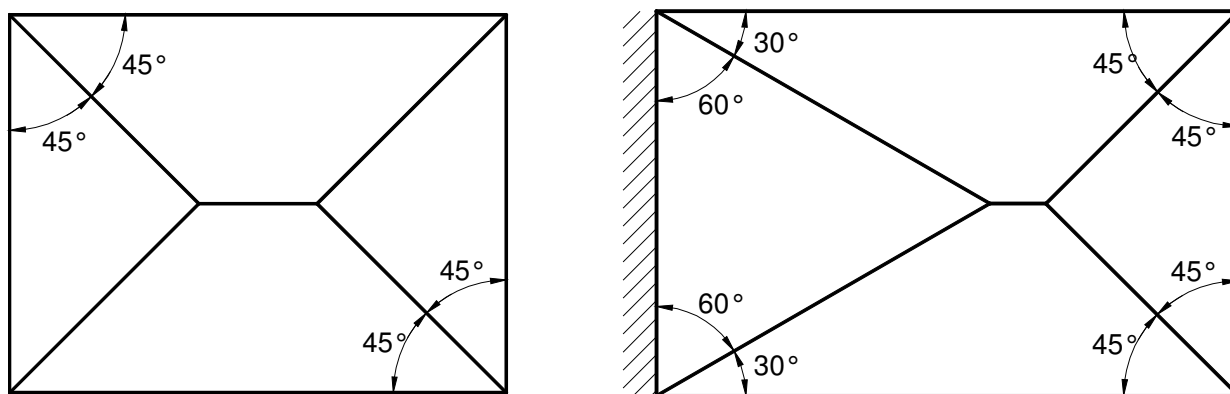


Figura 27 – Definição das áreas de influência de carga para cálculo das reações de apoio nas vigas de borda das lajes armadas em duas direções.

No Anexo estão apresentadas as Tabelas A-5 a A-7, com coeficientes que auxiliam o cálculo das reações de apoio para lajes armadas em duas direções, com carregamento uniformemente distribuído. As reações são calculadas pela equação:

$$V = v \frac{p \ell_x}{10} \quad (\text{Eq. 25})$$

onde: V = reação de apoio (kN/m);

v = coeficiente tabelado em função de $\lambda = \ell_y / \ell_x$, onde:

v_x = reação nos apoios simples perpendiculares à direção de ℓ_x ;

v_y = reação nos apoios simples perpendiculares à direção de ℓ_y ;

v'_x = reação nos apoios engastados perpendiculares à direção de ℓ_x ;

v'_y = reação nos apoios engastados perpendiculares à direção de ℓ_y ;

p = valor da carga uniforme atuante na laje (kN/m²);

ℓ_x = menor vão da laje (m).

3.10 FLECHAS

Assim como nas vigas, o “Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF), definido pela NBR 6118/03 (item 3.2.4) como o “Estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal dados em 13.3”, deve ser também verificado no caso das lajes de concreto.

No item 19.3.1 a NBR 6118/03 recomenda que sejam usados os critérios propostos no item 17.3.2, considerando a possibilidade de fissuração (estádio II). As prescrições contidas no item 17.3.2 tratam dos deslocamentos (flechas) nas vigas de concreto armado, o que implica que a norma recomenda que as flechas nas lajes sejam tratadas do mesmo modo como nas vigas.

O texto do item 17.3.2 (Estado Limite de Deformação) é o seguinte: “A verificação dos valores limites estabelecidos na tabela 13.2 para a deformação da estrutura, mais propriamente rotações e deslocamentos em elementos estruturais lineares, analisados isoladamente e submetidos à combinação de ações conforme seção 11, deve ser realizada através de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, ou seja, levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo.

A deformação real da estrutura depende também do processo construtivo, assim como das propriedades dos materiais (principalmente do módulo de elasticidade e da resistência à tração) no momento de sua efetiva solicitação. Em face da grande variabilidade dos parâmetros citados, existe uma grande variabilidade das deformações reais. Não se pode esperar, portanto, grande precisão nas previsões de deslocamentos dadas pelos processos analíticos a seguir prescritos.”

A avaliação da flecha nas vigas e lajes é feita de maneira aproximada, onde, segundo o item 17.3.2.1, “O modelo de comportamento da estrutura pode admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear, de modo que as seções ao longo do elemento estrutural possam ter as deformações específicas determinadas no estágio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração, e no estágio II, em caso contrário.

Deve ser utilizado no cálculo o valor do módulo de elasticidade secante E_{cs} definido na seção 8, sendo obrigatória a consideração do efeito da fluência.”

3.10.1 Verificação do Estádio

Para o cálculo da flecha é necessário conhecer o estágio de cálculo da seção crítica considerada. Segundo a NBR 6118/03 (item 17.3.1), “Nos estados limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II. A separação entre essas duas partes é definida pelo momento de fissuração. Esse momento pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (\text{Eq. 26})$$

sendo: $\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,5$ para seções retangulares;

onde:

α = fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

y_t = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} = resistência à tração direta do concreto, com o quantil apropriado a cada verificação particular. Para determinação do momento fletor de fissuração deve ser usado o $f_{ctk,inf}$ no estado limite de formação de fissura e o $f_{ct,m}$ no estado limite de deformação excessiva. A resistência média à tração direta ($f_{ct,m}$), a ser utilizada no cálculo das flechas, pode ser determinada pela equação:

$$f_{ct,m} = 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (\text{Eq. 27})$$

Se o momento fletor solicitante de uma seção na laje for maior que o momento fletor de fissuração, a seção estará no estágio II, ou seja, está fissurada. Neste caso deve-se considerar o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) e a posição da linha neutra deve ser calculada no estágio II.

Por outro lado, no caso do momento fletor solicitante na laje ser menor que o momento fletor de fissuração, a seção estará no estágio I, ou seja, não está fissurada. As deformações podem ser determinadas no estágio I, com o momento de inércia da seção bruta de concreto (I_c – ver Eq. 30).

Para o momento fletor na laje, a ser comparado com o momento fletor de fissuração, deve ser considerada a combinação rara. A esse respeito, no item 11.8.3 a NBR 6118/03 trata das combinações de serviço, classificadas em quase permanentes, frequentes e raras.

Na combinação rara as cargas “*ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras.*”

A combinação rara de serviço, conforme mostrada na Tabela 11.4 da NBR 6118, a ação variável principal é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações variáveis são consideradas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$. O cálculo da ação de serviço é feito segundo a equação:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \psi_{1j} F_{qjk} \quad (\text{Eq. 28})$$

onde: F_g = ações permanentes características;

ψ_1 = fator de redução de combinação frequente para ELS (ver Tabela 11.2 da NBR 6118/03 ou apostila de “Fundamentos do Concreto Armado”, de BASTOS, 2011);

F_{q1k} = ação variável característica principal;

F_{qjk} = demais ações variáveis características.

Nas lajes de construções residenciais correntes, de modo geral, existe apenas uma ação variável, a carga accidental, conforme definida pela NBR 6120/80, de modo que a Eq. 28 fica reduzida aos dois primeiros termos.

3.10.2 Flecha Imediata

A flecha imediata é aquela que ocorre quando é aplicado o primeiro carregamento na peça, que não leva em conta os efeitos da deformação lenta. A NBR 6118/03 (item 17.3.2.1.1) prescreve que “*Para uma avaliação aproximada da flecha imediata em vigas, pode-se utilizar a expressão de rigidez equivalente dada a seguir:*”

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (\text{Eq. 29})$$

onde: I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto:

$$I_c = \frac{b h^3}{12} \quad (\text{Eq. 30})$$

I_{II} = momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (\text{Eq. 31})$$

M_r = momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

E_{cs} = módulo de elasticidade secante do concreto:

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (\text{Eq. 32})$$

M_a = momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação.

Para cálculo do momento fletor M_a deve ser considerada a combinação rara, com a ação definida na Eq. 28.

Para o cálculo do momento de inércia no estágio II é necessário conhecer a posição da linha neutra neste estágio. Como a linha neutra passa pelo centro de gravidade da seção homogeneizada, x_{II} tem a equação:

$$b \frac{x_{II}^2}{2} + \alpha_e A'_s (x_{II} - d') - \alpha_e A_s (d - x_{II}) = 0$$

$$x_{II}^2 + \frac{2 \alpha_e}{b} (A_s + A'_s) x_{II} - \frac{2 \alpha_e}{b} (A_s d + A'_s d') = 0$$

se $A'_s = 0$ a equação torna-se:

$$x_{II}^2 + \frac{2 A_s \alpha_e}{b} x_{II} - \frac{2 A_s d \alpha_e}{b} = 0 \quad (\text{Eq. 33})$$

com $b = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ no caso das lajes maciças.

O momento de inércia no estágio II será:

$$I_{II} = \frac{b x_{II}^3}{12} + b x_{II} \left(\frac{x_{II}}{2} \right)^2 + \alpha_e A'_s (x_{II} - d')^2 + \alpha_e A_s (d - x_{II})^2$$

se $A'_s = 0$ a equação torna-se:

$$I_{II} = \frac{b x_{II}^3}{12} + b x_{II} \left(\frac{x_{II}}{2} \right)^2 + \alpha_e A_s (d - x_{II})^2 \quad (\text{Eq. 34})$$

3.10.3 Flecha Diferida no Tempo

A flecha diferida no tempo é aquela que leva em conta o fato do carregamento atuar na estrutura ao longo do tempo, causando a sua deformação lenta ou fluência. Segundo a NBR 6118/03 (item 17.3.2.1.2), “A flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f dado pela expressão:”

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \rho'} \quad (\text{Eq. 35})$$

onde: $\rho' = \frac{A'_s}{b d}$ (Eq. 36)

A'_s = área da armadura comprimida, se existir;

b = largura da seção transversal;

d = altura útil;

ξ = coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 3 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (\text{Eq. 37})$$

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t) t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (\text{Eq. 38})$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses} \quad (\text{Eq. 39})$$

Tabela 3 - Valores do coeficiente ξ em função do tempo (NBR 6118/03).

Tempo (t) (meses)	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

sendo: t = tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 = idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração. No caso de parcelas da carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes, pode-se tomar para t_0 o valor ponderado a seguir:

$$t_0 = \frac{\sum P_i t_{0i}}{\sum P_i} \quad (\text{Eq. 40})$$

onde: P_i = parcelas de carga;

t_{0i} = idade em que se aplicou cada parcela P_i , em meses.

O valor da flecha total deve ser obtido multiplicando a flecha imediata por $(1 + \alpha_f)$.

3.10.4 Flechas Máximas Admitidas

As flechas máximas ou deslocamentos limites como definido pela norma (item 13.3), “são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado limite de deformações excessivas da estrutura.” Os deslocamentos limites são classificados em quatro grupos básicos, relacionados a seguir:

- aceitabilidade sensorial:** o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável. A limitação da flecha para prevenir essas vibrações, em situações especiais de utilização, deve ser realizada como estabelecido na seção 23;
- efeitos específicos:** os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;
- efeitos em elementos não estruturais:** deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;
- efeitos em elementos estruturais:** os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou

sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.

Os deslocamentos limites devem obedecer aos limites estabelecidos na Tabela 4.

Tabela 4 - Limites para deslocamentos (NBR 6118/03).

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$\ell/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\ell/250^{1)}$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\ell/350 + \text{contra-flecha}^{2)}$
			Ocorrido após a construção do piso	$\ell/600$
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após o nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$\ell/500^{3)}$ ou 10 mm ou $\theta = 0,0017 \text{ rad}^{4)}$
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$\ell/250^{3)}$ ou 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação freqüente ($\psi_1=0,30$)	$H/1700$ ou $H_i/850^{5)}$ entre pavimentos ⁶⁾
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$\ell/400^{7)}$ ou 15 mm
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H_i/500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após a construção do forro	$\ell/350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após a construção do forro	$\ell/175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.		

Tabela 4 – continuação:

¹⁾ As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água. ²⁾ Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\ell/350$. ³⁾ O vão ℓ deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve. ⁴⁾ Rotação nos elementos que suportam paredes. ⁵⁾ H é a altura total do edifício e H_i o desnível entre dois pavimentos vizinhos. ⁶⁾ Este limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando H_i representa o comprimento do lintel. ⁷⁾ O valor ℓ refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno. NOTAS: a) Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão ℓ suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço. b) Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor ℓ é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor. c) O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos na seção 11. d) Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

3.10.5 Flecha Imediata

3.10.5.1 Laje Armada em Duas Direções

Para as lajes armadas em duas direções a flecha imediata pode ser calculada com auxílio dos coeficientes constantes das Tabelas A-1 a A-4 (ver anexo), para carregamentos uniformes e triangulares. Usa-se a equação:

$$a_i = \frac{\alpha b}{1200} \frac{p \ell_x^4}{EI} \quad (\text{Eq. 41})$$

Considerando a largura b igual a 100 cm para as lajes a Eq. 41 torna-se:

$$a_i = \frac{\alpha}{12} \frac{p \ell_x^4}{EI} \quad (\text{Eq. 42})$$

onde: a_i = flecha imediata;
 p = valor do carregamento na laje considerando a combinação quase permanente;
 ℓ_x = menor vão;
 b = largura unitária da laje;
 α = coeficiente tabelado em função de λ ou γ (ver Tabelas A-1 a A-4 anexas);
 EI = rigidez da laje à flexão;

No item 11.8.3 a NBR 6118/03 trata das combinações de serviço, classificadas em quase permanentes, frequentes e raras. Na combinação quase permanente as cargas “*podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de deformações excessivas.*”

Na combinação quase permanente de serviço, conforme mostrada na Tabela 11.4 da NBR 6118, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$. O valor da ação de serviço na combinação quase permanente é dado pela equação:

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \Sigma \psi_{2j} F_{qjk} \quad (\text{Eq. 43})$$

onde: F_{gik} = ações permanentes características;

ψ_{2j} = fator de redução de combinação quase permanente para ELS (ver Tabela 11.2 da NBR 6118/03 ou apostila de “Fundamentos do Concreto Armado”, de BASTOS, 2011);

F_{qjk} = ações variáveis características.

$$\text{Se } M_a > M_r \quad \rightarrow \quad EI = (EI)_{eq}$$

$$\text{Se } M_a < M_r \quad \rightarrow \quad EI = E_{cs} \cdot I_c \quad (\text{Eq. 44})$$

com:

$$E_{cs} I = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \frac{b h^3}{12} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (\text{Eq. 45})$$

A flecha total é obtida multiplicando a flecha imediata por $1 + \alpha_f$:

$$a_t = a_i (1 + \alpha_f) \quad (\text{Eq. 46})$$

3.10.5.2 Laje Armada em Uma Direção

Assim como a armadura longitudinal, o cálculo das flechas nas lajes armadas em uma direção se faz supondo viga com largura de um metro. As equações mostradas nas Figuras 17, 18 e 19 fornecem o valor da flecha imediata. A flecha total é obtida multiplicando a flecha imediata por $1 + \alpha_f$, como indicada na Eq. 46.

3.11 DIMENSIONAMENTO

No item 19.2 a NBR 6118/03 especifica que “*Na determinação dos esforços resistentes das seções de lajes submetidas a esforços normais e momentos fletores devem ser usados os mesmos princípios estabelecidos nos itens 17.2.1 a 17.2.3.*”

No item 17.2.1 a norma fixa as hipóteses a serem consideradas na análise dos esforços resistentes de uma seção transversal, e os diagramas de domínios, como já apresentados na apostila “Flexão Normal Simples – Vigas”, de BASTOS (2013), já estudada. O item 17.2.3 trata da questão de garantir a necessária ductilidade, com a posição adequada para a linha neutra.

A NBR 6118/03 (item 14.7) estabelece duas hipóteses básicas para a análise das placas (lajes):

- a) *manutenção da seção plana após a deformação, em faixas suficientemente estreitas;*
- b) *representação dos elementos por seu plano médio.*

Como os domínios de deformação são muito importantes no dimensionamento das seções, ele está apresentado na Figura 28. Segundo a NBR 6118/03, “*o estado limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios.*”

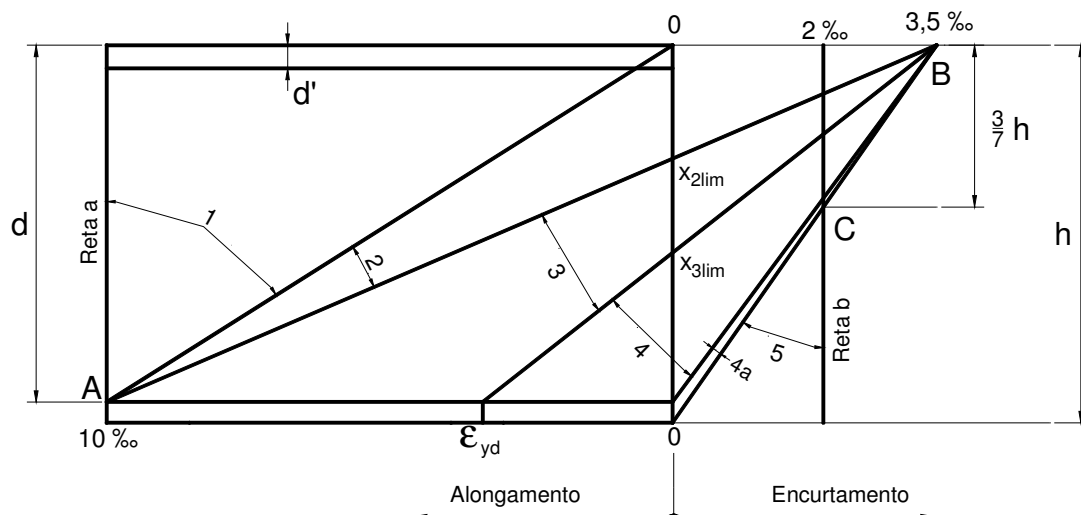


Figura 28 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal.

A deformação plástica por alongamento excessivo pode ser alcançada nos seguintes domínios:

- Reta a – tração uniforme;
- Domínio 1 – tração não uniforme, sem compressão;
- Domínio 2 – flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c < 3,5 \text{ ‰}$ e com o máximo alongamento permitido).

A ruptura por esmagamento do concreto comprimido pode ocorrer nos domínios:

- Domínio 3 – flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$);
- Domínio 4 – flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$);
- Domínio 4a – flexão composta com armaduras comprimidas;
- Domínio 5 – compressão não uniforme, sem tração;
- Reta b – compressão uniforme.

A análise das lajes pode ser feita segundo a “Análise linear com ou sem redistribuição” (item 14.7.3), “Análise plástica” (item 14.7.4) ou “Análise não-linear” (item 14.7.5). As análises plástica e não-linear não serão aqui consideradas.

A análise linear com ou sem redistribuição “Aplica-se às estruturas de placas métodos baseados na teoria da elasticidade, com coeficiente de Poisson igual a 0,2. Devem ser atendidas as condições gerais expressas em 14.5.2 e 14.5.3 e as condições específicas apresentadas em 14.7.3.1 e 14.7.3.2.”

O item 14.5.2 trata da análise estrutural segundo uma “Análise Linear”, onde se admite o comportamento elástico-linear para os materiais. Já o item 14.5.3 trata da “Análise Linear com Redistribuição”.

Para verificação do estado limite de deformação excessiva podem ser utilizados valores de rigidez do Estádio I, considerando o módulo de elasticidade secante do concreto, desde que os momentos fletores sejam menores que o de fissuração.

Os eventuais efeitos de fissuração e deformação lenta devem ser considerados de forma análoga aos procedimentos expostos na seção 17.

O item 14.7.3.2 da NBR 6118/03 informa que: “Quando for efetuada uma redistribuição, a relação entre o coeficiente δ (conforme 14.6.4.3) e a posição da linha neutra é dada por:

- a) $\delta \geq 0,44 + 1,25 x/d$ para concretos com $f_{ck} \leq 35$ MPa;
 b) $\delta \geq 0,56 + 1,25 x/d$ para concretos com $f_{ck} > 35$ MPa. (Eq. 47)

O coeficiente de redistribuição deve, ainda, obedecer ao limite $\delta \geq 0,75$.”

3.11.1 Flexão

Após calculados os momentos fletores máximos nas lajes, o dimensionamento à flexão normal simples é feito de modo semelhante às vigas, fazendo a largura b_w igual a um metro (100 cm), assim pode-se calcular o coeficiente tabelado K_c :

$$K_c = \frac{100 d^2}{M_d} \quad (\text{Eq. 48})$$

Com a Tabela 1 do Anexo da apostila de “Flexão Normal Simples – Vigas” (BASTOS, 2013), determinam-se o coeficiente K_s e o domínio. Os limites para a posição da linha neutra, dados na Eq. 43 devem ser verificados.

“Nas regiões de apoio das lajes devem ser garantidas boas condições de ductilidade” (item 19.2). A norma especifica os mesmos limites das vigas (item 14.6.4.3) para a posição da linha neutra das lajes, que são os seguintes:

- a) $x/d \leq 0,50$ para concretos até e inclusive o C35;
 b) $x/d \leq 0,40$ para concretos acima do C35, ou seja, o C40, C45 e C50. (Eq. 49)

A área de armadura, em cm^2/m , é:

$$A_s = K_s \frac{M_d}{d} \quad (\text{Eq. 50})$$

Na Tabela A-18 anexa encontra-se a área de aço em cm^2/m correspondente ao diâmetro e o espaçamento de algumas barras facilmente encontradas no comércio, que podem ser escolhidas para a armadura da laje.

3.11.2 Força Cortante

A força cortante em lajes e elementos lineares com $b_w \geq 5d$ é verificada no item 19.4 da NBR 6118/03. A norma faz distinção entre laje sem e com armadura transversal para o esforço cortante.

3.11.2.1 Lajes sem Armadura para Força Cortante

“As lajes podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante, quando a tensão convencional de cisalhamento obedecer à expressão:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (\text{Eq. 51})$$

onde V_{Sd} é a força cortante de cálculo e a força cortante máxima V_{Rd1} é:

$$V_{Rdl} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40\rho_1) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d \quad (\text{Eq. 52})$$

onde:

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Sd}}{A_c} \quad (\text{Eq. 53})$$

N_{Sd} = força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento (compressão positiva).

Não existindo a protensão ou força normal que cause a compressão, a Eq. 52 torna-se:

$$V_{Rdl} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40\rho_1)] b_w d \quad (\text{Eq. 54})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd} \quad (\text{Eq. 55})$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (\text{Eq. 56})$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d}, \text{ não maior que } 10,02\% \quad (\text{Eq. 57})$$

k = coeficiente que tem os seguintes valores:

- para elementos onde 50 % da armadura inferior não chega até o apoio: $k = 11$;
- para os demais casos: $k = 11,6 - d$, não menor que 11, com d em metros.

onde: τ_{Rd} = tensão resistente de cálculo do concreto ao esforço cortante;

A_{s1} = área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + \ell_{b,nec}$ além da seção considerada (Figura 29); com $\ell_{b,nec}$ definido como:

$$\ell_{b,nec} = \alpha_1 \ell_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq \ell_{b,mín} \quad (\text{Eq. 58})$$

onde: $\alpha_1 = 1,0$ - para barras sem gancho;

$\alpha_1 = 0,7$ - para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3 \phi$;

ℓ_b = comprimento de ancoragem básico, mostrado nas Tabelas A-19 e A-20 anexas;

$A_{s,calc}$ = área da armadura calculada;

$A_{s,ef}$ = área da armadura efetiva.

$$\ell_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3 \ell_b \\ 10 \phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad (\text{Eq. 59})$$

b_w = largura mínima da seção ao longo da altura útil d ;

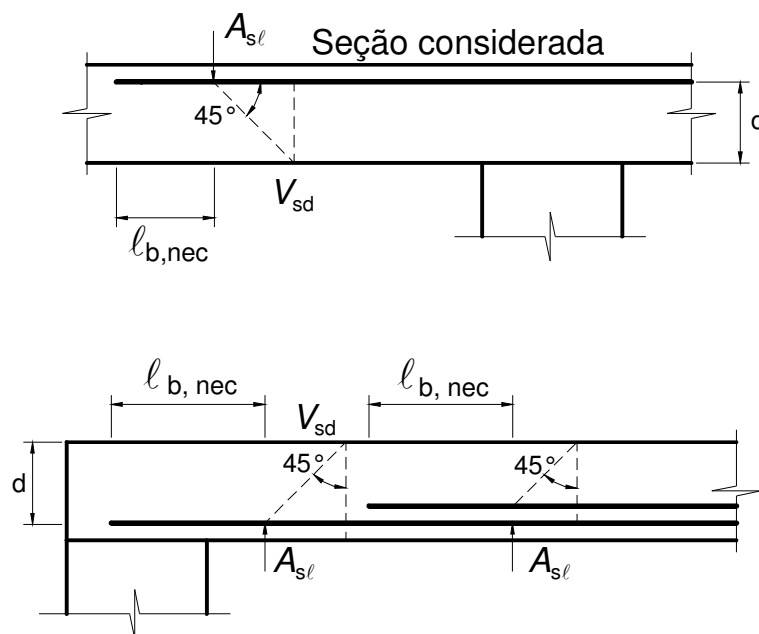


Figura 29 – Comprimento de ancoragem necessário para as armaduras nos apoios.

3.11.2.2 Lajes com Armadura para Força Cortante

No caso de se projetar a laje com armadura transversal para a força cortante, a NBR 6118/03 recomenda que sejam seguidos os critérios apresentados no item 17.4.2, que trata do dimensionamento das vigas ao esforço cortante, que será estudado na disciplina Estruturas de Concreto II.

3.12 DETALHAMENTO DAS ARMADURAS

3.12.1 Armaduras Longitudinais Máximas e Mínimas

As armaduras longitudinais máximas e mínimas estão apresentadas no item 19.3.3 da NBR 6118/03.

“Os princípios básicos para o estabelecimento de armaduras máximas e mínimas são os dados no item 17.3.5.1. Como as lajes armadas nas duas direções têm outros mecanismos resistentes possíveis, os valores mínimos das armaduras positivas são reduzidos em relação aos dados para elementos estruturais lineares.”

O valor máximo da armadura de flexão deve respeitar o seguinte limite:

$$A_s + A'_s = 4 \% A_c \quad (\text{Eq. 60})$$

Para melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão e à punção, assim como controlar a fissuração, são necessários valores mínimos de armadura passiva, dados na Tabela 5. Essa armadura deve ser constituída preferencialmente por barras com alta aderência ou por telas soldadas.

Os valores de $\rho_{\min}$ encontram-se mostrados na Tabela 6.

Tabela 5- Valores mínimos para armaduras passivas aderentes.

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq 20\%$ da armadura principal $\rho_s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$
$\rho_s = A_s/(b_w h)$ Os valores de $\rho_{\min}$ constam da Tabela 6.	

Tabela 6- Taxas mínimas⁽¹⁾ ($\rho_{\min}$ - %) de armadura de flexão para seção retangular.

f_{ck} (MPa)						
20	25	30	35	40	45	50
0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288

Nota: (1) Os valores de $\rho_{\min}$ estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{\min}$ deve ser recalculado com base no valor de $\omega_{\min}$ de 0,035.

3.12.2 Diâmetro Máximo

Qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro no máximo igual a $h/8$.

3.12.3 Espaçamento Máximo e Mínimo

As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a $2h$ ou 20 cm, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores, ou seja:

$$\leq \begin{cases} 2h \\ 20 \text{ cm} \end{cases} \quad (\text{Eq. 61})$$

Obs.: “As armaduras devem ser dispostas de forma que se possa garantir o seu posicionamento durante a concretagem.”

Nas lajes armadas em uma direção, o espaçamento entre as barras da armadura secundária de flexão deve ser de no máximo 33 cm (três barras por metro). A emenda dessas barras deve respeitar os mesmos critérios de emenda das barras da armadura principal.

A norma não especifica valores para o espaçamento mínimo. A rigor, pode-se adotar o valor recomendado para as barras de numa mesma camada horizontal das armaduras longitudinais das vigas:

$$e_{h,mín} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_{\ell} \\ 1,2 d_{máx,agr} \end{cases} \quad (\text{Eq. 62})$$

Deve-se considerar também que o espaçamento mínimo deve ser aquele que não dificulte a disposição e amarração das barras da armadura e o correto preenchimento do concreto na peça. De modo geral, na prática adotam-se espaçamentos superiores a 7 ou 8 cm.

A norma também não especifica o diâmetro mínimo para a armadura negativa das lajes. No entanto, normalmente considera-se que o diâmetro deva ser de no mínimo 6,3 mm, a fim de evitar que a barra possa se deformar durante as atividades de execução da laje. Barras de diâmetros maiores ficam menos sujeitas a entortamentos, além de levarem a espaçamentos maiores sobre as vigas. Portanto, barras com diâmetros de 8 e 10 mm são mais indicadas.

3.12.4 Comprimento da Armadura Negativa nos Apoios com Continuidade de Lajes

A NBR 6118/03 não especifica o comprimento das barras da armadura negativa. Por este motivo será adotado o critério recomendado na versão anterior da norma. A armadura deverá estender-se de acordo com o diagrama triangular de momentos fletores mostrado na Figura 30.

A base do triângulo é tomada como 0,25 multiplicado pelo maior dos menores vãos das lajes, isto é:

$$0,25 \geq \begin{cases} \ell_{x1} \\ \ell_{x2} \end{cases} \quad (\text{Eq. 63})$$

Na Figura 30 estão mostrados três arranjos diferentes para as barras da armadura negativa. O arranjo de número 1 é o mais simples, porém, conduz ao maior consumo de aço, e os arranjos 2 e 3 são mais econômicos. Na prática, de modo geral, o arranjo 3 tem a preferência porque as barras são idênticas, variando-se apenas o ponto de início da barra.

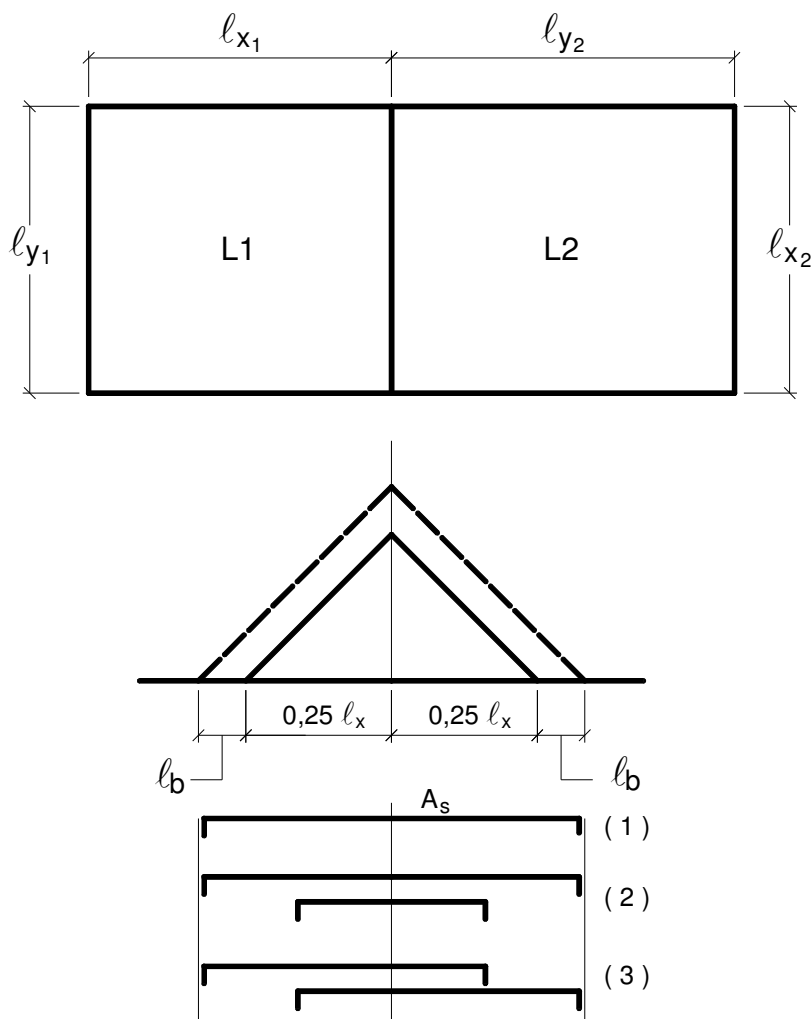


Figura 30 – Extensão da armadura negativa nos apoios com continuidade entre lajes.

O comprimento de ancoragem básico (ℓ_b) pode ser calculado pela expressão:

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (\text{Eq. 64})$$

Nas Tabelas A-19 e A-20 anexas encontram-se os comprimentos de ancoragem para os aços CA-50 e CA-60 e diversas classes de concreto. O comprimento de ancoragem deve ser considerado com gancho na extremidade da barra.

O comprimento total para a barra negativa do arranjo 3 é dado por:

$$C = 1,5 (0,25 \ell_x + \ell_b) + \ell_{\text{ganchos}} \quad (\text{Eq. 65})$$

onde: ℓ_x = menor lado conforme definido na Eq. 63;

ℓ_b = comprimento de ancoragem básico (ver Tabelas A-19 e A-20);

ℓ_{ganchos} = comprimento dos ganchos nas extremidades da barra.

3.12.5 Comprimento da Armadura Positiva

Na falta de uma indicação clara da norma para o comprimento da armadura positiva das lajes maciças apoiadas nas quatro bordas, os comprimentos mínimos necessários encontram-se indicados nas Figura 31, Figura 32 e Figura 33.

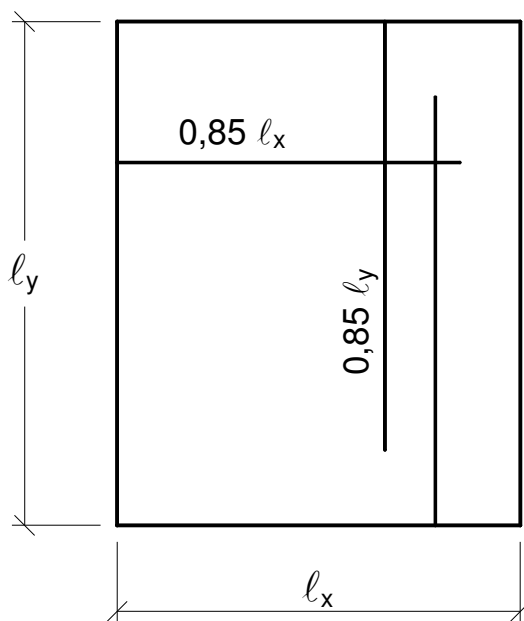


Figura 31 – Comprimento mínimo das barras da armadura positiva entre duas bordas apoiadas.

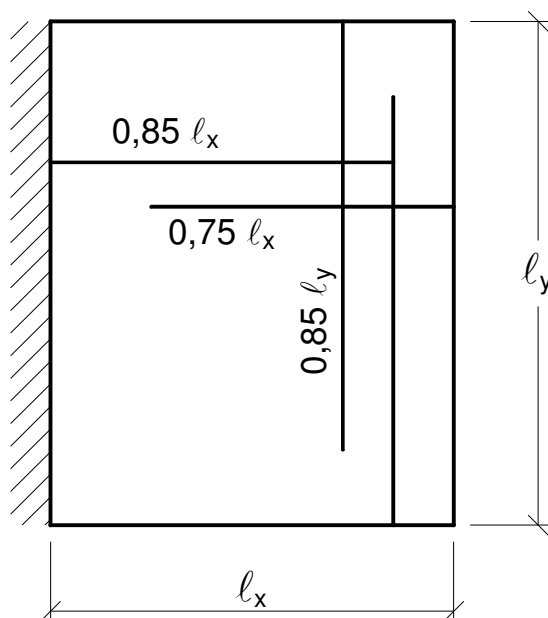


Figura 32 – Comprimento mínimo das barras da armadura positiva entre uma borda apoiada e outra engastada.

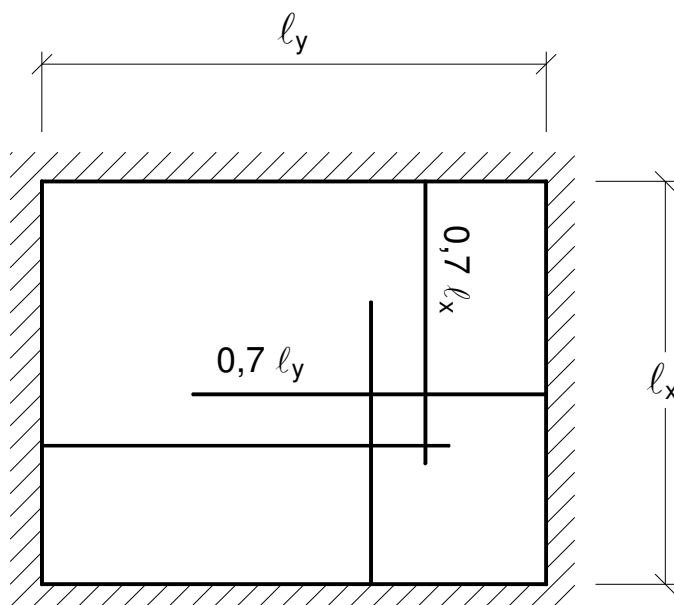


Figura 33 – Comprimento mínimo das barras da armadura positiva entre duas bordas engastadas.

3.12.6 Furos em Lajes

A NBR 6118/03 (item 13.2.5.2) prescreve que “Em lajes lisas ou lajes-cogumelo a verificação de resistência e deformação previstas em 13.2.5 deve sempre ser realizada. Outros tipos de laje podem ser dispensadas dessa verificação, devendo ser armadas em duas direções e verificadas, simultaneamente, as seguintes condições:

- a) as dimensões da abertura devem corresponder no máximo a $1/10$ do vão menor (ℓ_x) (ver Figura 34);
- b) a distância entre a face de uma abertura e uma borda livre da laje deve ser igual ou maior que $1/4$ do vão, na direção considerada; e
- c) a distância entre faces de aberturas adjacentes deve ser maior que a metade do menor vão.”

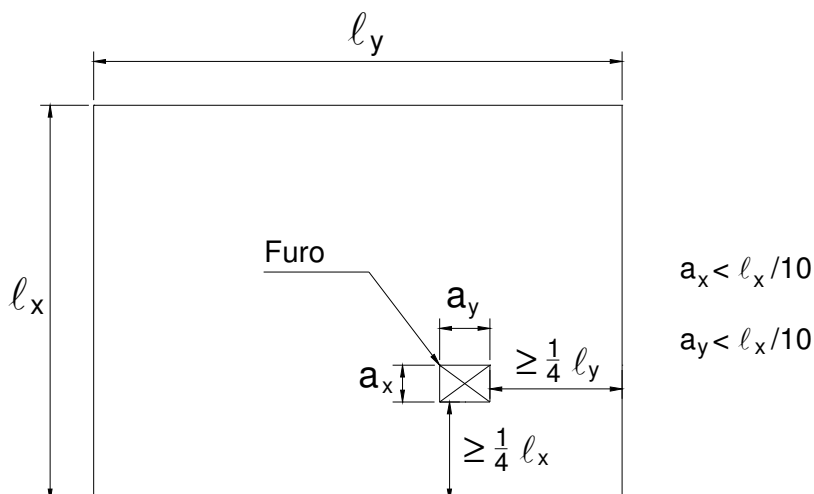


Figura 34 – Dimensões limites para aberturas de lajes com dispensa de verificação.

3.12.7 Armaduras Complementares

Em LENHARD & MÖNNIG (1982) encontram-se alguns detalhes construtivos de armaduras de lajes, descritos a seguir.

a) Lajes apoiadas em uma só direção.

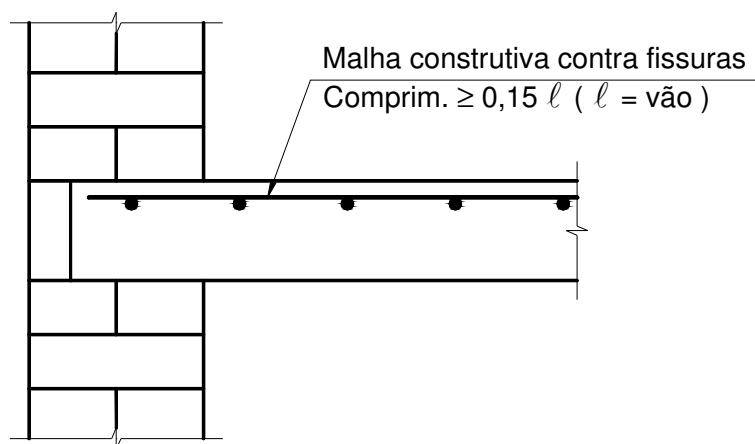


Figura 35 – Detalhe da armadura para apoio externo.

b) Armadura construtiva entre laje e viga de apoio para diminuir as fissuras na ligação.

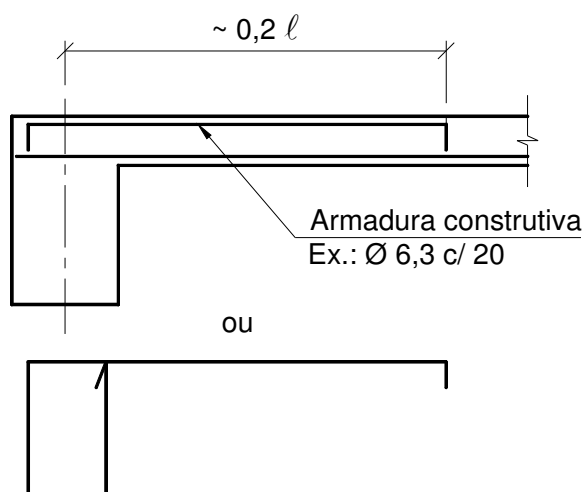


Figura 36 – Armadura Construtiva na ligação laje viga.

c) Apoio paralelo à direção do vão, não considerado estaticamente

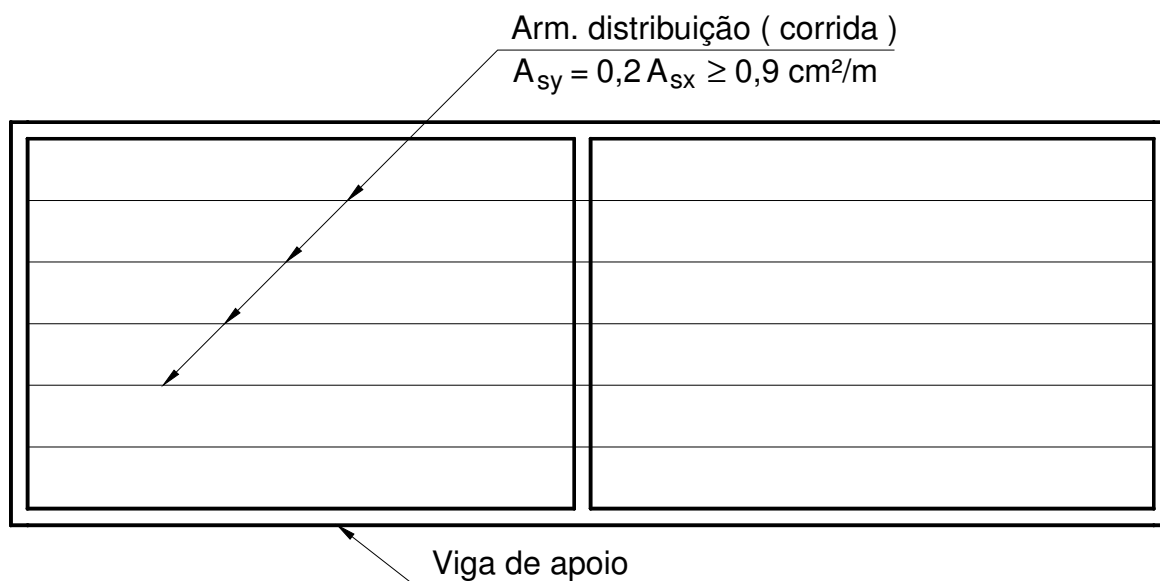


Figura 37 – Armadura de distribuição positiva.

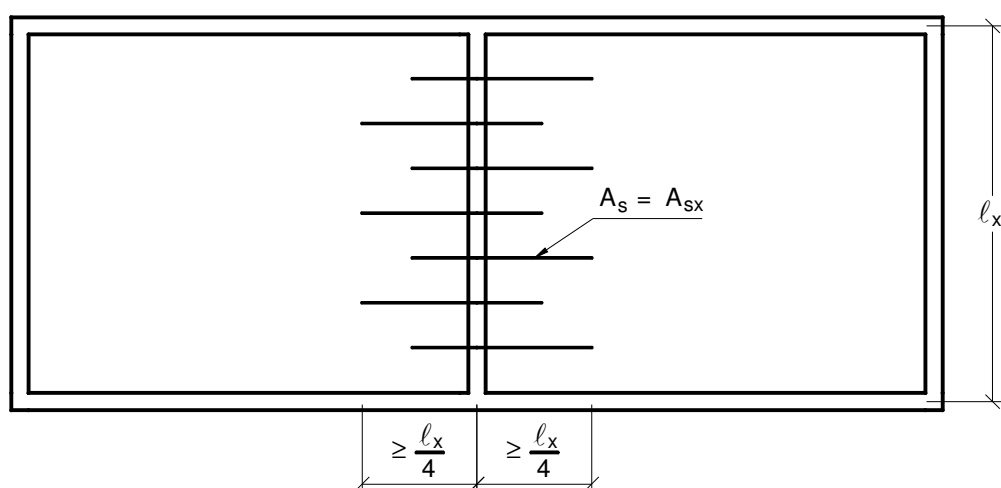


Figura 38 – Armadura negativa no apoio não considerado.

3.15 TABELAS DAS ARMADURAS

Todas as armaduras, positivas, negativas, construtivas, etc., devem ser convenientemente desenhadas para a sua correta execução. Para maior clareza, as armaduras positivas e negativas devem ser desenhadas em plantas de fôrma diferentes, a fim de não sobrecarregar o desenho e causar confusões. Na planta, as barras são numeradas da esquerda para a direita e de cima para baixo.

No prancha das armaduras, as barras devem ser agrupadas, conforme mostrado na Tabela 7:

Tabela 7 - Especificação das barras.

Nº	ϕ	Quant.	Comprimento	
			Unit. (cm)	Total (m)

O consumo de aço mostrado em cada prancha de desenho é resumido como mostrado na Tabela 8, em função do diâmetro das barras e da classe do aço.

Tabela 8 - Resumos dos aços.

Resumo CA-50			
ϕ	Massa (kg/m)	Comprim. total (m)	Massa total (kg)
		TOTAL	

3.16 CÁLCULO PRÁTICO

Neste item, apresenta-se um roteiro prático para a organização e cálculo das lajes maciças de um edifício, por meio de tabelas.

3.16.1 Pré-dimensionamento da Altura da Laje

A Tabela 9 fornece a estimativa das espessuras das lajes para fins de cálculo do peso próprio.

Tabela 9 - Estimativa de h .

[illegible]

3.16.2 Cálculo das Ações

Tabela 10 - Ações nas lajes (kN/m²).

[illegible]

3.16.3 Verificação das Flechas

Tabela 11 - Cálculo das flechas.

[illegible]

3.16.4 Reações nas Vigas

Tabela 12 - Reações nas vigas (kN/m).

Laje	Tipo	ℓ_x (m)	λ	P (kN/m ²)	V_x	V'_x	V_y	V'_y

As reações das lajes sobre as vigas devem ser colocadas num desenho esquemático da planta de fôrma da estrutura.

3.16.5 Momentos Fletores e Dimensionamento

Tabela 13 - Cálculo dos momentos fletores (kN.cm).

Laje	Tipo	ℓ_x (m)	λ	P (kN/m ²)	M_x	M'_x	M_y	M'_y

Calculados os momentos, estes devem ser plotados num desenho esquemático da planta de fôrma (Figura 39).

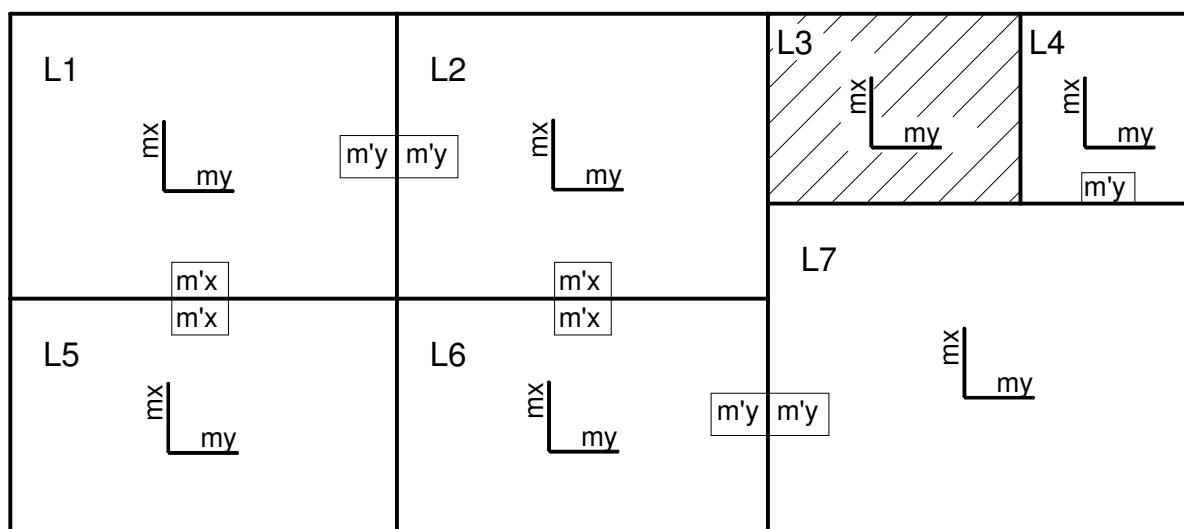


Figura 39 – Esquema de plotagem dos momentos fletores.

Em seguida, faz-se a compatibilização dos momentos positivos e negativos. Os resultados finais dos momentos devem ser plotados num outro desenho da planta de fôrma.

Com os resultados dos momentos finais, faz-se o dimensionamento das armaduras positivas e negativas. As armaduras calculadas (A_s) são plotadas junto aos momentos finais. Em seguida, o próximo passo é detalhar as armaduras na planta de fôrma.

3.17 LAJE MACIÇA RETANGULAR COM UMA BORDA LIVRE

As lajes maciças retangulares com uma borda livre são particularmente importantes no projeto das escadas, marquises e outros casos.

A Figura 40 mostra as direções dos momentos principais (m_1 e m_2) atuantes em lajes retangulares apoiadas em três lados com uma borda livre, sob a ação de carga uniformemente distribuída.

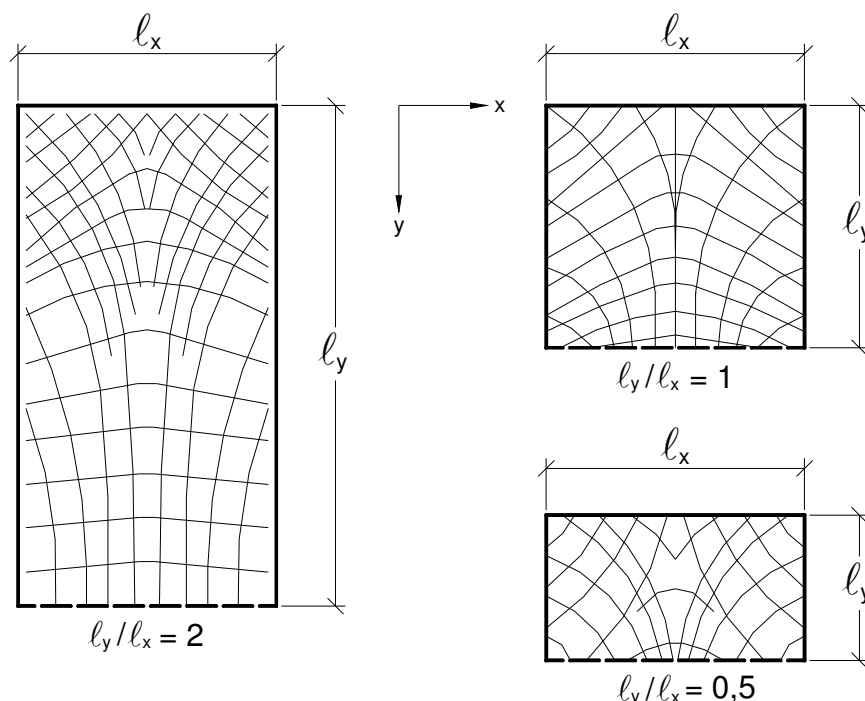


Figura 40 – Momentos principais nas lajes apoiadas em três lados com uma borda livre.

As direções dos momentos principais dependem muito da relação l_y/l_x , como se pode verificar na Figura 40. Para relações entre lados $l_y/l_x < 0,5$, os momentos volventes (M_{xy}) (também chamados momentos de torção), são maiores que o momento no meio da borda livre (M_r). Nessas lajes, portanto, deve ser disposta uma armadura de canto suficiente e uma ancoragem segura contra a força que tende a levantar o canto. Na borda livre, a armadura inferior deve ter um espaçamento menor que no resto do vão, e a borda livre deve ser protegida com uma armadura em forma de estribo (conforme a Figura 44).

Lajes com $l_y/l_x > 1,5$, podem ser consideradas como apoiadas em uma direção, na região $y > l_x$.

No Anexo ao final da apostila encontram-se as Tabelas A-11, A-12, A-16 e A-17 para cálculo dos momentos fletores em lajes com uma borda livre, para alguns casos de vinculação, que não abrangem todos os casos possíveis.

As Tabelas A-21 a A-26, extraídas de ROCHA (1987) e de HAHN (1966), possibilitam o cálculo das flechas e dos momentos fletores com carga uniforme e carga triangular. A Tabela A-27 possibilita o cálculo das reações de apoio somente para o caso de carregamento uniforme.

A notação para os momentos fletores é a seguinte:

M_x e M_y - momentos positivos no centro, nas direções x e y respectivamente;

M_r - momento positivo no centro da borda livre, na direção x;

X_x e X_y - momentos negativos no centro da borda engastada, nas direções x e y respectivamente;

- X_r - momento negativo no extremo da borda livre na direção x;
 M_{xy} - momento volvente nos cantos.

As equações a empregar estão indicadas nas Tabelas A-21 a A-26. Os valores de P são os seguintes:

a) carga uniforme na área: $P = F \ell_x \ell_y$ (Eq. 67)

b) carga concentrada uniforme na borda livre: $P = F_1 \ell_x$ (Eq. 68)

c) momento T uniforme na borda livre: $P = T$ (Eq. 69)

onde:

F = carga uniforme distribuída na área da laje (kN/m^2) ou valor máximo da carga triangular;

F_1 = carga concentrada uniforme aplicada na borda livre (kN/m);

T = momento fletor na borda livre (kN.m);

ℓ_x = vão paralelo à borda livre.

A Tabela A-27, como comentado, serve para cálculo das reações de apoio para carga distribuída uniforme na área da laje. Em função das vinculações, os vários tipos são classificados de A-21 a A-26. As posições das reações estão indicadas nos esquemas das lajes. As fórmulas também estão indicadas, sendo **p** o valor da carga uniforme distribuída na área da laje.

A Figura 41 mostra a forma como se distribuem as reações, notando-se a existência das reações concentradas R, negativas, que tendem a levantar os cantos A e B.

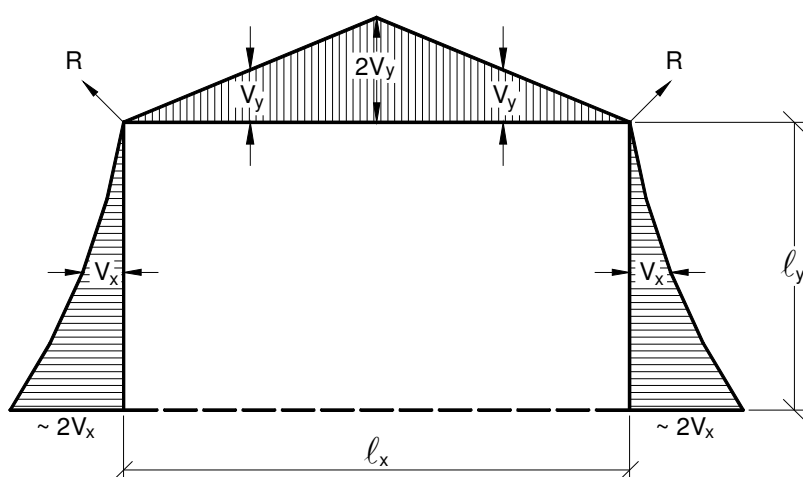


Figura 41 – Reações da laje sobre três apoios.

A reação negativa nos cantos vale:

$$R = 2 M_{xy} \quad (\text{Eq. 70})$$

Nos cantos, deve haver garantia contra o seu levantamento. Se a laje estiver ligada a vigas, ou se houver pilares nos cantos A e B, ela estará suficientemente ancorada.

Em ROCHA (1987), itens 2.10.5 e 2.10.6 encontram-se exemplos resolvidos.

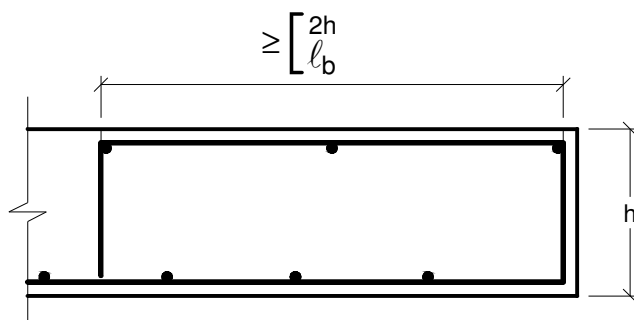


Figura 44 – Detalhe da armadura na borda livre.

3.17.1.2 Lajes com Três Bordas Engastadas

Nesse caso, são pequenos os momentos volventes nos cantos. As armaduras positivas ao longo do vão (Figura 45) e negativas das bordas engastadas (Figura 46) são dispostas de modo semelhante ao das lajes apoiadas em todo contorno. Na borda livre, ambas as armaduras devem ser reforçadas, conforme mostrado na Figura 44.

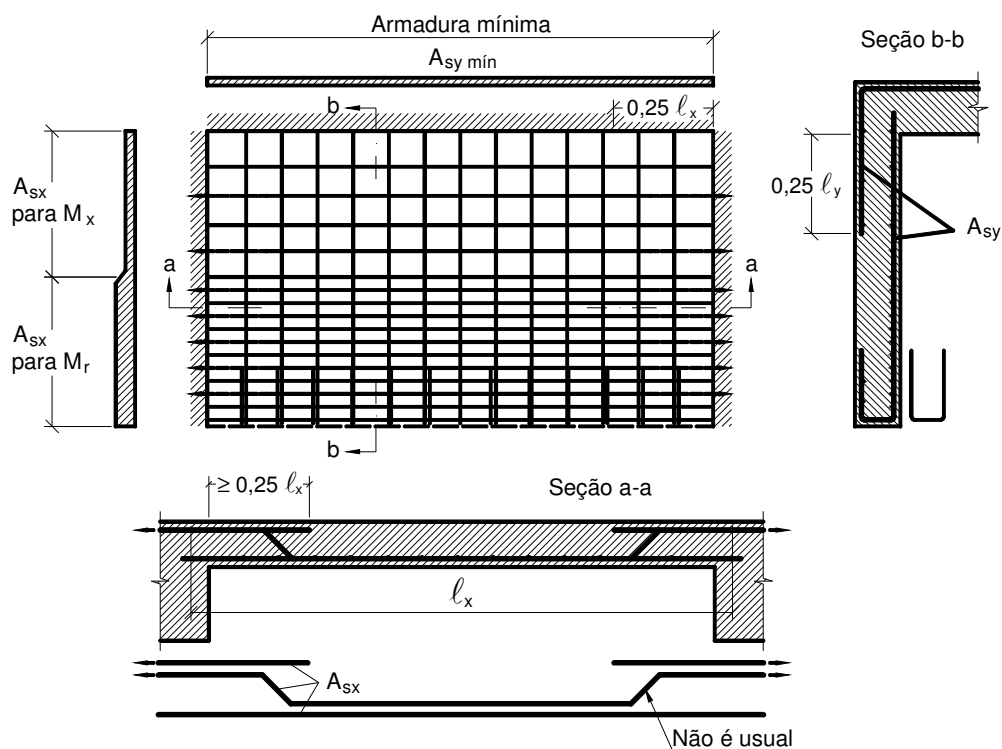


Figura 45 – Armadura inferior de laje retangular apoiada em três lados engastados com carga uniforme.

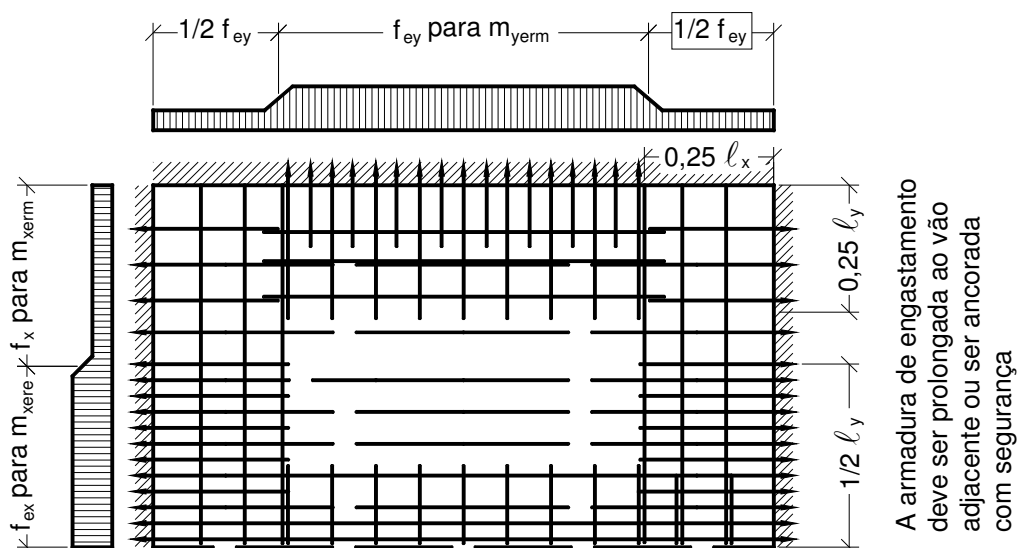


Figura 46 – Armadura superior de laje retangular apoiada em três lados engastados com carga uniforme.

3.17.2 Exemplo Numérico de Aplicação

Considerando a laje da Figura 47, calcular os esforços solicitantes. Dado: $F = 6,0 \text{ kN/m}^2$ (carga total uniformemente distribuída na área).

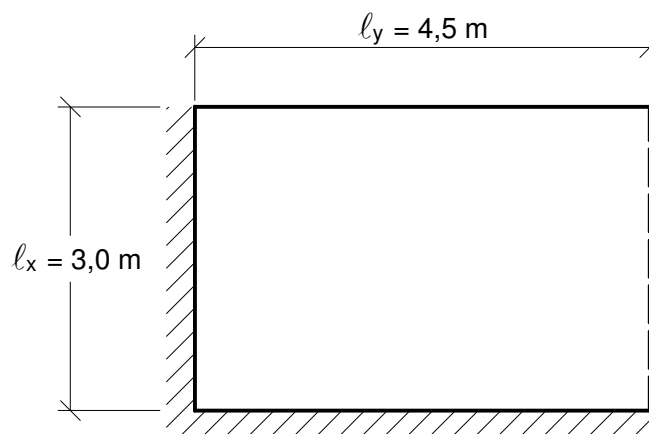


Figura 47 – Dimensões e vinculações da laje.

RESOLUÇÃO

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4,5}{3,0} = 1,5$$

Da Tabela A-25, para a carga 1 (uniforme na área) tem-se os coeficientes:

$m_r = 22,5$	$m_y = 130$	- $n_x = 14,1$
$m_x = 27,6$	- $n_r = 11,2$	- $n_y = 19,3$

a) Cálculo dos momentos fletores

$$P = F \cdot \ell_x \cdot \ell_y = 6,0 \cdot 3,0 \cdot 4,5 = 81,0 \text{ kN}$$

$$M_r = \frac{P}{m_r} = \frac{81,0}{22,5} = 3,60 \text{ kN.m} = 360 \text{ kN.cm}$$

$$M_x = \frac{P}{m_x} = \frac{81,0}{27,6} = 2,93 \text{ kN.m} = 293 \text{ kN.cm}$$

$$M_y = \frac{P}{m_y} = \frac{81,0}{130} = 0,62 \text{ kN.m} = 62 \text{ kN.cm}$$

$$X_r = -\frac{P}{n_r} = -\frac{81,0}{11,2} = -7,23 \text{ kN.m} = -723 \text{ kN.cm}$$

$$X_x = -\frac{P}{n_x} = -\frac{81,0}{14,1} = -5,74 \text{ kN.m} = -574 \text{ kN.cm}$$

$$X_y = -\frac{P}{n_y} = -\frac{81,0}{19,3} = -4,20 \text{ kN.m} = -420 \text{ kN.cm}$$

Devido aos lados engastados, o momento volvente M_{xy} é pequeno nesta laje e não precisa ser considerado. A Figura 48 mostra os momentos fletores plotados na laje.

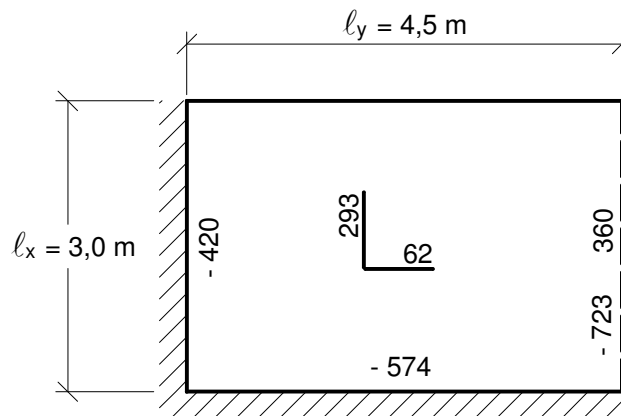


Figura 48 – Momentos fletores (kN.cm).

b) Reações de apoio

Conforme a Tabela A-27, tem-se o caso A-25 de vinculação. Os coeficientes tabelados são:

$$V_{x1} = 0,50$$

$$V_{x2} = 0,28$$

$$V_y = 0,22$$

As reações são:

$$R_{x1} = pL_x V_{x1} = 6,0 \cdot 3,0 \cdot 0,50 = 9,0 \text{ kN/m}$$

$$R_{x2} = pL_x V_{x2} = 6,0 \cdot 3,0 \cdot 0,28 = 5,0 \text{ kN/m}$$

$$R_y = pL_y V_y = 6,0 \cdot 4,5 \cdot 0,22 = 5,9 \text{ kN/m}$$

A Figura 49 apresenta as reações de apoio plotadas no desenho da laje.

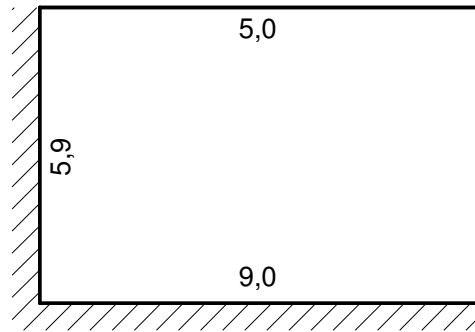


Figura 49 – Reações de apoio (kN/m).

Verificação:

$$R_{\text{result}} = (5,0 + 9,0) \cdot 4,5 + 5,9 \cdot 3,0 = 80,7 \text{ kN} \sim 81,0 \text{ kN}$$

Se o cálculo for feito conforme indica a NB6118/03 (por áreas de influência), os valores são:

$$R_{x1} = 9,0 \text{ kN}$$

$$R_{x2} = 5,2 \text{ kN}$$

$$R_y = 5,7 \text{ kN}$$

3.18 EXEMPLO DE CÁLCULO DAS LAJES MACIÇAS DO PAVIMENTO DE UMA CONSTRUÇÃO

Na Figura 50 está mostrada a planta de arquitetura do apartamento de um pavimento, com disposição das paredes divisórias. Na Figura 51 está mostrada a planta de fôrma da estrutura do mesmo pavimento. O objetivo deste exemplo é ilustrar os cálculos que devem ser feitos para o dimensionamento das lajes maciças do pavimento.

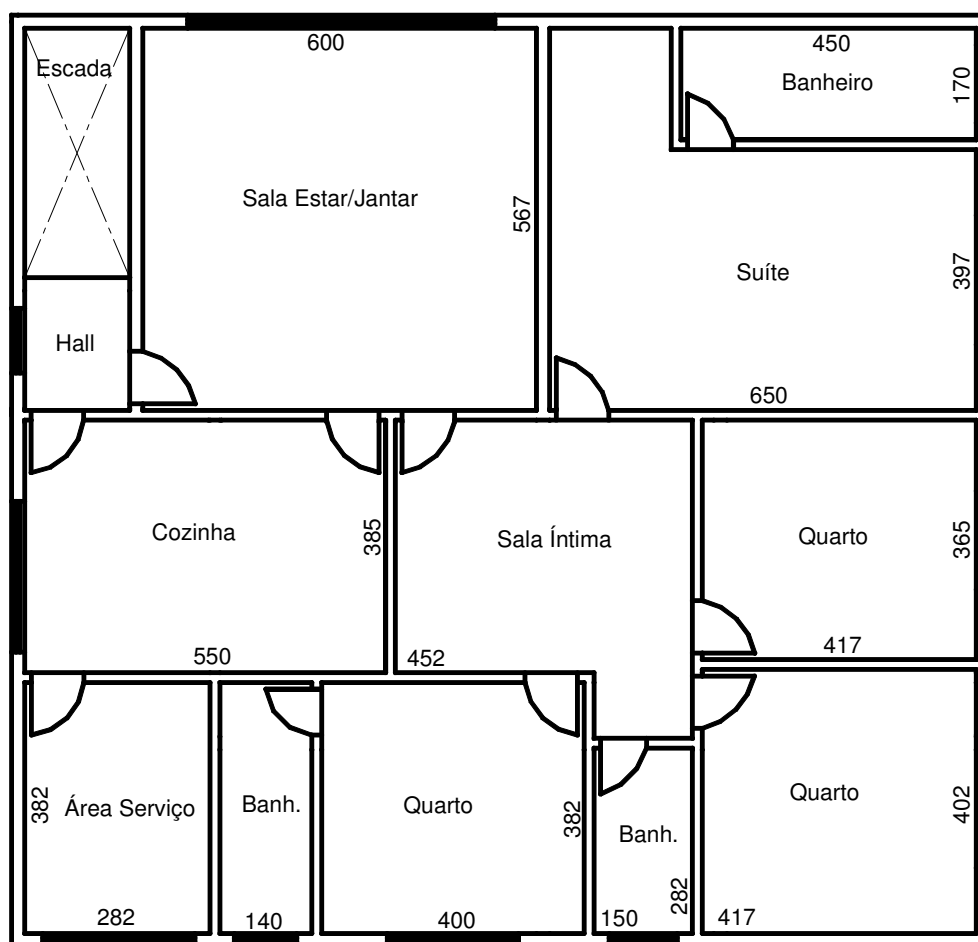


Figura 50 – Planta arquitetônica do pavimento.

Para o projeto das lajes maciças as seguintes informações devem ser consideradas:

- espessura média do contrapiso ou camada de regularização com 3 cm, e peso específico da argamassa de 21 kN/m^3 ;
- espessura média do revestimento da face inferior das lajes com 2 cm, e peso específico da argamassa de 19 kN/m^3 ;
- considerado revestimento com piso cerâmico de $0,15 \text{ kN/m}^2$ em toda a área útil do apartamento;
- parede de bloco cerâmico com espessura de 9 cm x 19 cm x 19 cm, com peso específico de 13 kN/m^3 . Todas as paredes externas com espessura final de 23 cm e todas as paredes internas com espessura final de 13 cm;
- altura da parede de 2,8 m;
- laje L1 com acesso ao público ($q = 2,0 \text{ kN/m}^2$), demais lajes ver Tabela 2 da NBR 6120/80;
- concreto C25, aços CA-50 e CA-60;
- todas as vigas com largura de 20 cm;
- classe I de agressividade ambiental;
- espessura mínima do cobrimento $c = 2,0 \text{ cm}$;
- coeficientes de segurança $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$; $\gamma_s = 1,15$.

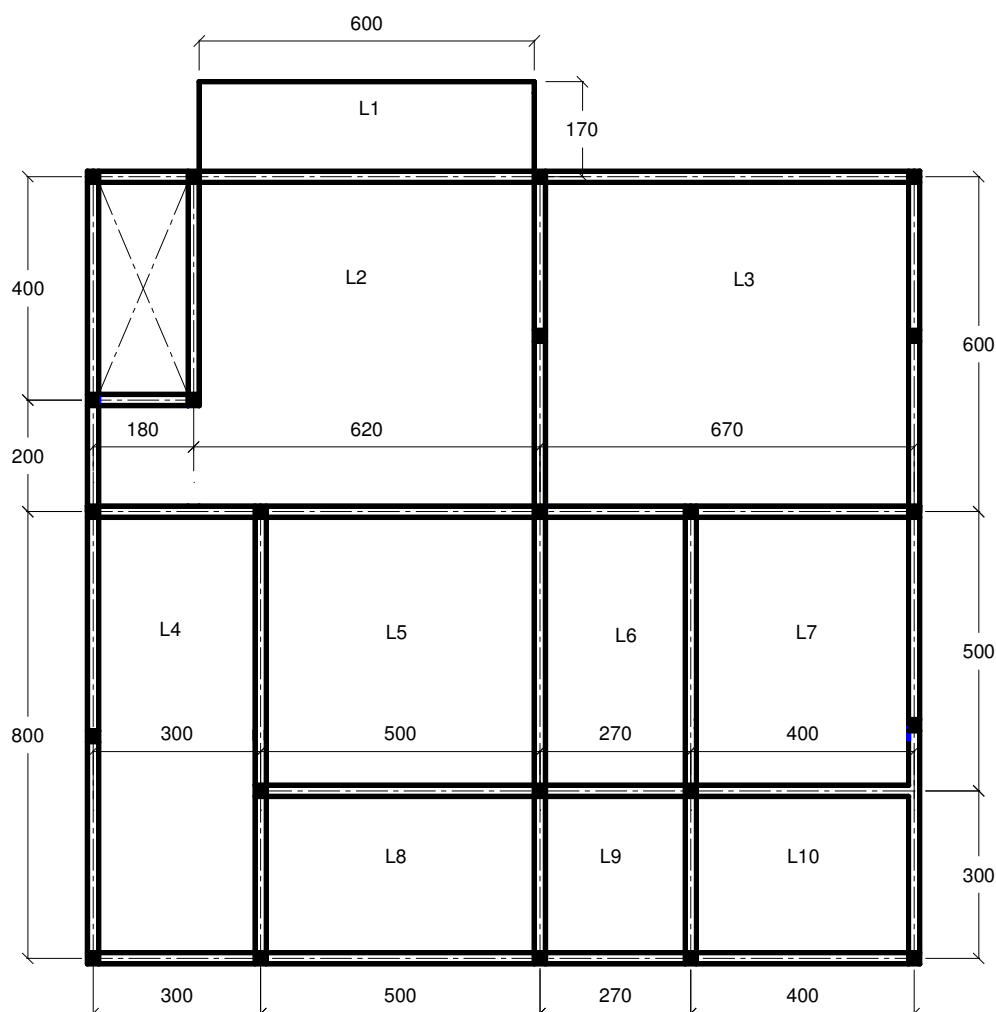


Figura 51 – Planta de fôrma simplificada da estrutura do pavimento.

3.18.1 Vãos Efetivos e Vinculação nas Bordas

Para cálculo dos vãos efetivos é necessário conhecer a altura das lajes, o vão livre nas duas direções e a largura das vigas de apoio. Por outro lado, para estimativa da altura das lajes, conforme a Eq. 18, é preciso conhecer os vãos efetivos das lajes. Para resolver o problema será adotada uma altura comum a todas as lajes, de 10 cm. Considerando que a largura das vigas de apoio é de 20 cm, os vãos efetivos (Eq. 3 e 4) nas duas direções das lajes serão os vãos livres acrescidos dos valores:

$$a_1 = a_2 \leq \begin{cases} t_1 / 2 = 20 / 2 = 10 \text{ cm} \\ 0,3 h = 0,3 \cdot 10 = 3 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2 = \ell_0 + 6 \text{ cm}$$

Os vãos efetivos de todas as lajes estão mostrados na Tabela 14, bem como a relação λ entre os lados e o tipo de laje.

Admitem-se dois tipos de vínculos das lajes nas bordas: apoio simples ou engaste perfeito. No caso do pavimento deste exemplo todas as lajes encontram-se ligadas ou apoiadas nas bordas superiores das vigas, ou seja, nenhuma das lajes está rebaixada, de modo que as lajes podem ser

consideradas contínuas umas com as outras. Os vínculos nas bordas e o tipo de laje para as dez lajes do pavimento estão mostrados na Figura 52. A laje L1, em balanço, está engastada na laje L2.

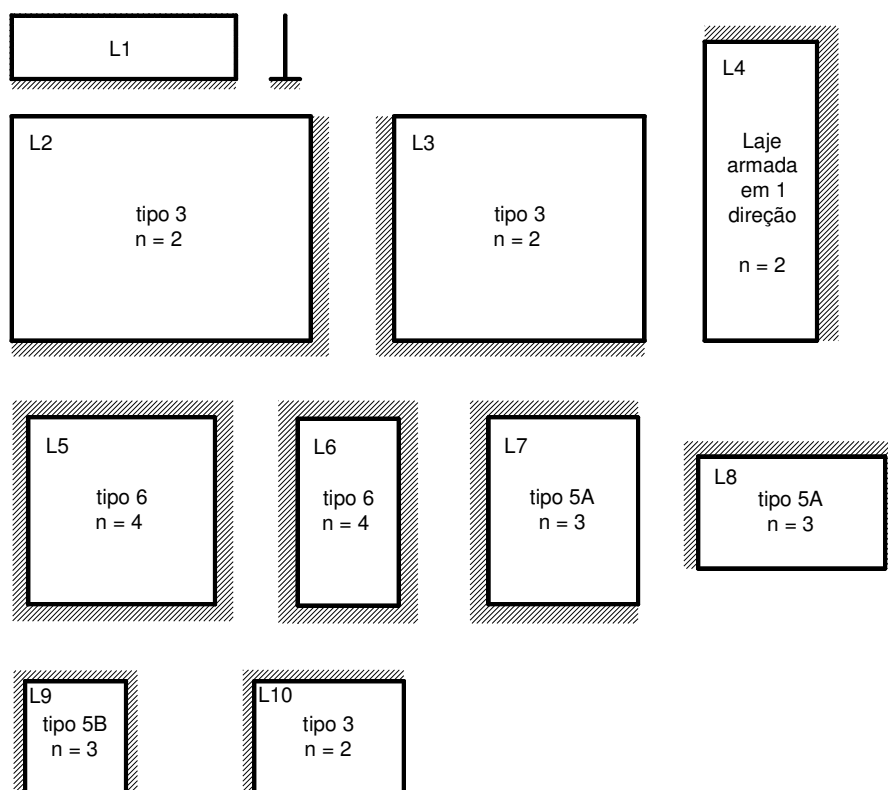


Figura 52 – Vínculos das lajes nas vigas de borda.

Tabela 14 - Vãos efetivos das lajes.

Laje	ℓ_x (cm)	ℓ_y (cm)	λ	Tipo	Observação
L1	163	600	3,68	-	Laje armada em uma direção
L2	586	606	1,03	3	
L3	586	656	1,12	3	
L4	286	786	2,75	-	Laje armada em uma direção
L5	486	486	1,00	6	
L6	256	486	1,90	6	
L7	386	486	1,26	5A	
L8	286	486	1,70	5A	
L9	256	286	1,12	5B	
L10	286	386	1,35	3	

3.18.2 Pré-Dimensionamento da Altura das Lajes

A estimativa da altura das lajes pode ser feita com a Eq. 18 $[d \cong (2,5 - 0,1 n) \ell^*]$. A Tabela 15 facilita os cálculos a serem feitos.

Por se tratar de laje em balanço (calculada como viga), a laje L1 não tem a altura estimada pela Eq. 18; a sua altura será adotada igual a 10 cm.

Tabela 15 - Pré-dimensionamento da altura das lajes.

Laje	ℓ_x (cm)	ℓ_y (cm)	λ	$0,7 \ell_y$ (cm)	ℓ^* (m)	n	d (cm)	h (cm)
L2	586	606	1,03	424	4,24	2	9,8	12
L3	586	656	1,12	459	4,59	2	10,6	13
L4	286	786	2,75	550	2,86	2	6,6	9
L5	486	486	1,00	340	3,40	4	7,1	10
L6	256	486	1,90	340	2,56	4	5,4	8
L7	386	486	1,26	340	3,40	3	7,5	10
L8	286	486	1,70	340	2,86	3	6,3	9
L9	256	286	1,12	200	2,00	3	4,4	7
L10	286	386	1,35	270	2,70	2	6,2	9

NOTAS:

- a) a laje L2 foi simplificada e considerada com forma retangular, sem o hall de entrada. Assim pode ser feito porque o hall tem uma área muito pequena se comparada ao restante da laje;
- b) a laje L2 não pode ser considerada engastada na laje em balanço L1, ao contrário, a laje L1 deve obrigatoriamente estar engastada na laje L2, pois isso é possível devido à continuidade existente entre as duas lajes. No lado adjacente ao da escada não ocorre continuidade da laje com a escada, de modo que o número de bordas engastadas (n) é 2, como mostrado na Figura 52;
- c) as alturas das lajes foram calculadas fazendo: $h = d + c + \phi_t/2 = d + 2,0 + 1,0/2 = d + 2,5$ cm. O valor foi arredondado para o inteiro mais próximo. Para laje de piso a altura mínima é de 7 cm.

3.18.3 Cálculo das Ações Atuantes

O cálculo das ações atuantes nas lajes fica facilitado com o auxílio da Tabela 16. Para o carregamento total nas lajes devem ser consideradas todas as ações possíveis, como: peso próprio, revestimento do lado inferior da laje, contrapiso, paredes, ações variáveis e todas aquelas existentes.

Tabela 16 - Ações nas lajes (kN/m^2).

Laje	h (cm)	g_{pp}	Revest. forro	Revest. Piso ⁽¹⁾	Paredes	Perman. total	Variável	Total
L1 ⁽³⁾	12	3,00	0,38	0,78	-	4,16	2,0	6,16
L2	12	3,00	0,38	0,78	0,21	4,37	1,5	5,87
L3	13	3,25	0,38	0,78	0,67	5,08	1,5	6,58
L4	9	2,25	0,38	0,78	-	3,41	2,0 ⁽²⁾	5,41
					1,65	5,06	2,0 ⁽²⁾	7,06
L5	10	2,50	0,38	0,78	1,74	5,40	1,5	6,90
L6	8	2,00	0,38	0,78	1,58	4,74	1,5	6,24
L7	10	2,50	0,38	0,78	0,97	4,63	1,5	6,13
L8	9	2,25	0,38	0,78	0,97	4,38	1,5	5,88
L9	7	1,75	0,38	0,78	3,70	6,61	1,5	8,11
L10	9	2,25	0,38	0,78	-	3,41	1,5	4,91

Observações:

- (1) piso mais contrapiso;
- (2) a laje L4 compõe a cozinha e a área de serviço, com ações variáveis de $1,5 \text{ kN/m}^2$ e $2,0 \text{ kN/m}^2$, respectivamente. Como uma simplificação a favor da segurança foi adotado o valor de $2,0 \text{ kN/m}^2$ para toda a área da laje;
- (3) na laje em balanço L1 deve ser suposta uma carga uniformemente distribuída vertical de $2,0 \text{ kN/m}$ na extremidade da laje, conforme item 2.2.1.5 da NBR 6120/80.
- (4) a laje L4 foi dividida em duas regiões, uma com carga de parede e outra sem carga de parede.

A Figura 53 mostra a planta arquitetônica sobreposta à planta de fôrma da estrutura, o que auxilia na visualização e no cálculo da carga das paredes sobre as lajes.

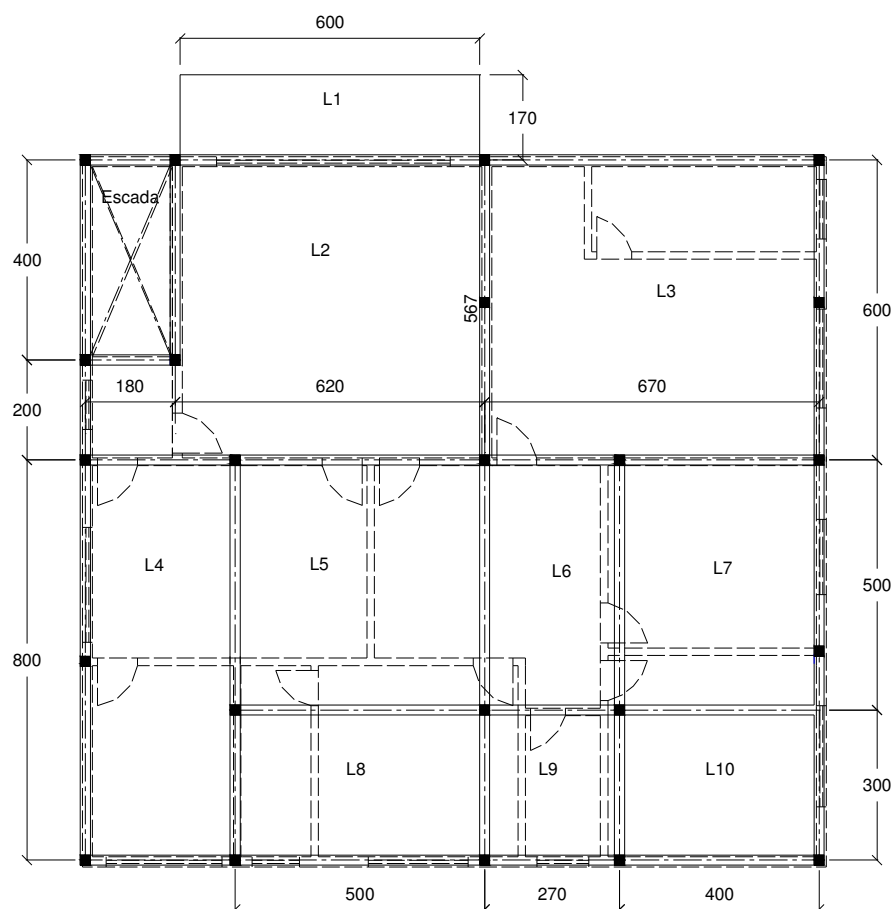


Figura 53 – Paredes sobrepostas na planta de fôrma da estrutura.

A seguir são descritos os cálculos efetuados para determinar as cargas das paredes sobre as lajes.

a) Laje L2

$$g_{\text{par}} = \frac{13 \cdot 0,13 \cdot 2,80 \cdot 0,90}{6,06 \cdot 5,86} = 0,21 \text{ kN/m}^2$$

b) Laje L3

$$g_{\text{par}} = \frac{13 \cdot 0,13 \cdot 2,80 \cdot 5,45}{6,56 \cdot 5,86} = 0,67 \text{ kN/m}^2$$

c) Região da parede da Laje L4

$$g_{\text{par}} = \frac{3 (13 \cdot 0,13 \cdot 2,80 \cdot 1,90)}{2 \cdot 2,86^2} = 1,65 \text{ kN/m}^2$$

d) Laje L5

$$g_{\text{par}} = \frac{13 \cdot 0,13 \cdot 2,80 \cdot 8,70}{4,86 \cdot 4,86} = 1,74 \text{ kN/m}^2$$

e) Laje L6

$$g_{\text{par}} = \frac{13 \cdot 0,13 \cdot 2,80 \cdot 4,15}{2,56 \cdot 4,86} = 1,58 \text{ kN/m}^2$$

f) Laje L7

$$g_{\text{par}} = \frac{13 \cdot 0,13 \cdot 2,80 \cdot 3,86}{3,86 \cdot 4,86} = 0,97 \text{ kN/m}^2$$

g) Laje L8

$$g_{\text{par}} = \frac{13 \cdot 0,13 \cdot 2,80 \cdot 2,86}{2,86 \cdot 4,86} = 0,97 \text{ kN/m}^2$$

h) Laje L9

$$g_{\text{par}} = \frac{13 \cdot 0,13 \cdot 2,80 \cdot 5,72}{2,56 \cdot 2,86} = 3,70 \text{ kN/m}^2$$

3.18.4 Reações de Apoio nas Vigas de Borda

As reações de apoio das lajes armadas em duas direções nas vigas de borda estão calculadas e mostradas na Tabela 17. O cálculo das reações foi feito com aplicação da Eq. 25, para as lajes armadas em duas direções.

Tabela 17 - Reações de apoio nas vigas de borda das lajes armadas em duas direções (kN/m).

Laje	Tipo	ℓ_x (m)	λ	P (kN/m ²)	v_x	v'_x	v_y	v'_y	V_x	V'_x	V_y	V'_y
L2	3	5,86	1,03	5,87	2,27	3,32	2,17	3,17	7,81	11,42	7,46	10,90
L3	3	5,86	1,12	6,58	2,36	3,46	2,17	3,17	9,10	13,34	8,37	12,22
L5	6	4,86	1,00	6,9	-	2,50	-	2,50	-	8,38	-	8,38
L6	6	2,56	1,90	6,24	-	3,68	-	2,50	-	5,88	-	3,99
L7	5A	3,86	1,26	6,13	2,13	3,13	-	3,17	5,04	7,41	-	7,50
L8	5A	2,86	1,70	5,88	2,72	3,98	-	3,17	4,57	6,69	-	5,33
L9	5B	2,56	1,12	8,11	-	3,21	1,71	2,50	-	6,66	3,55	5,19
L10	3	2,86	1,35	4,91	2,73	3,99	2,17	3,17	3,83	5,60	3,05	4,45

No caso das lajes armadas em uma direção (L1 e L4), as reações de apoio devem ser calculadas supondo as lajes com vigas segundo a direção do vão principal. As reações de apoio nas lajes L1 e L4 estão mostradas na Figura 54, 56 e 57. A laje L1 está em balanço e em sua extremidade livre deve ser considerada uma carga linear vertical de 2 kN/m, conforme a NBR 6120/80 (item 2.2.1.5), como mostrado na Figura 54. A carga vertical total distribuída na área da laje é de 6,16 kN/m², conforme indicado na Tabela 16.

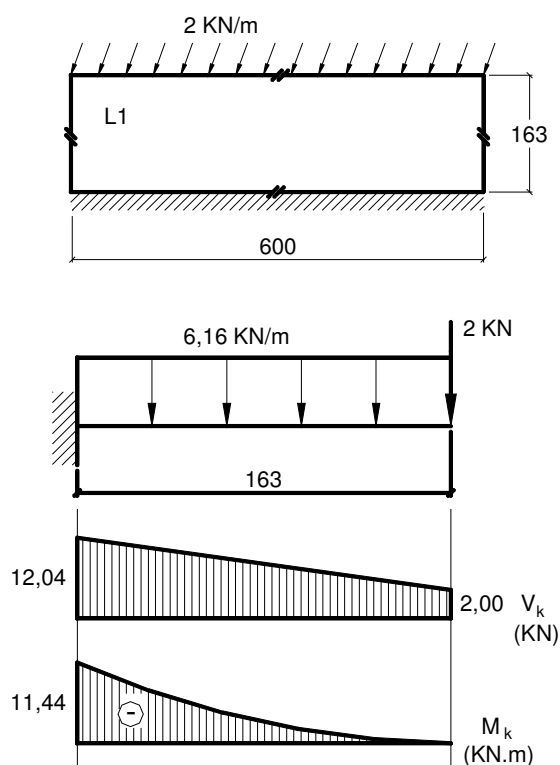


Figura 54 – Esquema estático, carregamento e esforços solicitantes característicos na laje L1.

A laje L4 deve ser dividida em duas regiões, uma sem carga de parede e outra com carga de parede. O posicionamento e o comprimento da parede estão indicados na Figura 55. Observa-se que o trecho correspondente à porta não foi considerado com carga. Considerando o carregamento total nas regiões I e II da laje, conforme mostrado na Tabela 16, os esforços solicitantes na laje L4, nas regiões I e II, estão indicados nas Figura 56 e Figura 57.

A região II tem a largura determinada como:

$$\ell = \frac{2}{3} \ell_x = \frac{2}{3} 2,86 = 1,91 \text{ m}$$

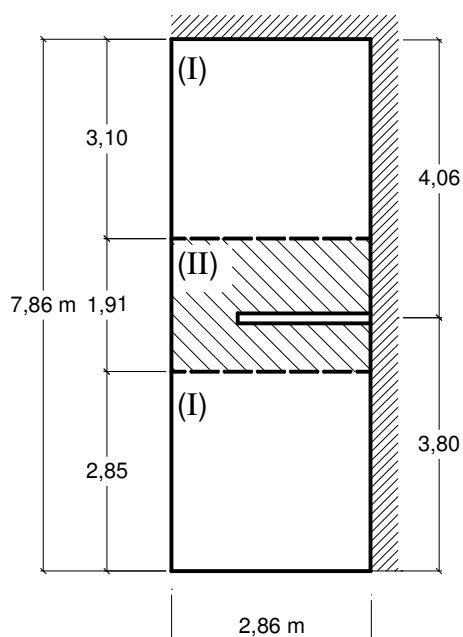


Figura 55 – Divisão da laje L4 em regiões com carga de parede e sem carga de parede.

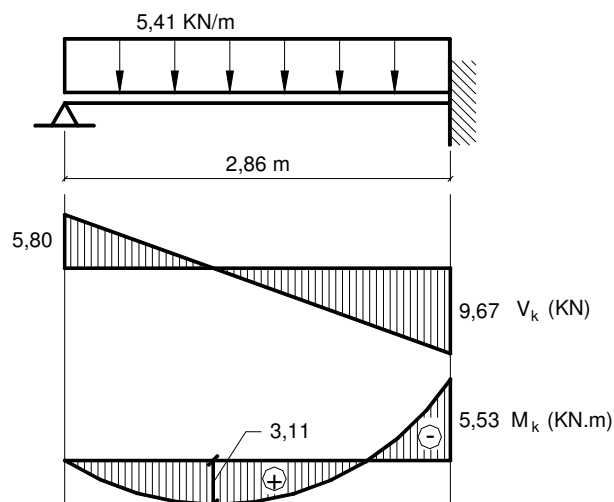


Figura 56 – Esquema estático, carregamento e esforços solicitantes na região I da laje L4.

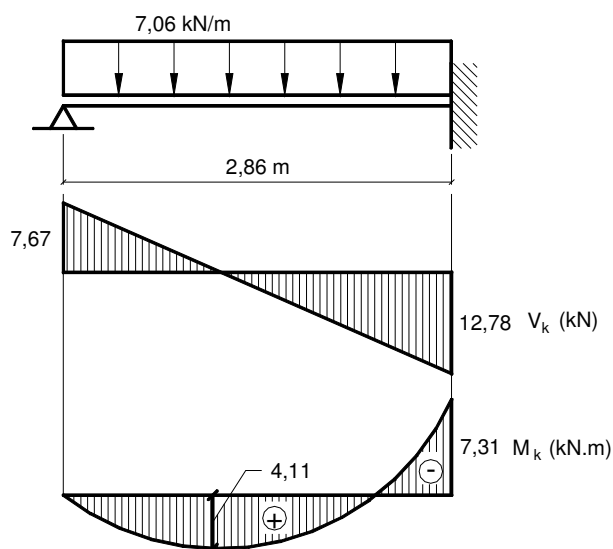


Figura 57 – Esquema estático, carregamento e esforços solicitantes na região II da laje L4.

As reações de apoio das lajes do pavimento devem ser indicadas num desenho esquemático da planta de fôrma da estrutura, como mostrado na Figura 58.

Os momentos fletores solicitantes característicos e não compatibilizados estão plotados na Figura 59, conforme os valores contidos na Tabela 18.

Na Figura 60 estão plotados os momentos fletores compatibilizados. A compatibilização dos momentos fletores foi feita conforme a regra estabelecida no item 3.13. A verificação do coeficiente ϕ de redução dos momentos fletores nos apoios, apresentada na Eq. 47, não foi considerada.

A Figura 59 mostra que a laje L2 não deve ser considerada engastada na laje L1 em balanço. A plotagem dos momentos fletores nas lajes deve ser feita com muito cuidado, para evitar erros no posicionamento das armaduras.

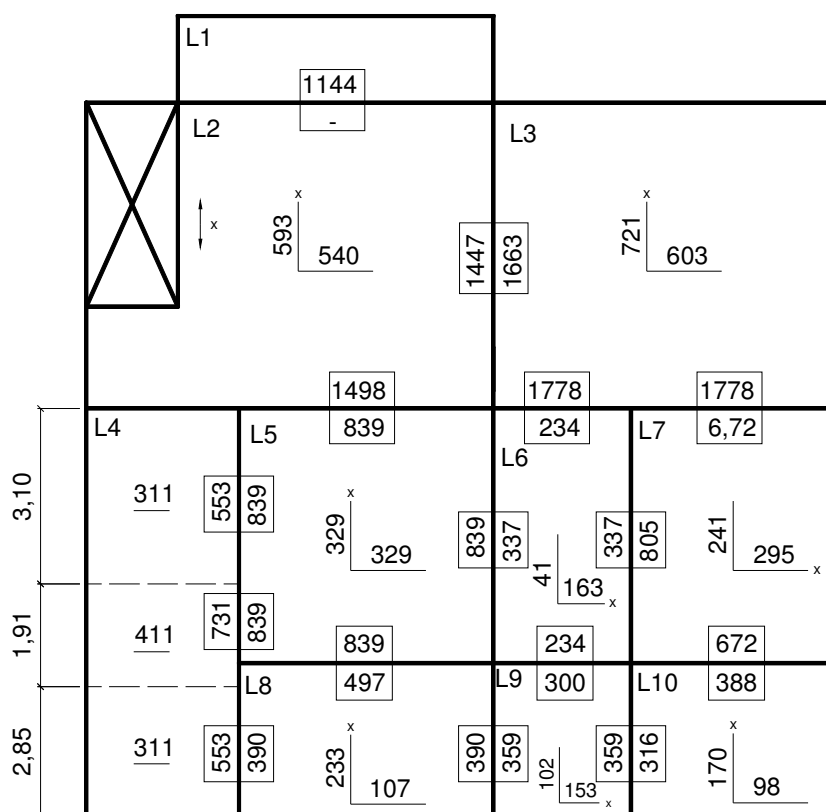


Figura 59 – Momentos fletores (kN.cm/m) solicitantes característicos não compatibilizados.

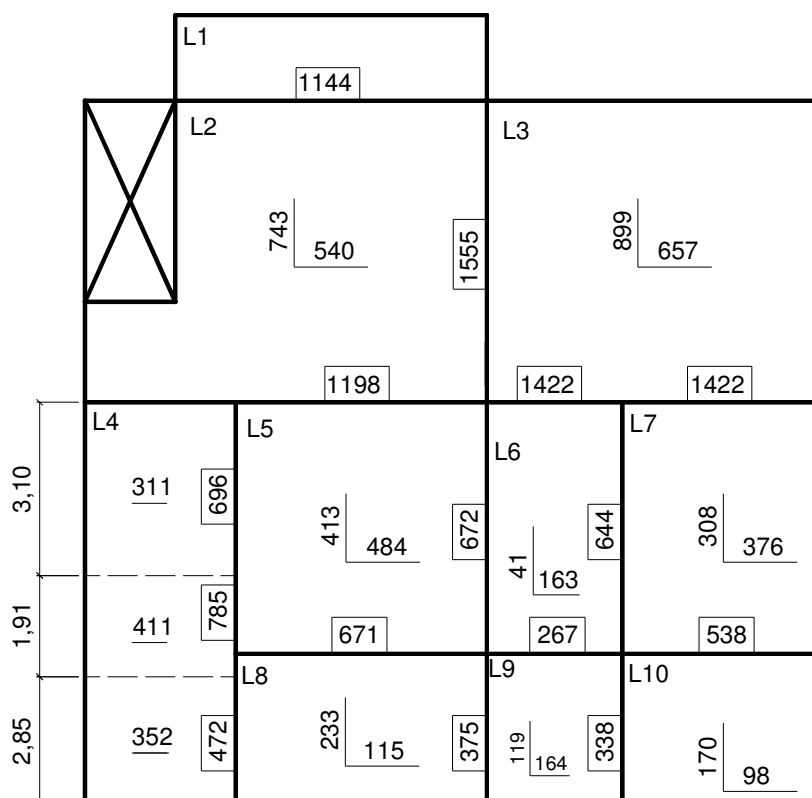


Figura 60 – Momentos fletores (kN.cm/m) solicitantes característicos compatibilizados.

Na Figura 61 estão plotados os momentos fletores de cálculo compatibilizados e as áreas de armadura calculadas para esses momentos fletores.

No cálculo das armaduras das lajes foram utilizados os seguintes valores para a altura útil **d**:

- $d = h - 2,5$ cm para os momentos fletores positivos;
- $d = h - 2,0$ cm para os momentos fletores negativos.

Para as armaduras positivas foi considerado o cobrimento de 2,0 cm e para as armaduras negativas o cobrimento foi de 1,5 cm, conforme os valores constantes na Tabela 2, para classe de agressividade II e Δc de 5 mm.

De acordo com a Tabela 5, as armaduras mínimas negativas e positivas das lajes armadas em uma direção devem ser:

$$\rho_s \geq \rho_{\min}$$

Para o concreto C25 a taxa de armadura mínima (Tabela 6) é:

$$\rho_{\min} = \frac{A_s}{b_w h} = 0,15 \%$$

Fazendo $b_w = 100$ cm a armadura mínima resulta:

$$A_{s,\min} = 0,15 h \text{ (cm}^2\text{/m)}$$

Para as lajes armadas em duas direções, a armadura mínima positiva deve ser multiplicada pelo fator 0,67, tal que:

$$A_{s,\min} = 0,67 \cdot 0,15 h = 0,10 h \quad (\text{cm}^2/\text{m})$$

As áreas de armadura mostradas na Figura 61 levam em conta as armaduras mínimas, determinadas segundo as equações acima.

As armaduras negativas, com exceção da laje L1, são comuns a duas lajes, ou seja, devem atender a flexão em duas lajes adjacentes. Quando as alturas das lajes são diferentes, resultam alturas úteis **d** também diferentes. Neste caso, o critério mais comumente utilizado na prática é considerar o menor **d** entre os dois existentes, o que significa que a armadura fica maior e a favor da segurança para a laje com o maior **d**. Outro critério seria adotar a média entre os valores de **d**, o que significa que faltaria um pouco de armadura para a laje com altura **d** menor.

Por exemplo, entre as lajes L2 (**d** = 10 cm) e L3 (**d** = 11 cm) existe o momento fletor compatibilizado de cálculo de 2.177 kN.cm, e considerando **d** = 10 cm (o menor) resulta a seguinte área de armadura:

$$K_c = \frac{b_w d^2}{M_d} = \frac{100 \cdot 10^2}{2177} = 4,6 \quad \Rightarrow \quad K_s = 0,025$$

$$A_s = K_s \frac{M_d}{d} = 0,025 \frac{2177}{10} = 5,44 \text{ cm}^2/\text{m}$$

As áreas das armaduras negativas e positivas de todas as lajes estão indicadas na Figura 61.

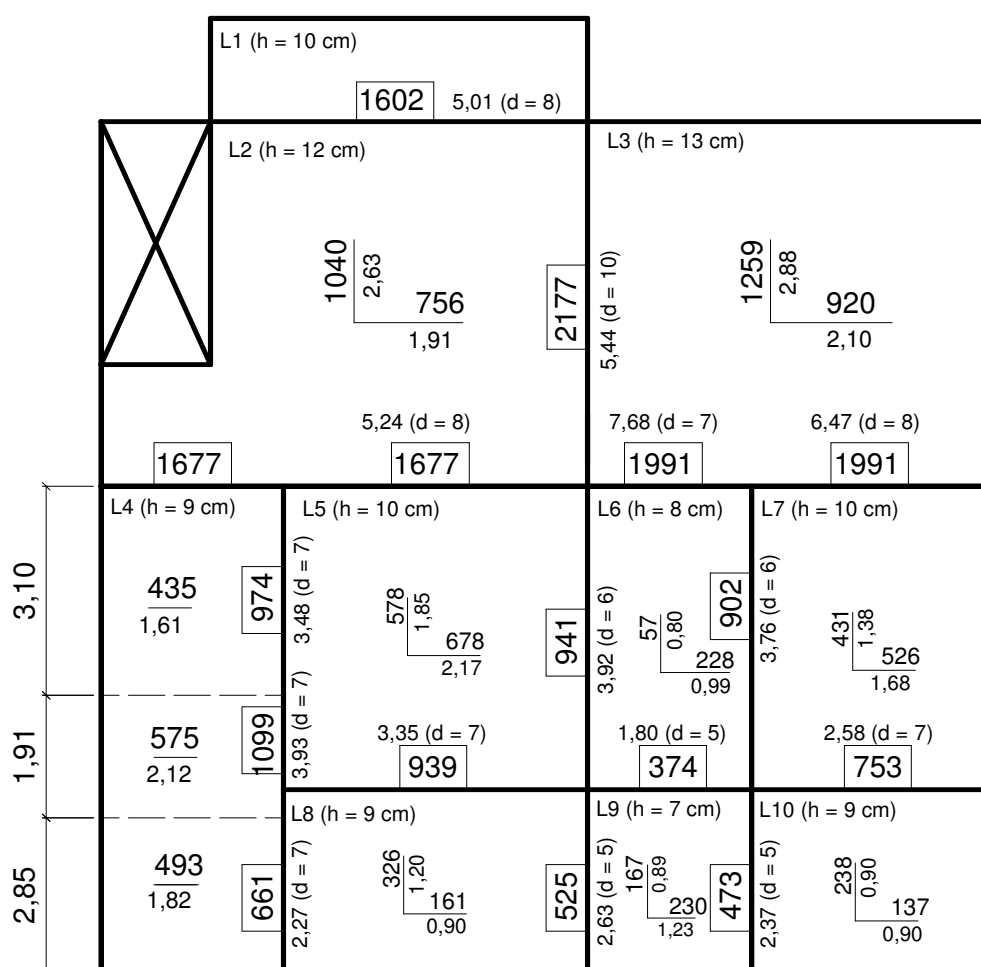


Figura 61 – Momentos fletores (kN.cm/m) de cálculo compatibilizados e áreas de armaduras (cm²/m).

3.18.6 Verificação das Flechas

Na Tabela 19 encontram-se os valores calculados para as flechas totais nas lajes. As flechas nas lajes armadas em duas direções foram calculadas com auxílio do coeficiente α , encontrado nas Tabelas A-1 a A-4, e por meio da Eq. 42. Já nas lajes armadas em uma direção (L1 e L4) as flechas foram calculadas com as equações contidas nas Figura 17, Figura 18 e Figura 19, supondo as lajes como vigas.

As variáveis contidas na Tabela 19 indicam:

g = carregamento permanente total na laje;

q = ação variável (carga accidental);

ψ_2 = fator de redução de combinação quase permanente para o estado limite de serviço, adotado igual a 0,3 ou 0,4, conforme mostrado na apostila de “Fundamentos do Concreto Armado” (BASTOS, 2011);

$p = g + \psi_2 q$ = carregamento total na laje, considerando o carregamento permanente acrescido do carregamento variável corrigido pelo fator de redução para combinação quase permanente;

M_r = momento fletor de fissuração da laje;

M_a = momento fletor na laje com carregamento correspondente à combinação rara;

α = coeficiente tabelado encontrado nas Tabelas A-1 a A-4;

EI = rigidez à flexão da laje;

a_i = flecha imediata;

a_t = flecha total na laje, considerando a deformação lenta no concreto.

A fim de facilitar o entendimento dos cálculos feitos com auxílio de uma planilha eletrônica e mostrados na Tabela 19, a flecha nas lajes L1, L2 e L4 estão demonstrados na sequência.

Tabela 19 - Cálculo das flechas.

Laje	Tipo	ℓ_x (cm)	λ	g (kN/m ²)	q (kN/m ²)	$\psi_2 q$ (kN/m ²)	$p = g + \psi_2 q$	h (cm)	M_r (kNcm)	M_a (kNcm)	α	EI (kN.cm ²)	a_i (cm)	a_t (cm)
L1	-	163	-	4,16	2,0	0,80	4,96	10	641	818	-	12244853	0,36	0,83
L2	3	586	1,03	4,37	1,5	0,45	4,82	12	923	743	2,72	34272000	0,38	0,87
L3	3	586	1,12	5,08	1,5	0,45	5,53	13	1083	899	2,96	43573833	0,37	0,86
L4	-	286	-	5,06	2,0	0,60	5,66	9	519	411	-	14458500	0,14	0,32
L5	6	486	1,00	5,4	1,5	0,45	5,85	10	641	484	1,49	19833333	0,20	0,47
L6	6	256	1,90	4,74	1,5	0,45	5,19	8	410	163	2,90	10154667	0,05	0,12
L7	5A	386	1,26	4,63	1,5	0,45	5,08	10	641	376	3,00	19833333	0,14	0,33
L8	5A	286	1,70	4,38	1,5	0,45	4,83	9	519	233	4,59	14458500	0,09	0,20
L9	5B	256	1,12	6,61	1,5	0,45	7,06	7	314	164	2,08	6802833	0,08	0,18
L10	3	286	1,35	3,41	1,5	0,45	3,86	9	519	170	3,99	14458500	0,06	0,14

3.18.6.1 Flecha na Laje L2

A laje L2, com $\lambda = 1,03$, é uma laje armada em duas direções. A altura da laje é de 12 cm, o seu menor vão ℓ_x é de 586 cm, o carregamento total permanente (g) é de 4,37 kN/m², a ação variável (carga accidental) é de 1,5 (kN/m²).

O momento fletor de fissuração, que é aquele correspondente ao surgimento da primeira fissura na laje, pode ser calculado com a Eq. 26:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t}$$

A resistência do concreto à tração direta (f_{ct}) pode ser calculada em função da resistência característica do concreto à compressão, como a resistência média à tração direta ($f_{ct,m}$, Eq. 27):

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0,3 \sqrt[3]{25^2} = 2,565 \text{ MPa} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2$$

Momento de inércia da laje considerando seção homogênea não fissurada (Eq. 30):

$$I_c = \frac{b h^3}{12} = \frac{100 \cdot 12^3}{12} = 14.400 \text{ cm}^4$$

O fator α deve ser adotado igual a 1,5 para seções retangulares. A distância y_t entre o centro de gravidade da seção e a fibra mais tracionada é igual a $h/2$. O momento fletor de fissuração fica:

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 0,2565 \cdot 14400}{6} = 923,4 \text{ kN.cm}$$

Agora é necessário calcular o momento fletor atuante na laje, correspondente à combinação rara. A combinação rara de serviço é avaliada pela Eq. 28:

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_{1j} F_{qjk}$$

A laje L2 tem apenas uma ação variável importante que deve ser considerada, que é a carga acidental de $1,5 \text{ kN/m}^2$, de modo que $F_{d,ser}$ coincide com o carregamento total na laje, mostrado na Tabela 16, de $5,87 \text{ kN/m}^2$. Para esse carregamento os momentos fletores positivos na área central da laje resultaram os valores de 593 e 540 kN.cm, não compatibilizados conforme mostrados na Figura 59. Portanto, para M_a deve-se considerar o maior momento fletor compatibilizado, de 743 kN.cm, mostrado na Figura 60.

Observa-se que $M_a = 743 \text{ kN.cm}$ é menor que o momento fletor de fissuração, $M_r = 923,4 \text{ kN.cm}$, o que significa que a laje L2 não estará fissurada quando submetida ao carregamento total de $5,87 \text{ kN/m}^2$, isto é, a laje estará no estágio I em serviço, como comumente ocorre com as lajes maciças dimensionadas segundo a Teoria das Placas.

A flecha imediata na laje armada em duas direções pode ser calculada pela Eq. 42:

$$a_i = \frac{\alpha}{12} \frac{p \ell_x^4}{EI}$$

Com a Tabela A-1 Anexa determina-se o fator $\alpha = 2,72$ para laje do tipo 3 e carregamento uniformemente distribuído na área da laje. O módulo de elasticidade multiplicado pelo momento de inércia fornece a rigidez à flexão da laje:

$$EI = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{25} \frac{1}{10} \left(\frac{100 \cdot 12^3}{12} \right) = 34.272.000 \text{ kN.cm}^2$$

Para o carregamento p deve ser adotada a combinação quase permanente, dada pela Eq. 43. O fator de redução de carga ψ_2 para combinação quase permanente, conforme mostrado na apostila “Fundamentos do Concreto Armado” (BASTOS, 2011), pode ser adotado igual a 0,3 (*locais em que*

não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas (edifícios residenciais).

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \sum \psi_{2j} F_{qjk} = 4,37 + 0,3 \cdot 1,5 = 4,82 \text{ kN/m}^2$$

A flecha imediata na laje será:

$$a_i = \frac{2,72}{12} \frac{0,000482 \cdot 586^4}{34272000} = 0,38 \text{ cm}$$

A flecha total, que leva em conta a deformação lenta do concreto da laje, é dada pela Eq. 46:

$$a_t = a_i (1 + \alpha_f)$$

O fator α_f é dado pela Eq. 35 como:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

onde ρ' é igual a zero porque na laje em questão não existe armadura comprimida A'_s . Basta, portanto, determinar $\Delta\xi$, que é dado pela Eq. 37:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$\xi(t)$ será adotado igual a 2 para o tempo t superior a 70 meses (Eq. 39). Assumindo que a carga de longa duração atuará na laje a partir de um mês após executada (valor conservador neste caso), na Tabela 3 encontra-se: $\xi(t_0) = 0,68$. Resulta para $\Delta\xi$ o valor:

$$\Delta\xi = 2,00 - 0,68 = 1,32$$

A flecha total na laje será:

$$a_t = 0,38 (1 + 1,32) = 0,88 \text{ cm}$$

Para a flecha máxima permitida na laje L2, conforme a Tabela 4, pode-se considerar a “Aceitabilidade sensorial” – deslocamentos visíveis em elementos estruturais, onde o valor limite é $\ell/250 = 586/250 = 2,34 \text{ cm}$.

A flecha resultante, de 0,88 cm, é muito menor que a flecha máxima permitida, o que significa que a laje L2 poderia ter uma altura um pouco menor, como 10 ou 11 cm. Porém, deve-se evitar a ocorrência de flechas exageradas, visando impedir o surgimento de vibrações indesejáveis nas lajes.

3.18.6.2 Flecha na Laje L1

A laje L1 é uma laje em balanço, engastada na laje L2, e deve ser calculada como uma viga em balanço. A altura da laje é de 10 cm, o seu vão ℓ_x é de 163 cm, o carregamento total permanente (g) é de $4,16 \text{ kN/m}^2$, a ação variável (carga acidental) é de $2,0 \text{ (kN/m}^2\text{)}$.

O momento fletor de fissuração, que é aquele correspondente ao surgimento da primeira fissura na laje, pode ser calculado com a Eq. 26:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t}$$

O fator α deve ser adotado igual a 1,5 para seções retangulares. A distância y_t entre o centro de gravidade da seção e a fibra mais tracionada é igual a $h/2$. O momento fletor de fissuração fica:

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 0,2565 \left(\frac{100 \cdot 10^3}{12} \right)}{5} = 641 \text{ kN.cm}$$

Agora é necessário calcular o momento fletor atuante na laje, correspondente à combinação rara. A combinação rara de serviço é avaliada pela Eq. 28:

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_{lj} F_{qjk}$$

A laje L1 tem apenas uma ação variável importante que deve ser considerada, que é a carga acidental de $2,0 \text{ kN/m}^2$, de modo que $F_{d,ser}$ coincide com o carregamento total na laje, mostrado na Tabela 16, de $6,16 \text{ kN/m}^2$. A carga de $2,0 \text{ kN/m}$ na extremidade da laje não precisa ser considerada na verificação da flecha. Para esse carregamento o momento fletor no engastamento da laje resulta o valor de:

$$M = M_a = \frac{6,16 \cdot 1,63^2}{2} = 8,18 \text{ kN.m}$$

Observa-se que $M_a = 818 \text{ kN.cm}$ é maior que o momento fletor de fissuração, $M_r = 641 \text{ kN.cm}$, o que significa que a laje L1 estará fissurada quando submetida ao carregamento total de $6,16 \text{ kN/m}^2$, isto é, na seção de engaste a laje em serviço estará no estágio II. Portanto, conforme a Eq. 44, deve ser considerada a rigidez equivalente, dada pela Eq. 29:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c$$

Para cálculo de $(EI)_{eq}$ devem ser calculados vários valores, entre eles o módulo de elasticidade secante, dado pela Eq. 32:

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{25} = 23.800 \text{ MPa} = 2.380 \text{ kN/cm}^2$$

O momento de inércia da seção bruta sem armadura é (Eq. 30):

$$I_c = \frac{100 \cdot 10^3}{12} = 8.333 \text{ cm}^4$$

A razão modular entre os módulos dos materiais, de acordo com a Eq. 31 é:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{21000}{2380} = 8,82$$

Com a Eq. 33 calcula-se a posição da linha neutra no estágio II (x_{II}), considerando a altura útil d de 8 cm e a área de armadura negativa da laje (composta por $\phi 8 \text{ mm c/ } 8 \text{ cm} = 6,25 \text{ cm}^2$), o que atende com folga à área de armadura calculada, de $5,01 \text{ cm}^2/\text{m}$:

$$x_{II}^2 + \frac{2 A_s \alpha_e}{b} x_{II} - \frac{2 A_s d \alpha_e}{b} = 0$$

$$x_{II}^2 + \frac{2 \cdot 6,25 \cdot 8,82}{100} x_{II} - \frac{2 \cdot 6,25 \cdot 8 \cdot 8,82}{100} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{II} = 2,47 \text{ cm}$$

O momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, conforme a Eq. 34 é:

$$I_{II} = \frac{b x_{II}^3}{12} + b x_{II} \left(\frac{x_{II}}{2} \right)^2 + \alpha_e A_s (d - x_{II})^2$$

$$I_{II} = \frac{100 \cdot 2,47^3}{12} + 100 \cdot 2,47 \left(\frac{2,47}{2} \right)^2 + 8,82 \cdot 6,25 (8 - 2,47)^2 = 2.188 \text{ cm}^4$$

A rigidez equivalente será:

$$(EI)_{eq} = 2380 \left\{ \left(\frac{641}{818} \right)^3 8333 + \left[1 - \left(\frac{641}{818} \right)^3 \right] 2188 \right\} = 12.244.853 \text{ kN.cm}^2$$

$$(EI)_{eq} = 12.244.853 \text{ kN.cm}^2 \leq E_{cs} I_c \leq 2380 \cdot 8333 \leq 19.832.540 \text{ kN.cm}^2$$

A flecha imediata na laje em balanço pode ser calculada pela equação:

$$a_i = \frac{1}{8} \frac{p \ell_x^4}{EI}$$

Para o carregamento **p** deve ser adotada a combinação quase permanente, dada pela Eq. 43. O fator de redução de carga ψ_2 para combinação quase permanente, conforme apresentado na apostila “Fundamentos do Concreto Armado” (BASTOS, 2011), por questão de segurança, neste caso deve ser adotado igual a 0,4 (*locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas* (edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos)).

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \Sigma \psi_{2j} F_{qjk} = 4,16 + 0,4 \cdot 2,0 = 4,96 \text{ kN/m}^2$$

Esta carga deve ser multiplicada pela largura da viga, de 1 m, o que leva à carga de 4,96 kN/m. A flecha imediata na laje será:

$$a_i = \frac{1}{8} \frac{0,0496 \cdot 163^4}{12244853} = 0,36 \text{ cm}$$

A flecha total, que leva em conta a deformação lenta do concreto da laje, considerando o valor já calculado para α_f de 1,32 é:

$$a_t = a_i (1 + \alpha_f) = 0,36 (1 + 1,32) = 0,83 \text{ cm}$$

A flecha máxima permitida, conforme a Tabela 4, pode ser considerada como $\ell/250$. O vão ℓ deve ser multiplicado por dois quando se tratar de balanço, portanto $\ell/250 = 2 \cdot 163/250 = 1,30$ cm. A flecha resultante total de 0,83 cm é menor que a flecha máxima permitida, de 1,30 cm.

3.18.6.3 Flecha na Laje L4

A laje L4 é uma laje armada em uma direção e deve ser calculada como uma viga segundo a direção principal. A altura da laje é de 9 cm, o seu vão ℓ_x é de 286 cm, o carregamento total permanente (g) no trecho com parede é de 5,06 kN/m² e a ação variável (carga acidental) é de 2,0 (kN/m²).

O momento fletor de fissuração, calculado de forma análoga aos dois itens anteriores é de 519 kN.cm, e o momento fletor M_a é de 411 kN.cm, o que significa que a laje não está no estágio I em serviço (não fissurada). Neste caso pode ser considerado o momento de inércia da seção bruta de concreto.

O momento de inércia da seção bruta, sem armadura, é (Eq. 30):

$$I_c = \frac{100 \cdot 9^3}{12} = 6.075 \text{ cm}^4$$

A rigidez da laje à flexão é:

$$E_{cs}I_c = 2380 \cdot 6075 = 14.458.500 \text{ cm}^4$$

A flecha imediata na laje em balanço pode ser calculada pela equação mostrada na Figura 18:

$$a_i = \frac{1}{185} \frac{p \ell_x^4}{EI}$$

Para o carregamento p deve ser adotada a combinação quase permanente, dada pela Eq. 43. O fator de redução de carga ψ_2 para combinação quase permanente, por questão de segurança, neste caso deve ser adotado igual a 0,3 (*loais em que não há predominância de pesos de equipamentos fixos nem de concentração de pessoas* (edifícios residenciais)).

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \Sigma \psi_{2j} F_{qjk} = 5,06 + 0,3 \cdot 2,0 = 5,66 \text{ kN/m}^2$$

A flecha imediata na laje será:

$$a_i = \frac{1}{185} \frac{0,0566 \cdot 286^4}{14458500} = 0,14 \text{ cm}$$

A flecha total, que leva em conta a deformação lenta do concreto da laje, considerando o valor já calculado para α_f de 1,32 é:

$$a_t = a_i (1 + \alpha_f) = 0,14 (1 + 1,32) = 0,32 \text{ cm}$$

A flecha limite neste caso, como a laje tem parede nela apoiada, conforme a Tabela 4, pode ser considerada como $\ell/500$, com o vão ℓ na direção da parede:

$$\ell/500 = 286/500 = 0,57 \text{ cm}$$

A flecha calculada, de 0,32 cm, é menor que a flecha limite (0,57 cm). Caso resultasse o contrário, a altura da laje deveria ser aumentada.

As flechas limites consideradas para as demais lajes são as seguintes:

$$\begin{aligned}
 - L3 - \ell/500 &= 656/500 = 1,31 \text{ cm} ; a_t = 0,86 \text{ cm} & \therefore a_t < a_{\text{máx}} \\
 - L5 - \ell/500 &= 486/500 = 0,97 \text{ cm} ; a_t = 0,47 \text{ cm} & \therefore a_t < a_{\text{máx}} \\
 - L6 - \ell/500 &= 486/500 = 0,97 \text{ cm} ; a_t = 0,12 \text{ cm} & \therefore a_t < a_{\text{máx}} \\
 - L7 - \ell/500 &= 386/500 = 0,77 \text{ cm} ; a_t = 0,33 \text{ cm} & \therefore a_t < a_{\text{máx}} \\
 - L8 - \ell/500 &= 286/500 = 0,57 \text{ cm} ; a_t = 0,20 \text{ cm} & \therefore a_t < a_{\text{máx}} \\
 - L9 - \ell/500 &= 286/500 = 0,57 \text{ cm} ; a_t = 0,18 \text{ cm} & \therefore a_t < a_{\text{máx}} \\
 - L10 - \ell/250 &= 286/250 = 1,14 \text{ cm} ; a_t = 0,14 \text{ cm} & \therefore a_t < a_{\text{máx}}
 \end{aligned}$$

Verifica-se que todas as flechas calculadas resultaram menores que as máximas permitidas. Caso alguma laje apresentasse flecha maior que o valor limite, a sua altura deveria ser aumentada.

3.18.7 Verificação do Esforço Cortante

Raramente as lajes maciças de edifícios residenciais necessitam de armadura transversal para resistir aos esforços cortantes. A título de exemplo a verificação será feita para a laje L1 em balanço, onde a reação de apoio característica resultou 12,04 kN/m.

Para não ser necessária a armadura transversal deve-se ter (Eq. 51):

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1}$$

$$V_{Sd} = 1,4 \cdot 12,04 = 16,9 \text{ kN}$$

A força cortante máxima V_{Rd1} (Eq. 54) é:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40\rho_1)] b_w d$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c = 0,25 \left(\frac{0,7 \cdot 0,3 \sqrt[3]{25^2}}{1,4} \right) = 0,3206 \text{ MPa} = 0,03206 \text{ kN/cm}^2$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} \leq 0,02$$

$$\rho_1 = \frac{6,25}{100 \cdot 8} = 0,0078 \leq 0,02$$

Fazendo $k = 1$, V_{Rd1} será:

$$V_{Rd1} = [0,03206 \cdot 1 (1,2 + 4 \cdot 0,0078)] 100 \cdot 8 = 38,8 \text{ kN}$$

Portanto, $V_{Sd} = 16,9 \text{ kN} < V_{Rd1} = 38,8 \text{ kN}$, o que significa que não é necessário dispor armadura transversal na laje L1. Nas demais lajes deve ocorrer a mesma situação.

3.18.8 Detalhamentos das Armaduras Longitudinais

As Figura 62 e Figura 63 mostram o detalhamento das armaduras longitudinais positivas e negativas das lajes. Os critérios aplicados para determinação do comprimento das barras foram apresentados no item 3.12.

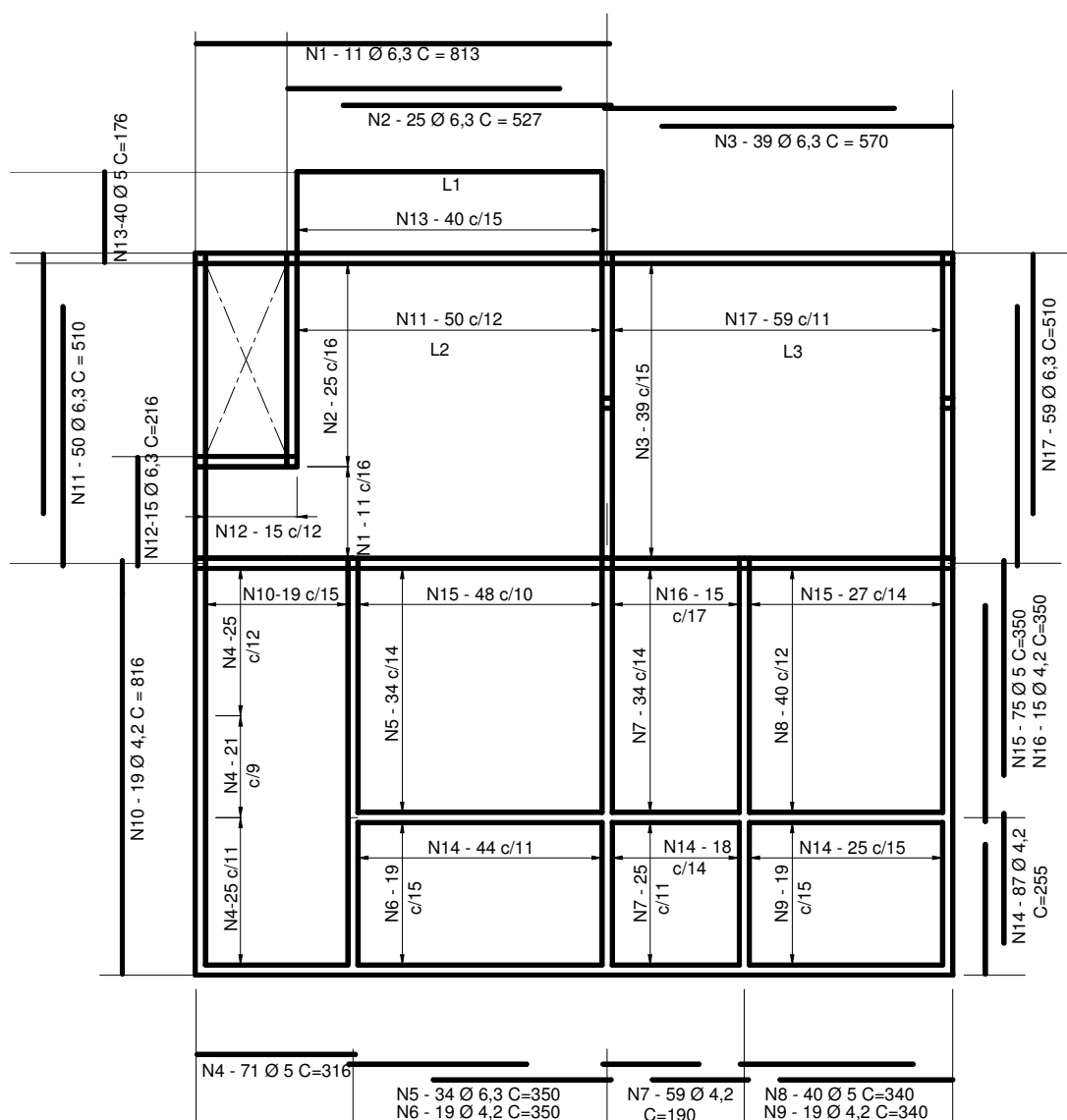


Figura 62 – Detalhamento da armadura longitudinal positiva.

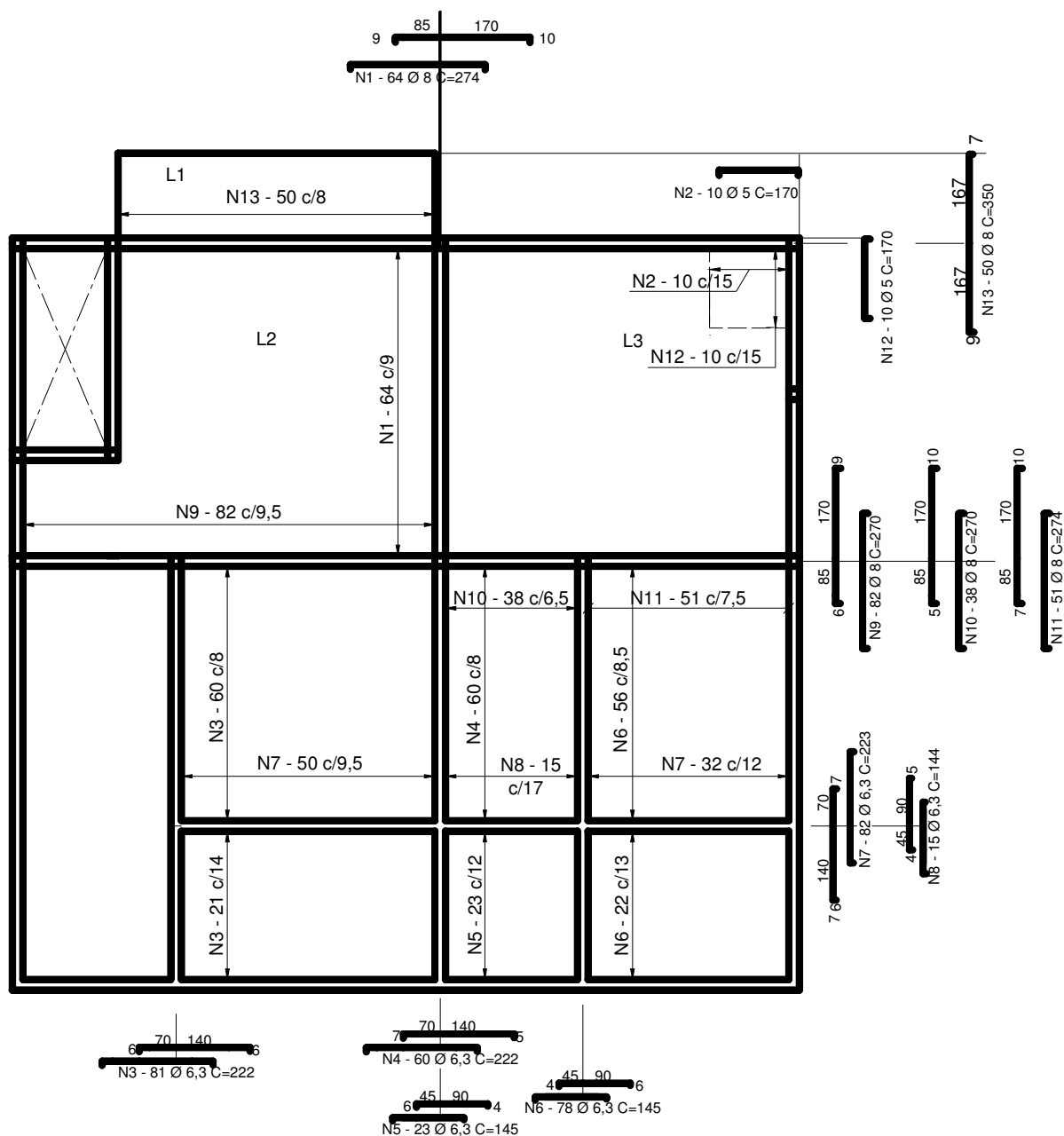


Figura 63 – Detalhamento da armadura longitudinal negativa.

4. LAJES NERVURADAS

4.1. DEFINIÇÃO

A NBR6118/03 (item 14.7.7) define laje nervurada como “as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte” (Figura 64). A resistência do material de enchimento (materiais inertes) não é considerada, ou seja, não contribui para aumentar a resistência da laje nervurada. São as nervuras, unidas e solidarizadas pela mesa (ou capa), que proporcionam a necessária resistência e rigidez.

A laje nervurada é particularmente indicada quando há necessidade de se vencer grandes vãos ou resistir a altas ações verticais. Ao vencer grandes vãos, as quantidades de pilares e vigas resultam menores.

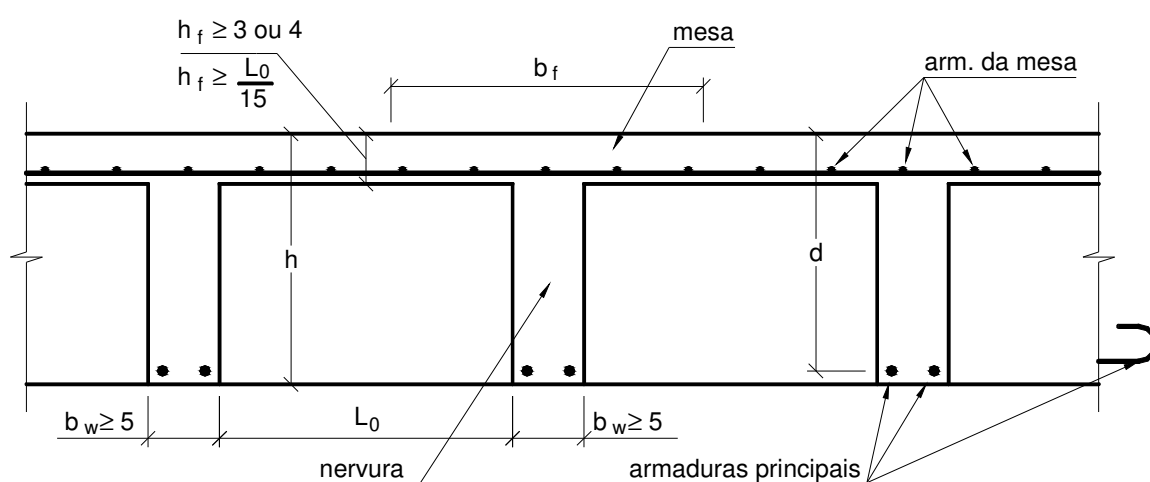


Figura 64 – Seção transversal de uma laje nervurada.

Conforme o desenho em corte da laje mostrado na Figura 64, a NBR 6118/03 (item 13.2.4.2) apresenta as seguintes especificações para as dimensões das lajes nervuradas:

- a) “a espessura da mesa, quando não houver tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a 1/15 da distância entre nervuras e não menor que 3 cm;
- b) o valor mínimo absoluto deve ser 4 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro máximo 12,5 mm;
- c) a espessura das nervuras não deve ser inferior a 5 cm;
- d) nervuras com espessura menor que 8 cm não devem conter armadura de compressão.”

As lajes nervuradas podem ser armadas em uma (unidirecional) ou em duas direções (em cruz ou bidirecional), em função da existência de nervuras em apenas uma ou nas duas direções. A Figura 65 ilustra uma planta de fôrma onde uma laje nervurada com nervuras nas duas direções vence grandes vãos.

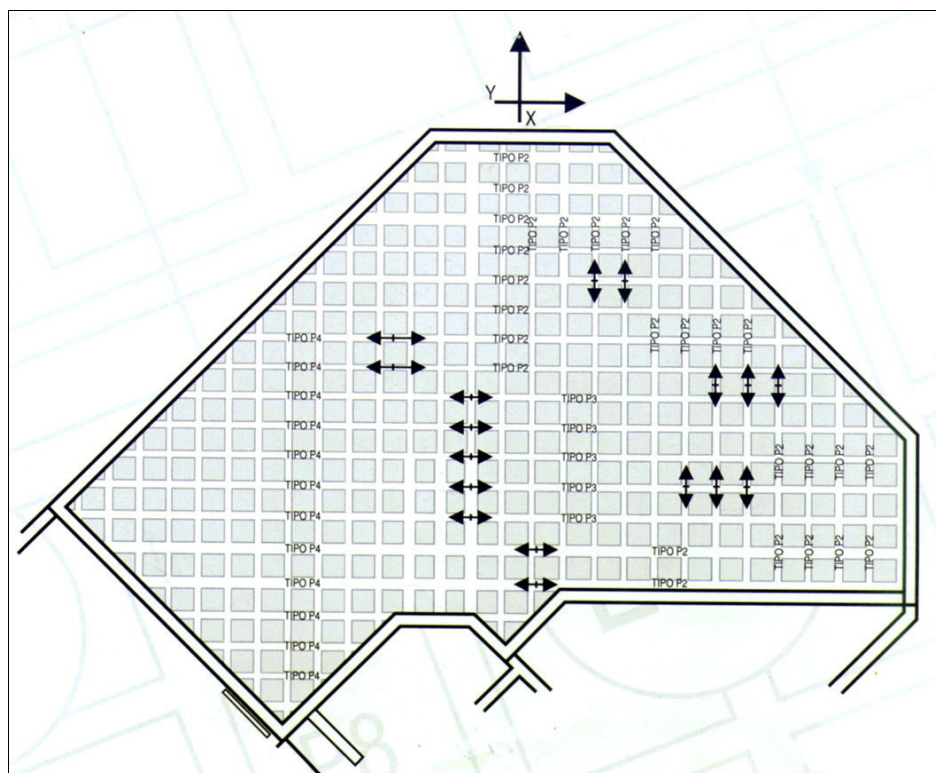


Figura 65 – Laje nervurada em cruz ou bi-direcional (CÓDIGO ENGENHARIA, 2001).

Os materiais de enchimento podem ser constituídos por bloco cerâmico furado, bloco de concreto, bloco de concreto celular autoclavado (Figura 66), isopor, etc. As nervuras podem também ficar expostas ou aparentes quando não são colocados materiais inertes entre elas (Figura 67).

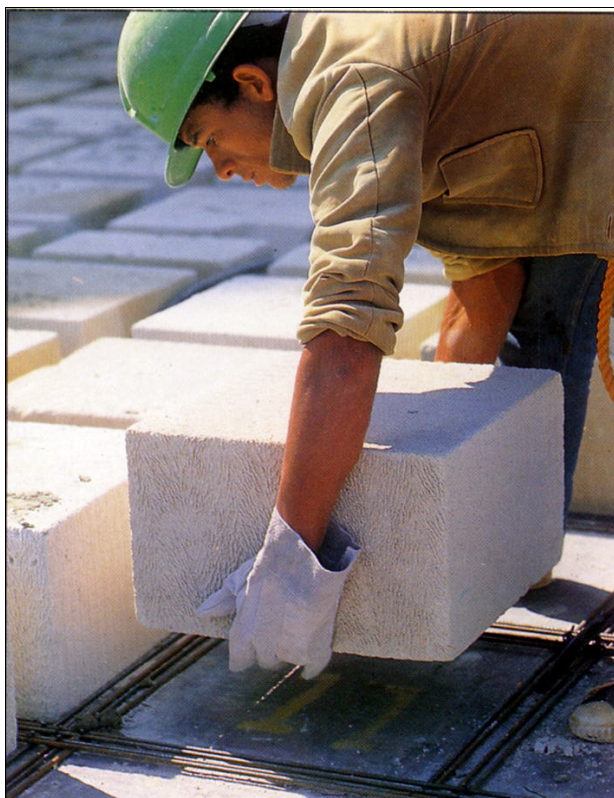


Figura 66 – Enchimento com concreto celular autoclavado (SICAL, 2001).



*Figura 67 – Laje nervurada com moldes plásticos.
(<http://www.flickr.com/photos/atex>).*

As lajes nervuradas apresentam as seguintes vantagens em relação às lajes maciças de concreto:

- menor peso próprio;
- menor consumo de concreto;
- redução de fôrmas;
- maior capacidade de vencer grandes vãos;
- maiores planos lisos (sem vigas).

4.2. TIPOS

Em função da forma e disposição do material de enchimento, há diversas possibilidades para a execução das lajes nervuradas, conforme indicado na Figura 68. O esquema indicado na Figura 68a é o mais comum encontrado na prática, devido à sua facilidade de execução. O esquema **b**, com a mesa no lado inferior, é indicado para proporcionar maior resistência aos momentos negativos, como nos balanços. Os esquemas de **b** a **h**, embora possíveis, não são comuns na prática.

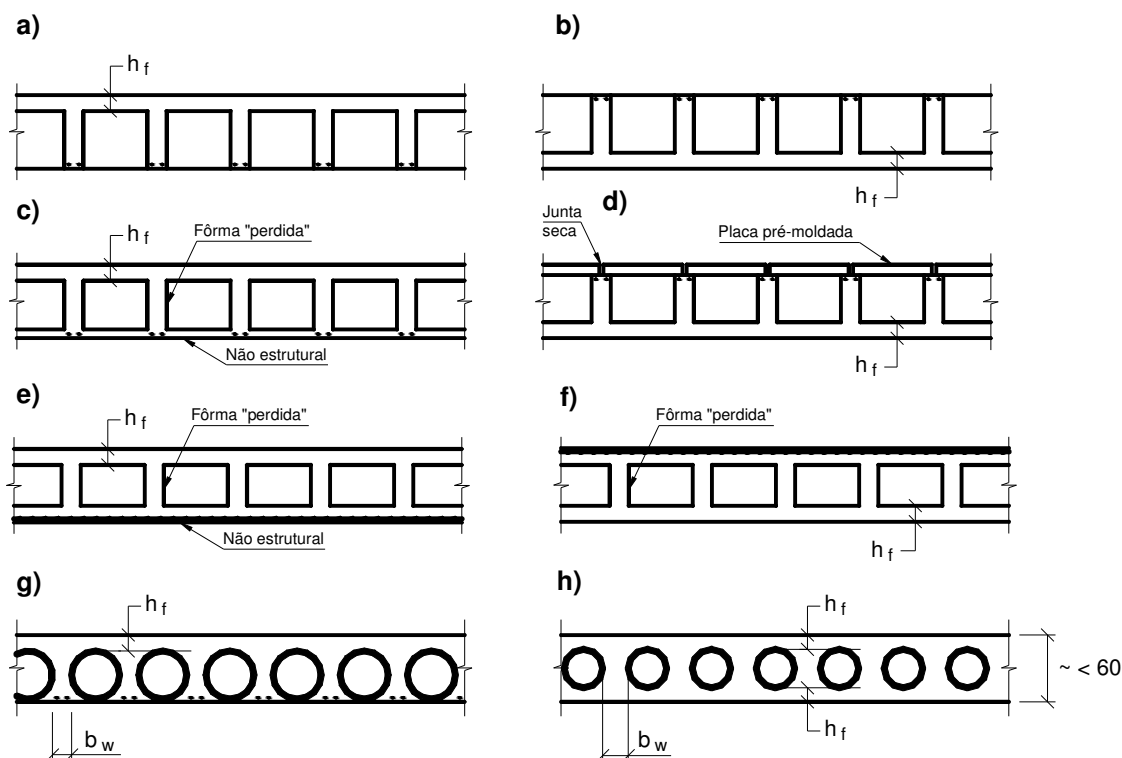


Figura 68 – Várias disposições possíveis para as lajes nervuradas (ANDRADE, 1982).

4.3. CÁLCULO SIMPLIFICADO

A laje nervurada pode ser entendida como um elemento estrutural constituído por vigas (em uma ou em duas direções ortogonais ou não), solidarizadas pela mesa ou capa de concreto. O comportamento estático é intermediário entre o de uma grelha e o de uma laje maciça. A NBR6118/03 (item 13.2.4.2) permite o cálculo como placa (laje) no regime elástico, desde que certas condições sejam obedecidas. Neste caso de cálculo como laje maciça o cálculo é chamado simplificado.

“Para o projeto das lajes nervuradas devem ser obedecidas as seguintes condições:

a) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje; isto é:

$$- \ell_0 \leq 65 \text{ cm} \left\{ \begin{array}{l} \text{não é necessário fazer verificação da mesa à flexão;} \\ \text{esforço cortante nas nervuras verificado como nas lajes maciças.} \end{array} \right.$$

b) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm; isto é:

$$- 65 \text{ cm} \leq \ell_0 \leq 110 \text{ cm} \left\{ \begin{array}{l} \text{é necessário fazer a verificação da mesa à flexão;} \\ \text{esforço cortante nas nervuras verificado como nas vigas.} \end{array} \right.$$

$\ell_0 \leq 90 \text{ cm}$ e $b_{w,nerv} > 12 \text{ cm}$ {esforço cortante nas nervuras verificado como nas lajes maciças.

c) para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura,” isto é:

$\ell_0 > 110 \text{ cm}$ { mesa calculada como laje maciça apoiada nas nervuras.

Esta recomendação é reforçada pelo texto do item 14.7.7: “Quando essas hipóteses não forem verificadas, deve-se analisar a laje nervurada considerando a capa como laje maciça apoiada em grelha de vigas”.

O cálculo simplificado consiste em determinar os esforços solicitantes (momentos fletores e reações de apoio) e deslocamentos (flechas) de acordo com as tabelas desenvolvidas para as lajes maciças segundo a teoria da elasticidade (tabelas de Bares, Czerny, etc.).

A NBR 6118/03 (item 14.7.7) especifica que as lajes nervuradas unidirecionais “devem ser calculadas segundo a direção das nervuras desprezadas a rigidez transversal e a rigidez à torção. As lajes nervuradas bidirecionais (conforme ABNT NBR 14859-2) podem ser calculadas, para efeito de esforços solicitantes, como lajes maciças.”

A versão anterior da NBR 6118 previa que nas lajes nervuradas armadas em uma direção (unidirecionais) deveriam ser dispostas nervuras transversais sempre que houvesse cargas concentradas a distribuir na laje e sempre que o vão principal ultrapassasse 4 m, dispondo-se nervuras transversais a cada 2 m.

Quando for necessário o projeto de uma laje nervurada de modo mais refinado que aquele proporcionado pelo “cálculo simplificado”, deve-se calcular os esforços solicitantes e os deslocamentos considerando-se a laje como uma grelha, ou, o que é ainda mais refinado, considerar o método dos Elementos Finitos. O cálculo da laje como uma grelha é simples e fácil de ser implementado, além de conduzir a resultados precisos e confiáveis. Atualmente, no Brasil, conta-se com alguns programas computacionais comerciais para o projeto das lajes nervuradas, que permitem o cálculo por grelhas e pelo método dos Elementos Finitos.

4.4 AÇÕES

As ações nas lajes nervuradas podem ter várias e diferentes causas, como previsto nas normas NBR 6118/03 (item 11) e NBR 8681/03, sendo as mais importantes as ações permanentes e as ações variáveis.

As ações variáveis (“cargas acidentais”) devem ser consultadas na NBR 6120/80. As cargas de paredes apoiadas na laje podem ser determinadas segundo os mesmos critérios de cálculo especificados para as lajes maciças, como apresentados no item 3.4. As demais cargas permanentes devem ser consideradas e calculadas.

O peso próprio das lajes nervuradas pode ser calculado por metro quadrado de área. Uma forma de cálculo consiste em separar uma área da laje, cujo centro coincide com o cruzamento de duas nervuras, com lados de dimensões iguais à distância entre os eixos das nervuras.

Na Figura 69 está mostrada a área de uma laje com nervuras nas duas direções, igualmente espaçadas. Considerando que a altura total da laje seja de 24 cm e a altura da capa seja de 4 cm. O procedimento consiste em determinar os volumes de concreto e as espessuras médias de concreto e de enchimento, correspondente à área delimitada da laje.

O volume de concreto para a área resulta:

$$V_c = \underbrace{(48 \times 48 \times 4)}_{\text{(capa)}} + \underbrace{(48 \times 8 \times 20)}_{\text{(nervura)}} + \underbrace{(20 \times 8 \times 20) \times 2}_{\text{(nervura)}} = 23.296 \text{ cm}^3$$

A espessura média de concreto pode então ser determinada:

$$\bar{e}_c = \frac{V_c}{\text{Area}} = \frac{23296}{48 \cdot 48} = 10,11 \text{ cm}$$

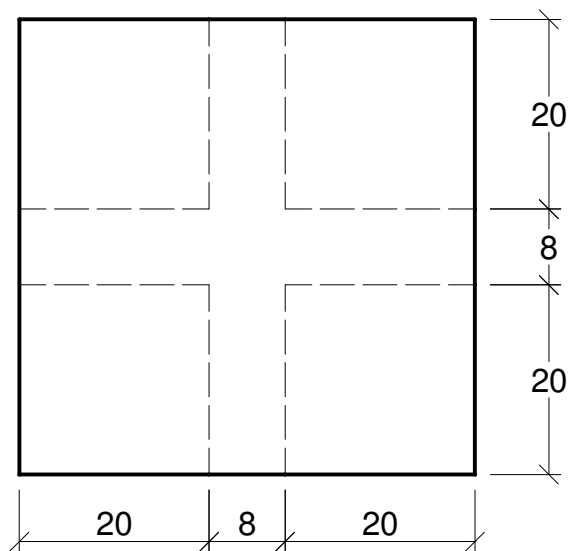


Figura 69 – Área da laje considerada no cálculo do peso próprio.

A espessura média do material de enchimento é a diferença entre a altura total da laje e a espessura média de enchimento:

$$\bar{e}_{\text{ench}} = h - \bar{e}_c = 24 - 10,11 = 13,89 \text{ cm}$$

O peso próprio total da laje será:

$$\begin{aligned} \text{concreto} &= 0,1011 \times 25 = 2,53 \text{ kN/m}^2 \\ \text{enchimento} &= 0,1389 \times 6,0 = 0,83 \text{ “} \\ \text{Total} &= 3,36 \text{ “} \end{aligned}$$

4.5 MOMENTOS FLETORES NOS APOIOS INTERMEDIÁRIOS

Considere duas lajes nervuradas independentes, mas com uma borda de apoio (viga) comum, com nervuras contínuas sobre esta viga de apoio. Existindo a continuidade das nervuras sobre a viga de apoio, surgem momentos fletores negativos que solicitam a laje na região do apoio (Figura 70).

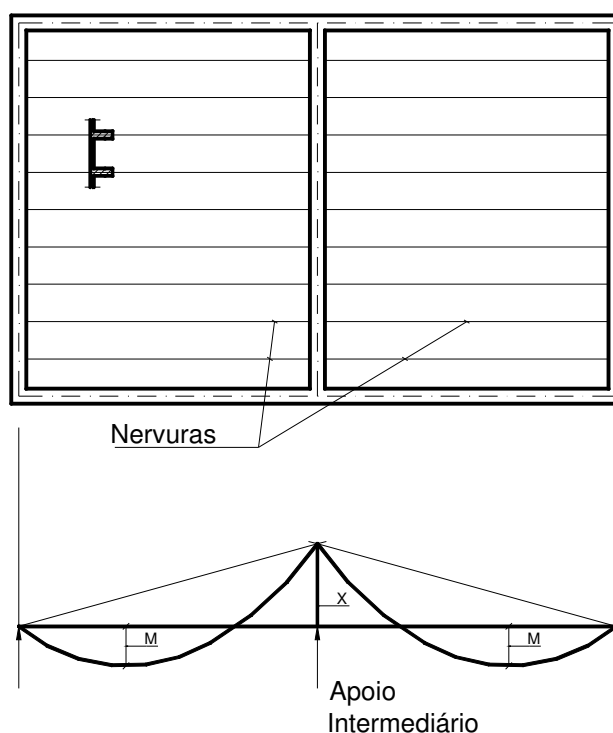


Figura 70 – Laje nervurada dupla na região dos momentos negativos.

O projeto da laje nervurada quanto a esses momentos fletores negativos, considerando a capa no lado superior das nervuras, pode ser feito admitindo-se uma das seguintes hipóteses:

- a) a seção da nervura (seção retangular), com armadura simples (negativa), é suficiente para suportar o momento fletor negativo;
- b) se a seção da nervura é insuficiente com armadura simples, pode-se utilizar armadura dupla, desde que $b_w \geq 8$ cm. Nesse cálculo os limites impostos para a posição da linha neutra devem ser obedecidos, visando garantir a necessária ductilidade;
- c) a seção da nervura é insuficiente, mas pode-se aumentar a seção (normalmente a altura);
- d) eliminar a continuidade, isto é, considerar as lajes isoladas e totalmente independentes, o que significa dizer que estará se considerando o momento fletor negativo igual a zero. Neste caso, a fim de evitar fissuras, deve-se colocar uma armadura negativa construtiva, como por exemplo $\phi 6,3$ mm cada 15 ou 20 cm.

Uma outra solução, mais exata, consiste em se impor uma armadura negativa nas nervuras, e então se determinar o momento fletor resistente proporcionado pelas nervuras. Este momento fletor seria imposto à laje na seção sobre a viga de apoio, o que pode ser feito facilmente por meio de engastes elásticos. Os esforços e deformações calculadas para a laje nervurada seriam função do momento fletor negativo aplicado na borda, com a garantia da seção no apoio estar corretamente verificada.

Uma solução menos usual na prática, consiste em fazer a laje nervurada com mesa dupla na extensão dos momentos negativos, conforme indicados na Figura 70. Esta é a solução que leva à maior resistência aos momentos negativos, com a desvantagem da execução da laje ser mais trabalhosa.

4.6 DIMENSIONAMENTO

No caso das lajes nervuradas com nervuras nas duas direções (bidirecionais) os momentos fletores determinados de acordo com a Teoria das Placas, que são M_x , M_y , M'_x (ou X_x) e M'_y (ou

X_y) são momentos atuantes em faixas de largura unitária (1 m por exemplo). É necessário determinar o valor do momento fletor atuante em cada nervura, o que, para isto, basta multiplicar o momento fletor atuante na faixa unitária por $b_f (a + b_w)$, em cada direção.

4.6.1 Flexão nas Nervuras

Quando a mesa está comprimida, no cálculo da armadura de flexão (A_s) pode-se considerar a contribuição da mesa. Neste caso, o cálculo é como seção T ($b_f \cdot h$). Quando a mesa está tracionada, o cálculo é como seção retangular ($b_w \cdot h$). Devem ainda serem observados:

- a extensão da armadura longitudinal (cobrimento do diagrama de momentos fletores);
- ancoragem da armadura longitudinal nos apoios;
- taxas mínimas de armadura;
- fissuração, etc.

4.6.2 Esforço Cortante

O dimensionamento das lajes nervuradas ao esforço cortante é feito em função do espaçamento entre as nervuras. Quando o espaçamento livre entre as nervuras é menor que 65 cm o esforço cortante deve ser verificado de forma análoga ao das lajes maciças, como apresentado no item 3.11.2.

Quando o espaçamento livre entre as nervuras é superior a 65 cm e menor que 110 cm, o esforço cortante nas nervuras deve ser verificado como nas vigas de concreto armado, o que será estudado na disciplina Estruturas de Concreto II. Neste caso, sempre haverá uma armadura transversal nas nervuras, mesmo que mínima, e ao longo de todo o comprimento da nervura.

4.7 EXEMPLO

4.7.1 Laje em Cruz (nervuras nas duas direções), $L_0 < 65$ cm

A planta de fôrma com o detalhe das nervuras nas duas direções está mostrada na Figura 71.

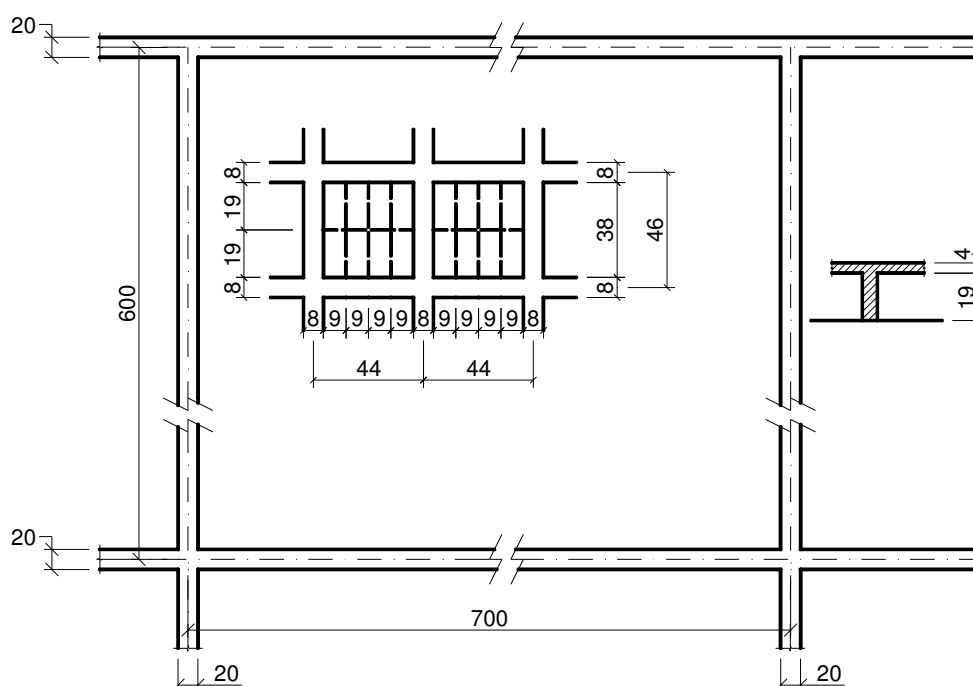


Figura 71 – Planta de fôrma com detalhe das nervuras.

São conhecidos:

C20

CA-50

$\gamma_{\text{bloco baiano}} = 13 \text{ kN/m}^3$

$\gamma_{\text{revest}} = 19 \text{ kN/m}^3$

ação variável $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$

$c = 2,0 \text{ cm}$

brita 1

$\gamma_{\text{conc}} = 25 \text{ kN/m}^3$

$\gamma_{\text{contrap}} = 21 \text{ kN/m}^3$

$\gamma_{\text{piso}} = 0,15 \text{ kN/m}^2$

RESOLUÇÃO

1º) Cálculo das Cargas (Figura 72)

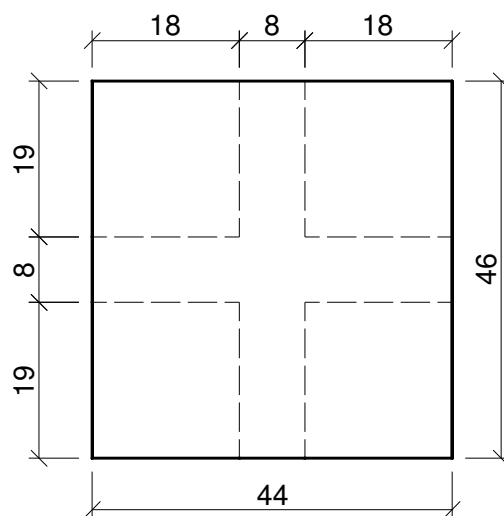


Figura 72 – Área da laje a ser considerada para cálculo do peso próprio.

Volume de concreto:

$$V_c = (46 \times 44 \times 4) + (46 \times 8 \times 19) + (18 \times 8 \times 19) \times 2 = 20560 \text{ cm}^3$$

Espessura média equivalente de concreto:

$$\bar{e}_c = \frac{V_c}{\text{area}} = \frac{20560}{46 \cdot 44} = 10,16 \text{ cm}$$

Espessura média do material de enchimento:

$$\bar{e}_{\text{ench}} = h - \bar{e}_c = 23 - 10,16 = 12,84 \text{ cm}$$

Carga total atuante na laje:

concreto	$= 0,1016 \cdot 25$	$= 2,54 \text{ kN/m}^2$
enchimento	$= 0,1284 \cdot 16$	$= 1,67 \text{ “}$
revestimento teto	$= 0,02 \cdot 19$	$= 0,38 \text{ “}$
contrapiso	$= 0,03 \cdot 21$	$= 0,63 \text{ “}$
piso		$= 0,15 \text{ “}$
ação variável		$= 2,0 \text{ “}$
Total (p)		$= 7,37 \text{ “}$

2º) Esforços Solicitantes

a) Momentos Fletores

Laje tipo 1 → apoiada nos 4 lados.

$$\lambda = \frac{700}{600} = 1,17 \quad \rightarrow \text{Tabela A-8: } \mu_x = 5,53 \quad ; \quad \mu_y = 4,22$$

$$M_x = 5,53 \frac{7,37 \cdot 6^2}{100} = 14,67 \text{ kN.m} = 1467 \text{ kN.cm/m}$$

$$M_y = 4,22 \frac{7,37 \cdot 6^2}{100} = 11,20 \text{ kN.m} = 1120 \text{ kN.cm/m}$$

b) Reações de Apoio

Na Tabela A-5 encontram-se: $v_x = 2,87$ e $v_y = 2,50$. As reações nas vigas de apoio da laje são:

$$V_x = 2,87 \frac{7,37 \cdot 6}{10} = 12,69 \text{ kN/m}$$

$$V_y = 2,50 \frac{7,37 \cdot 6}{10} = 11,06 \text{ kN/m}$$

c) Esforços Solicitantes por Nervura

Os esforços por nervura são obtidos multiplicando-se os esforços por metro pela distância entre os eixos das nervuras, tal que:

$$M_{x,nerv} = 1467 \cdot 0,44 = 645 \text{ kN.cm}$$

$$M_{y,nerv} = 1120 \cdot 0,46 = 515 \text{ “}$$

$$V_{x,nerv} = 12,69 \cdot 0,44 = 5,58 \text{ kN/m}$$

$$V_{y,nerv} = 11,06 \cdot 0,46 = 5,09 \text{ “}$$

3º) Dimensionamento à Flexão

a) Direção x

$$M_d = 645 \cdot 1,4 = 903 \text{ kN.cm}$$

$$K_c = \frac{44 \cdot 20,5^2}{903} = 20,5 \quad \rightarrow \quad \beta_x = 0,05 \quad \rightarrow \quad x = 1,05 < h_f$$

$$A_{sx} = 0,024 \frac{903}{20,5} = 1,06 \text{ cm}^2/\text{nervura} \quad \rightarrow \quad 2 \phi 8 \text{ mm} = 1,00 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,min} = \frac{0,15}{100} 8 \cdot 23 = 0,28 \text{ cm}^2/\text{nervura}$$

b) Direção y

$$M_d = 515 \times 1,4 = 721 \text{ kN.cm}$$

$$k_c = \frac{46 \cdot 20^2}{721} = 25,5$$

$$A_{sy} = 0,023 \frac{721}{20} = 0,83 \text{ cm}^2/\text{nervura} \rightarrow 2 \phi 8 \text{ mm} = 1,00 \text{ cm}^2$$

O detalhamento das armaduras nas duas direções está mostrado na Figura 73.

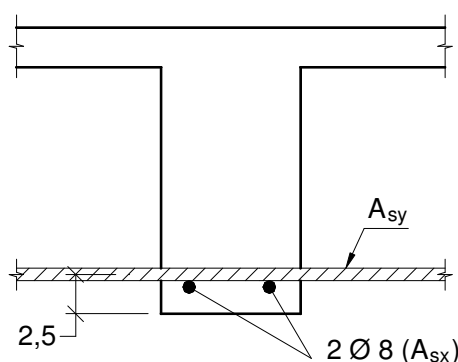


Figura 73 – Detalhamento da armadura da nervura.

4º) Verificações

A verificação da resistência da mesa à flexão não é necessária, pois $L_0 < 65 \text{ cm}$ (nas duas direções) e não há força concentrada. É necessário verificar a laje ao esforço cortante, e como L_0 é menor que 65 cm, esta verificação pode ser feita como laje maciça. De modo geral, as lajes nervuradas não necessitam de armadura transversal nas nervuras.

5º) Detalhamento Final

O detalhamento das armaduras longitudinais das nervuras nas duas direções está mostrado na

Figura 74.

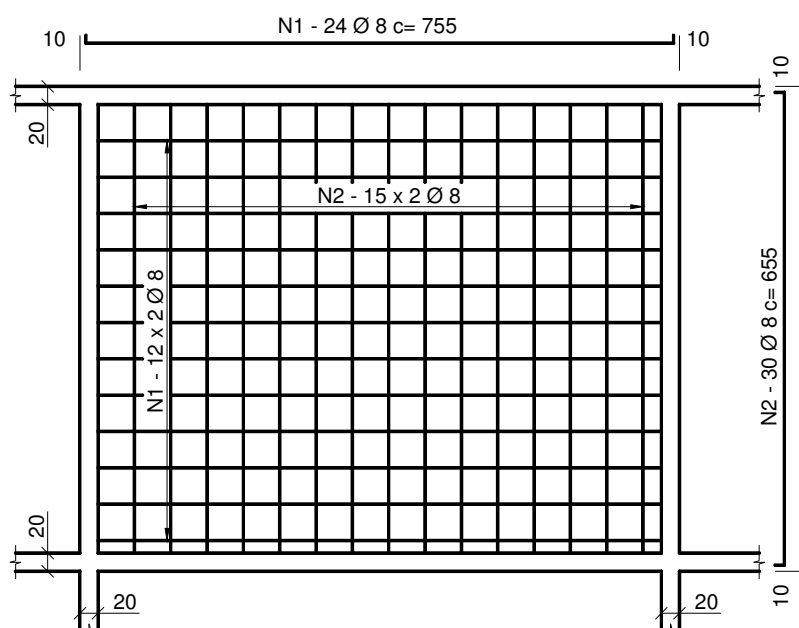


Figura 74 – Detalhamento das armaduras da laje.

4.8 EXERCÍCIO

Para a planta de fôrma da Figura 75, deve-se projetar uma laje nervurada. Trata-se de uma laje de cobertura, onde a face inferior da laje deve ser lisa (sem o aparecimento ou visualização das vigas). A posição dos pilares é aproximada e pode ser ajustada em função do projeto estrutural. Para uma maior facilidade de execução, a mesa da laje nervurada deve ficar na parte superior das nervuras. São dados:

C25

CA-50

 $c = 2,5$ $\gamma_{\text{concr}} = 25 \text{ k N/m}^3$

brita 1

 $\gamma_{\text{revest}} = 19$ ação variável (laje de cobertura) $q_k = 0,5 \text{ kN/m}^2$

Utilizar bloco de concreto celular autoclavado ($\gamma = 500 \text{ kg/m}^3$) para diminuir o peso próprio da laje.

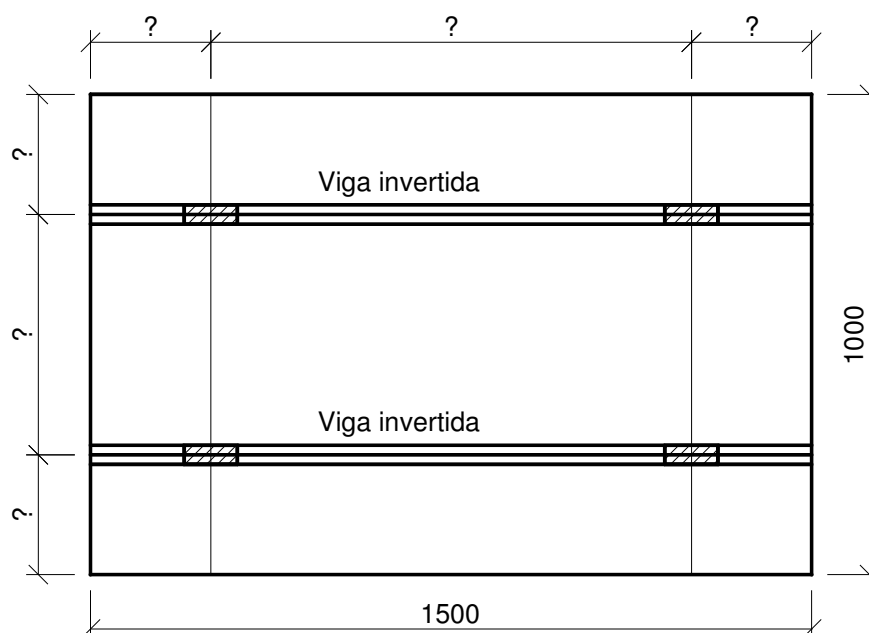


Figura 75 – Dimensões da laje nervurada a ser projetada.

5. LAJES PRÉ-FABRICADAS

As normas brasileiras NBR 14859-1 (2002), NBR 14859-2 (2002), NBR 14860-1 (2002), NBR 14860-2 (2002) e NBR 14861 (2002) apresentam as características exigíveis para alguns tipos de lajes pré-fabricadas.

Define-se como laje pré-fabricada ou pré-moldada a laje que tem suas partes constituintes fabricadas em escala industrial no canteiro de uma fábrica. Pode ser de concreto armado ou de concreto protendido. São aplicadas tanto nas construções de pequeno porte como também nas de grande porte. Neste texto se dará ênfase às lajes pré-fabricadas para as construções de pequeno porte.

5.1 DEFINIÇÕES

Conforme as várias normas citadas no item anterior, as seguintes lajes pré-fabricadas podem ser assim definidas:

a) **laje pré-fabricada unidirecional:** são as lajes constituídas por nervuras principais longitudinais, dispostas em uma única direção. Podem ser empregadas algumas nervuras transversais, perpendiculares às nervuras principais;

b) **laje pré-fabricada bidirecional:** laje nervurada, constituída por nervuras principais nas duas direções;

c) **pré-laje:** são placas com espessura de 3 cm a 5 cm e larguras padronizadas, constituídas por concreto estrutural, executadas industrialmente fora do local de utilização definitivo da estrutura, ou mesmo em canteiros de obra. Englobam total ou parcialmente a armadura inferior de tração, integrando a seção de concreto da nervura. As pré-lajes podem ser unidirecionais ou bidirecionais, e as placas podem ser de concreto armado ou de concreto protendido;

d) **laje alveolar protendida:** conjunto formado por painéis alveolares protendidos pré-fabricados, montados por justaposição lateral, eventual capa de concreto estrutural e material de rejuntamento.

As lajes pré-fabricadas são constituídas por nervuras (também chamadas vigotas ou trilhos) de concreto e armadura, blocos de enchimento e capeamento superior de concreto (Figura 76). São muito comuns tanto para laje de piso como para laje de forro. Em função da armadura e da forma da vigota as lajes pré-fabricadas são hoje comumente encontradas segundo dois tipos diferentes: laje treliça (Figura 77) e laje convencional (Figura 78).

A seguir são apresentadas as principais características desses dois tipos de laje pré-fabricada.

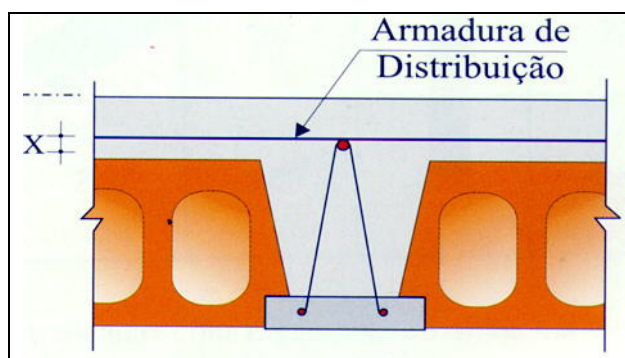


Figura 76 – Laje pré-fabricada do tipo treliçada (FAULIM, 1998).



Figura 77 – Laje pré-fabricada do tipo treliçada (FAULIM, 1998).

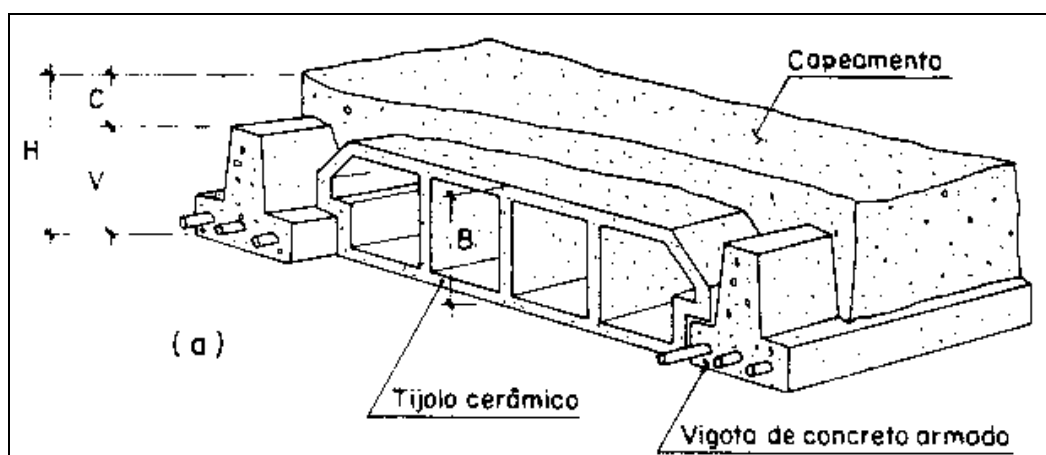


Figura 78 – Laje pré-fabricada do tipo convencional.

5.2 LAJE TRELIÇA

A laje treliça surgiu na Europa com o propósito de ser uma opção mais econômica que as lajes maciças de concreto, sendo utilizada em vários países do mundo. Possibilitam vencer grandes vãos com menor peso próprio e redução de mão-de-obra durante sua execução.

Na laje treliça a armadura das nervuras tem a forma de uma treliça espacial (Figura 79). O banzo inferior é constituído por duas barras e o banzo superior por uma barra. Os banzos inferior e superior são unidos por barras diagonais inclinadas (em sinusóide), soldadas por eletrofusão. Proporcionam rigidez ao conjunto, melhoram o transporte e manuseio das vigotas já prontas e aumentam a resistência aos esforços cortantes.

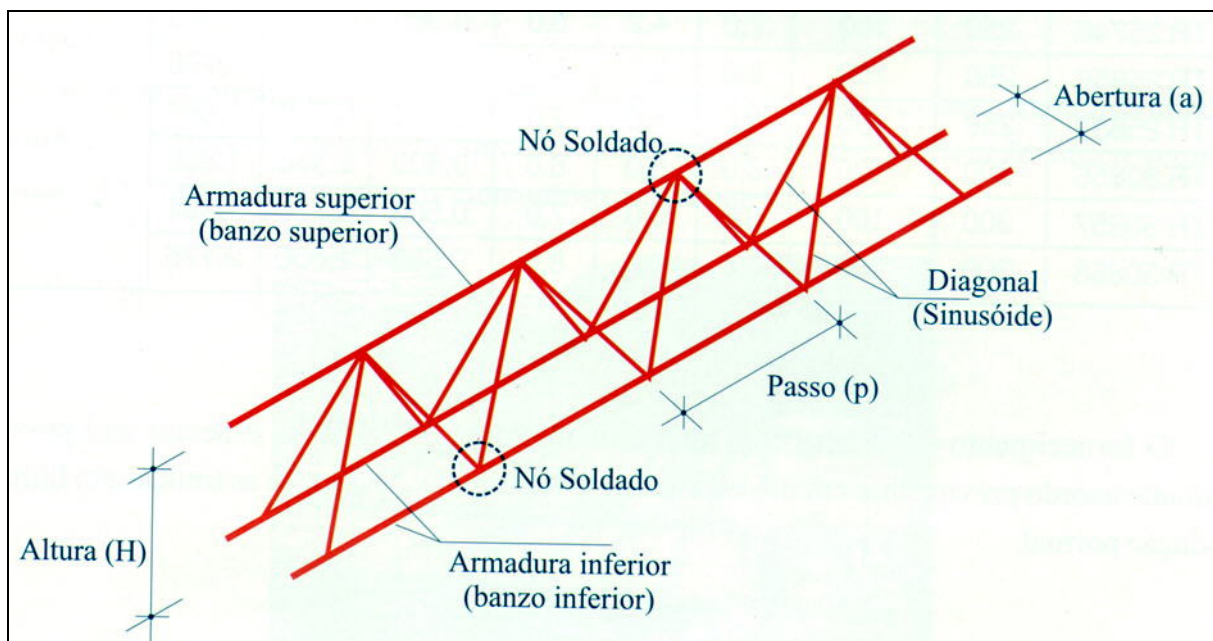


Figura 79 – Armação em forma de treliça espacial (FAULIM, 1998).

As vigotas ou trilhos são constituídos pela armação treliçada com as barras do banzo inferior envolvidas por concreto, em forma de uma placa fina, como mostrado na Figura 80.

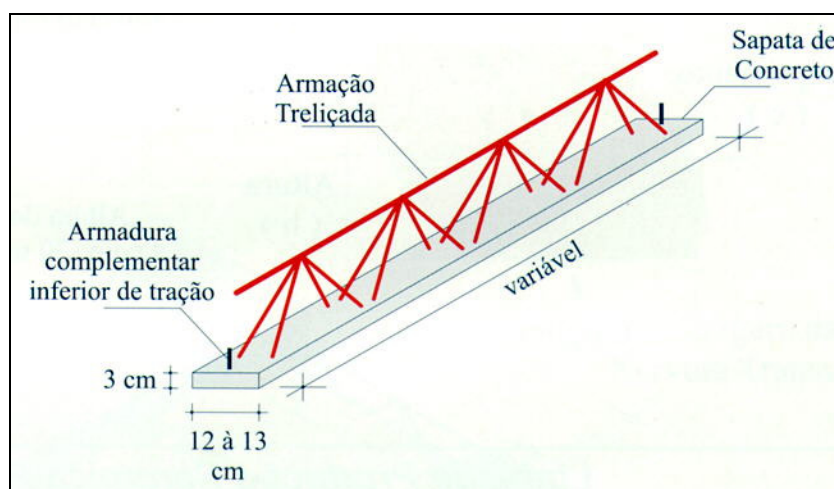


Figura 80 – Nervura da laje treliça (FAULIM, 1998).

As vigotas, em conjunto com a capa de concreto (ou mesa), fornecem a resistência necessária à laje, atuando para resistir aos momentos fletores e às forças cortantes. Servem de apoio também aos blocos cerâmicos ou de isopor (EPS). As vigotas treliçadas constituem as nervuras principais (vigas) da laje treliça.

As vigotas podem conter barras longitudinais adicionais, que proporcionam maior resistência à flexão possibilitando vencer vãos maiores.

Os blocos de enchimento exercem a função de dar forma ao concreto (Figura 81), dando forma às nervuras e à capa, além de proporcionarem superfícies inferiores lisas. Os materiais de enchimento devem ser preferencialmente leves e de custo baixo, sendo mais comuns os de material cerâmico, principalmente para as construções de pequeno porte. Outros materiais são o concreto celular autoclavado e o EPS.

Por serem elementos vazados e constituídos de material mais leve que o concreto, reduzem o peso próprio das lajes. Os blocos cerâmicos são produzidos segundo diversas e diferentes dimensões, conforme o fabricante (Tabela 20). São normalmente fornecidos pelo fabricante em conjunto com as vigotas da laje treliça.

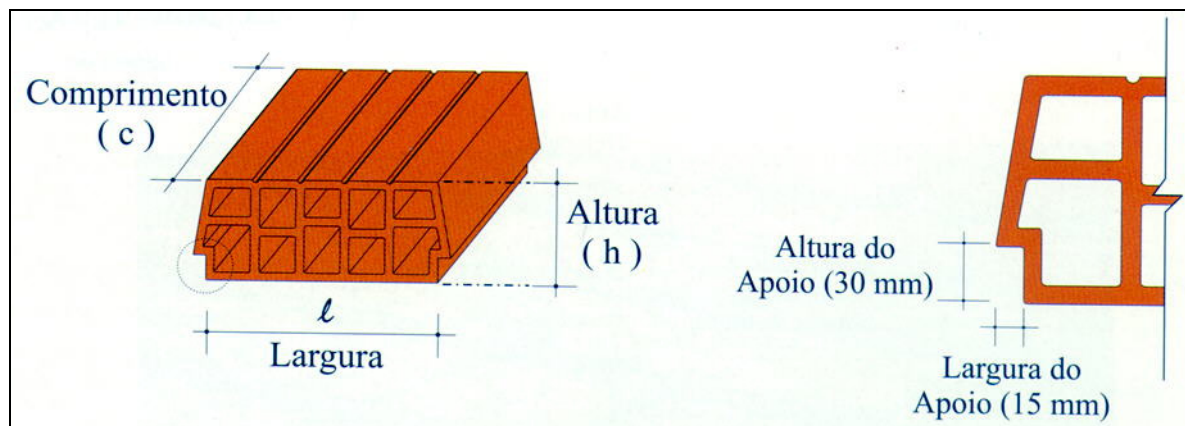


Figura 81 – Bloco cerâmico de enchimento (FAULIM, 1998).

Tabela 20 - Dimensões dos blocos cerâmicos de enchimento (FAULIM, 1998).

Designação	H 7/25/20	H 7/30/20	H 10/30/20	H 12/30/20	H 16/30/20	H 20/30/20
Altura H (cm)	7	7	12	16	20	10
Largura L (cm)	25	30	30	30	30	30
Comprimento c (cm)	20	20	20	20	20	20
Massa Unitária (kg/peça)	2,0	2,3	3,0	3,8	4,8	5,2

5.2.1 Nervura Transversal

As nervuras transversais devem ser dispostas na direção perpendicular às nervuras principais, a cada dois metros. São construídas entre os blocos, afastados entre si para permitir a penetração do concreto e a colocação de armadura longitudinal, como indicado na Figura 82.

As nervuras transversais exercem a função de travamento lateral das nervuras principais, levando a uma melhor uniformidade do comportamento estrutural das nervuras, contribuindo na redistribuição dos esforços solicitantes.

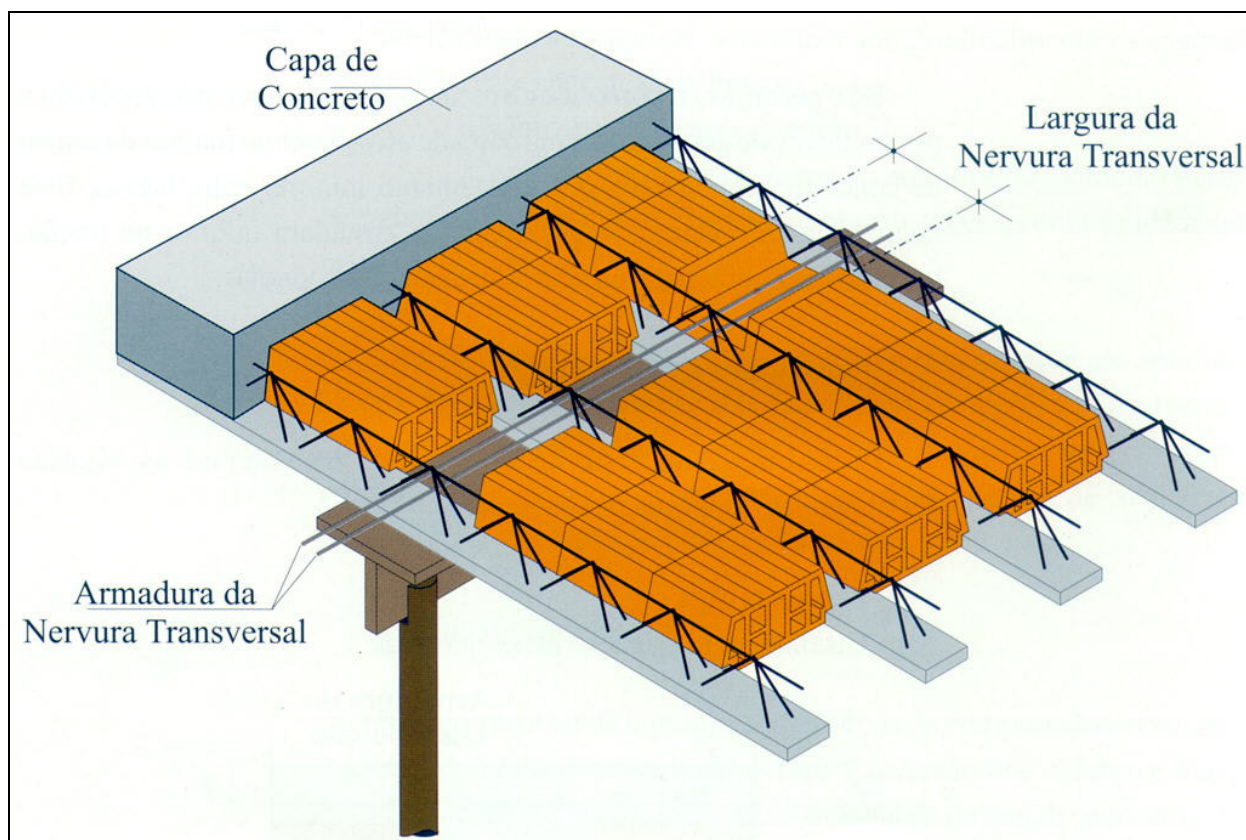


Figura 82 – Nervura transversal (FAULIM, 1998).

5.2.2 Armadura Complementar

A armadura complementar tem a função de aumentar a resistência das lajes aos momentos fletores positivos e negativos. A armadura positiva é composta por barras de aço dispostas ao longo do comprimento das nervuras, as quais se somam às duas barras do banzo inferior. Pode estar situada dentro da placa de concreto ou sobre ela, como indicado na Figura 83. A armadura longitudinal negativa é posicionada próxima à face superior da capa (Figura 84), e tem o objetivo de aumentar a resistência da laje aos momentos negativos.

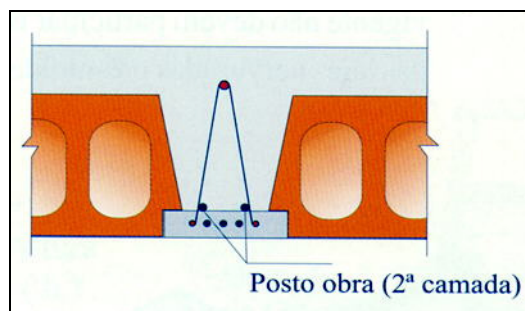


Figura 83 – Armadura complementar positiva (FAULIM, 1998).

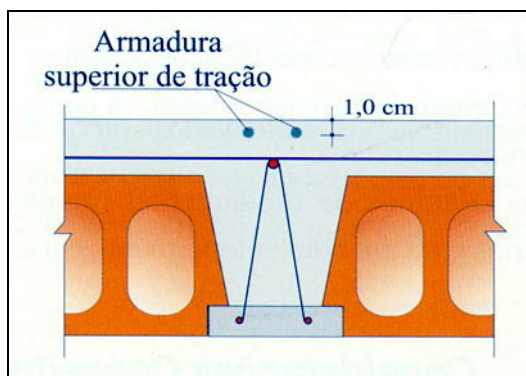


Figura 84 – Armadura complementar negativa (FAULIM, 1998).

5.2.3 Armadura de Distribuição

É a armadura que fica posicionada transversalmente às nervuras e sobre a barra do banzo superior da treliça (Figura 85). Esta armadura tem algumas funções: aumentar a resistência da mesa à flexão e à força cortante, fazer as nervuras trabalharem mais conjuntamente e melhorar a ligação entre a mesa e as nervuras a fim de criar a seção T.

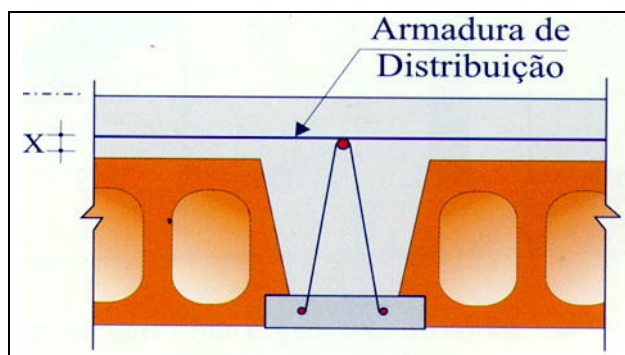


Figura 85 – Armadura complementar na capa (FAULIM, 1998).

5.2.4 Escolha da Laje

Para a escolha das dimensões da laje, os principais parâmetros de entrada são os seguintes:

- vãos efetivos;
- ações, abrangendo os carregamentos permanentes e variáveis;
- vinculação nos apoios;
- tipo de utilização.

Com o auxílio de tabelas, normalmente fornecidas pelo fabricante, pode-se determinar a altura da laje e a necessidade ou não de armadura complementar positiva ou negativa. Deve-se ter atenção especial com relação à flecha resultante.

Na Tabela 21 aqui fornecida como exemplo, o fabricante fornece um indicativo da situação das lajes em relação à flecha, onde:

- valores em verde $\Rightarrow$ tranquilidade
- valores em amarelo $\Rightarrow$ atenção

Tabela 21 – Indicativo da flecha FAULIM (2004).

Situação	Natureza do carregamento
Verde	Incidência de alvenarias, escadas, piscinas, reservatórios, arquibancadas, salas para ginástica, musculação, etc.
Amarela	Incidência de divisórias leves, utilização residencial, escritórios, salas de aula, salas de leitura ou similares, forros, etc.

Como ação a ser considerada na laje deve-se somar as ações permanentes e variáveis. Como carregamentos permanentes pode-se citar: contrapiso, revestimento, alvenarias, enchimentos, etc. As ações variáveis para a utilização da laje devem ser consultadas na NBR 6120/80. De modo geral os fabricantes definem a soma das ações permanentes (exceto o peso próprio) com as variáveis como sobrecarga.

5.2.5 Exemplos

Nos exemplos seguintes, toma-se como referência as tabelas constantes do manual produzido pelo fabricante FAULIM (2004).

1) Laje de forro de uma residência, sendo conhecidos:

- vão efetivo = 4,0 m;
- ação variável $q = 0,5 \text{ kN/m}^2 = 50 \text{ kgf/m}^2$;
- sobrecarga = $50 + 50 \text{ (telhado)} + 38 \text{ (revestimento)} = 138 \text{ kgf/m}^2 \approx 150 \text{ kgf/m}^2$;
- apoios simples.

Como uma primeira opção, na tabela I - LT 10 (7 + 3) encontra-se:

- bloco H 7/30/20 $\rightarrow$ 2 ϕ 6 mm para armadura complementar positiva.
(vão de 4,10 m - situação amarela, apoios simples)

Como uma segunda opção, na tabela I - LT 11 (7 + 4) encontra-se:

- bloco H 7/30/20 $\rightarrow$ 2 ϕ 6 mm para armadura complementar positiva.
(vão de 4,20 m - situação amarela, apoios simples)

Complementando a escolha das dimensões da laje, tem-se ainda:

- Nervuras transversais: 1 NT com 2 ϕ 6,3; largura da nervura = 10 cm;
- Armadura de distribuição: ϕ 4,2 c/20;

- Espaçamento médio entre linhas de escora: 1,20 m;
- Contraflecha: $\frac{\ell}{300} = \frac{400}{300} = 1,3 \text{ cm.}$

Por se tratar de laje de forro, a armadura de distribuição poderia ser suprimida, sem prejuízos estruturais à laje. Esta armadura, no entanto, pode evitar ou diminuir fissuras que aparecem paralelas às nervuras, na ligação com os blocos cerâmicos.

2) Laje do piso superior de um sobrado, sendo conhecidos:

- vão efetivo = 4,5 m;
- ação variável $q = 1,5 \text{ kN/m}^2 = 150 \text{ kgf/m}^2$;
- sobrecarga = 150 + 38 (revest. inf.) + 63 (contrapiso) + 10 (piso cerâmico) = 261 $\text{kgf/m}^2 \approx 300 \text{ kgf/m}^2$;
- apoios simples;
- finalidade: sala de TV e de circulação.

Neste caso, a fim de diminuir possíveis vibrações, recomenda-se a situação verde.

Na tabela I LT 16 (12 + 4) encontra-se:

- bloco H 12/30/20 → 2 ϕ 7 mm para armadura complementar positiva.
(vão de 4,70 m - situação verde)

Alternativamente, poderia ser escolhido 2 ϕ 6 mm para armadura complementar positiva, para o vão de 4,50 m (situação verde) e para a sobrecarga de 250 kgf/m^2 .

- Nervuras transversais: 2 NT com 2 ϕ 8; largura da nervura = 10 cm;
- Armadura de distribuição: ϕ 4,2 c/20 cm;
- Espaçamento médio entre linhas de escora: 1,30 m;
- Contraflecha: $\frac{\ell}{400} = \frac{450}{400} = 1,1 \text{ cm.}$

3) Laje para sala de ginástica, sendo conhecidos:

- vão efetivo = 6,0 m;
- ação variável $q = 5,0 \text{ kN/m}^2 = 500 \text{ kgf/m}^2$;
- sobrecarga = 500 + 38 (rev.) + 63 (contrap.) + 10 (piso) = 611 kgf/m^2 ;
- apoios simples;

Também neste caso, recomenda-se neste caso a situação verde, para não se ter vibrações excessivas.

Na tabela I LT 25 (20 + 5) encontra-se:

- bloco H 20/30/20 → 2 ϕ 9,5 mm para armadura complementar positiva.
(vão de 5,85 m - situação verde)

Como uma segunda opção tem-se a laje que utiliza EPS (isopor) como enchimento:
Tabela I LT 30 (7 + 17 + 6):

- lajota cer. H 7/30/20 → 2 ϕ 9,5 mm para armadura complementar positiva.
(vão de 6,40 m - situação verde)

Deve-se dar preferência à laje LT 30 porque resultará numa laje mais rígida e, consequentemente, com menor possibilidade de vibração.

Nervuras transversais: 3 NT (conforme indicado pelo fabricante), com 2 ϕ 10; largura da nervura = 10 cm;

Armadura de distribuição: ϕ 5 mm c/25 cm;

Espaçamento médio entre linhas de escora: 1,6 m;

Contraflecha: $\frac{\ell}{400} = \frac{600}{400} = 1,5$ cm.

5.3 LAJE PRÉ-FABRICADA CONVENCIONAL

É chamada laje pré-fabricada convencional aquela laje constituída por nervuras na forma de um T invertido, conforme indicado na Figura 86. Também é formada pelas nervuras (vigotas), capa e material de enchimento. Atualmente e após o surgimento das lajes treliça, as lajes convencionais têm sido utilizadas quase que exclusivamente como lajes de forro.

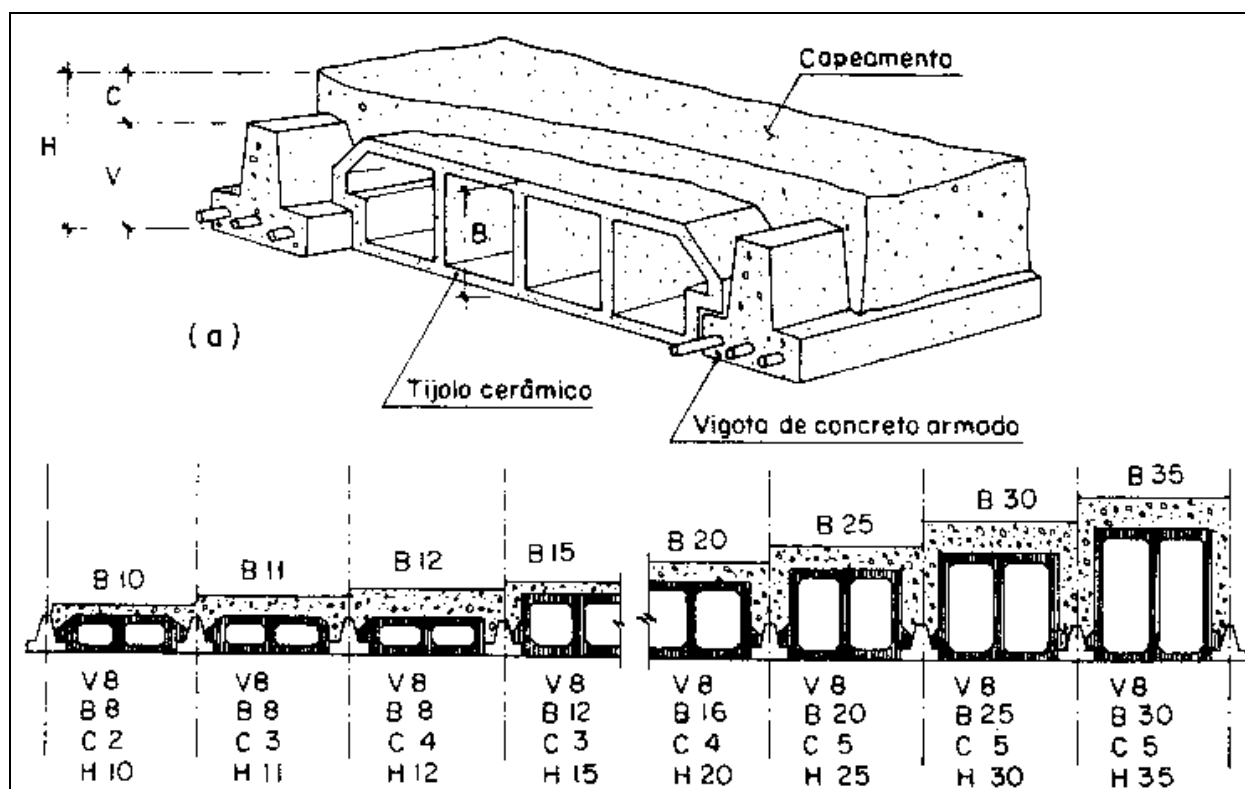


Figura 86 – Laje pré-fabricada convencional (SOUZA & CUNHA, 1994).

As Tabela 22 e Tabela 23 fornecem indicações das dimensões, peso próprio e vãos livres máximos para as lajes convencionais.

*Tabela 22 - Dimensões e peso próprio das lajes pré-fabricadas convencionais.
(SOUZA & CUNHA, 1994).*

Tipo de Laje	Altura Total (cm)	Altura dos Blocos (cm)	Capeamento (cm)	Peso Próprio (kN/m ²)		
				Intereixo (cm)		
				33	40	50
B10	10	8	2	1,35	1,45	1,15
B11	11	8	3	1,60	1,70	1,40
B12	12	8	4	1,85	1,95	-
B15	15	12	3	1,95	2,05	-
B16	16	12	4	2,20	2,30	-
B20	20	16	4	2,75	2,60	-
B25	25	20	5	3,5	-	-
B30	30	25	5	4,00	-	-
B35	35	30	5	4,30	-	-

*Tabela 23 - Vãos livres máximos para laje isolada com intereixo de 33 cm.
(SOUZA & CUNHA, 1994).*

Tipo	Ação Variável q (kN/m ²)						
	0,5	1,0	2,0	3,5	5,0	8,0	10,0
B10	4,80	4,40	-	-	-	-	-
B11	5,20	4,90	-	-	-	-	-
B12	5,40	5,10	4,60	4,10	3,70	3,00	2,40
B15	6,50	6,10	-	-	-	-	-
B16	6,70	6,30	5,80	5,20	4,80	4,30	4,00
B20	7,90	7,50	6,90	6,20	5,70	5,10	4,70
B25	8,50	8,50	8,00	7,30	6,30	5,70	5,00
B30	8,50	8,50	8,50	7,70	7,20	6,20	5,70
B35	8,50	8,50	8,50	8,30	7,80	6,60	6,00

5.3.1 Detalhes Construtivos

Embora não estritamente necessário, convém iniciar a montagem da laje colocando-se uma linha de blocos apoiados sobre a viga ou parede de apoio (Figura 87).

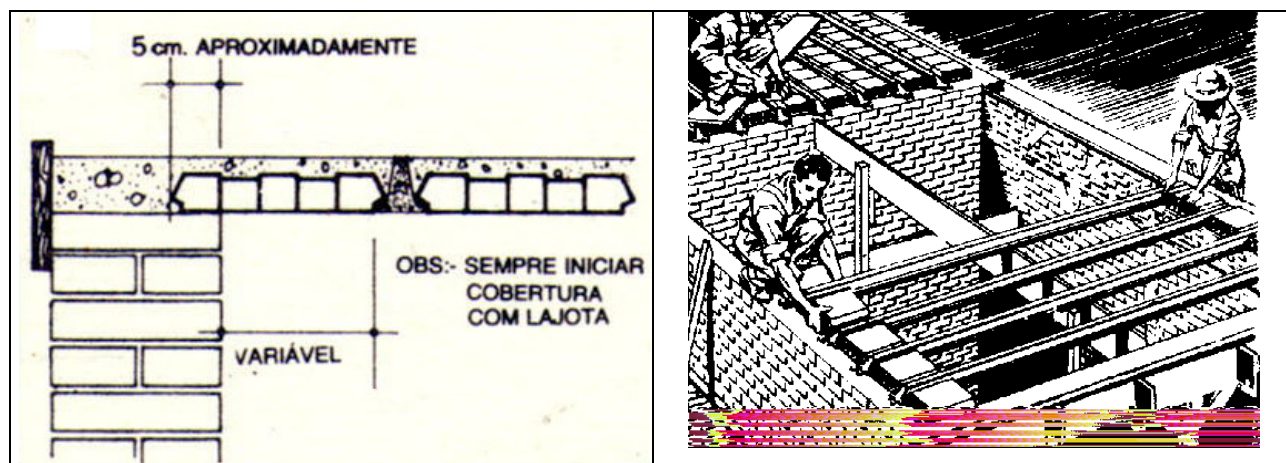


Figura 87 – Início da montagem da laje (LAJES ALMEIDA E VOLTERRANA).

Pequenos balanços como um beiral podem ser construídos colocando-se armaduras negativas, como indicadas na Figura 88.

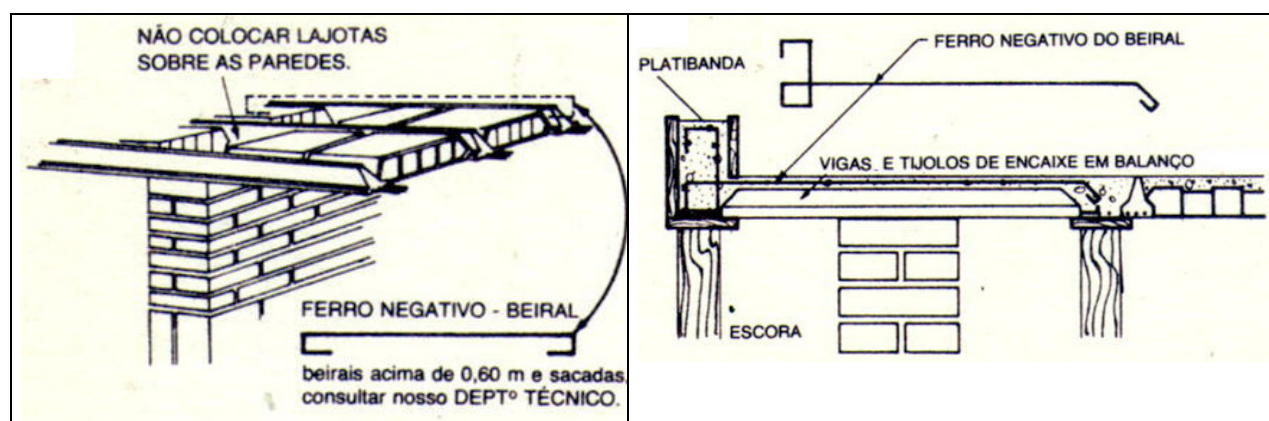


Figura 88 – Beiral com a laje pré-fabricada (LAJES ALMEIDA).

O apoio das nervuras sobre vigas ou paredes é feito como indicado nas Figura 89 e Figura 90. As nervuras devem prolongar-se sobre o apoio por no mínimo 5 cm e, no caso de lajes apoiadas em paredes, sua armadura deve estar sobre as barras de aço da cinta de amarração no respaldo da parede.

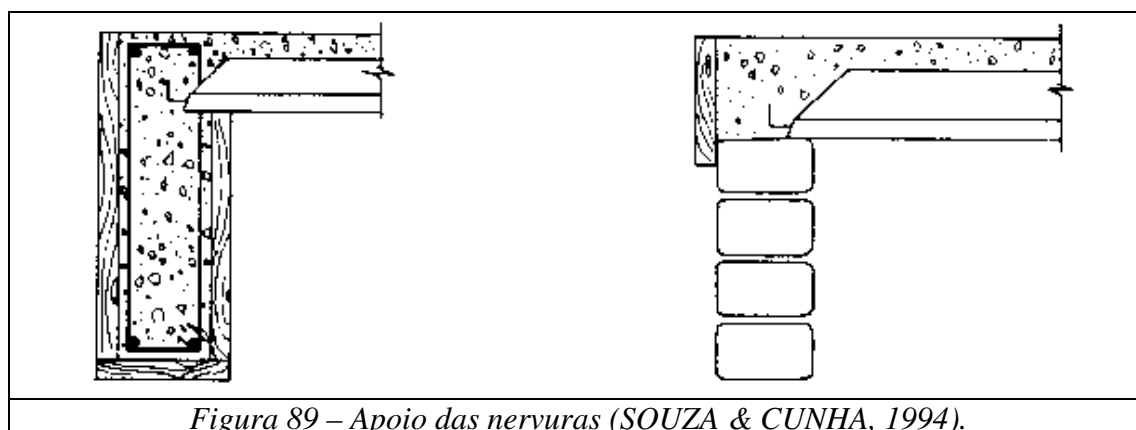


Figura 89 – Apoio das nervuras (SOUZA & CUNHA, 1994).

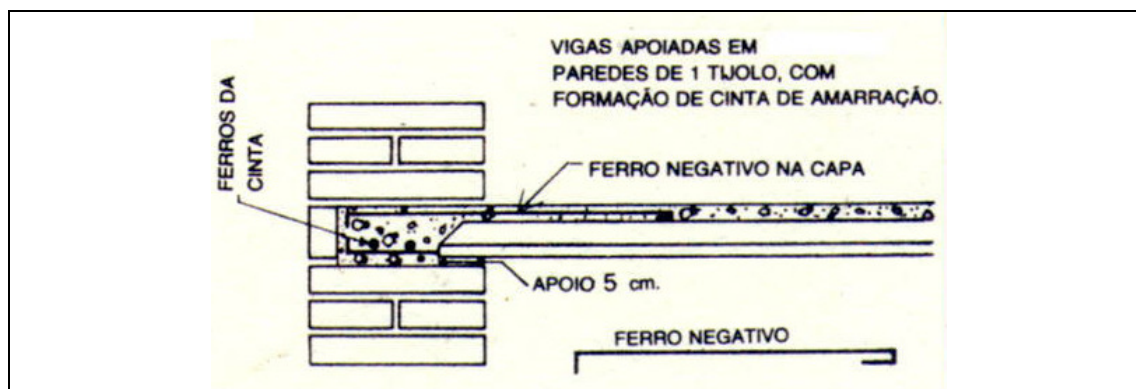


Figura 90 – Apoio das nervuras (SOUZA & CUNHA, 1994).

Mesmo nas lajes consideradas estaticamente com apoios simples é indicado dispor uma armadura negativa construtiva na continuidade das lajes (Figura 91). Em lajes consideradas engastadas torna-se necessário calcular a armadura negativa, a qual leva em conta a existência do concreto comprimido apenas nas nervuras, já que a capa encontra-se tracionada.

A Figura 92 mostra a laje apoiada em vigas invertidas. Neste caso, é importante que as barras das nervuras sejam ancoradas passando sobre as barras da armadura positiva da viga de apoio.

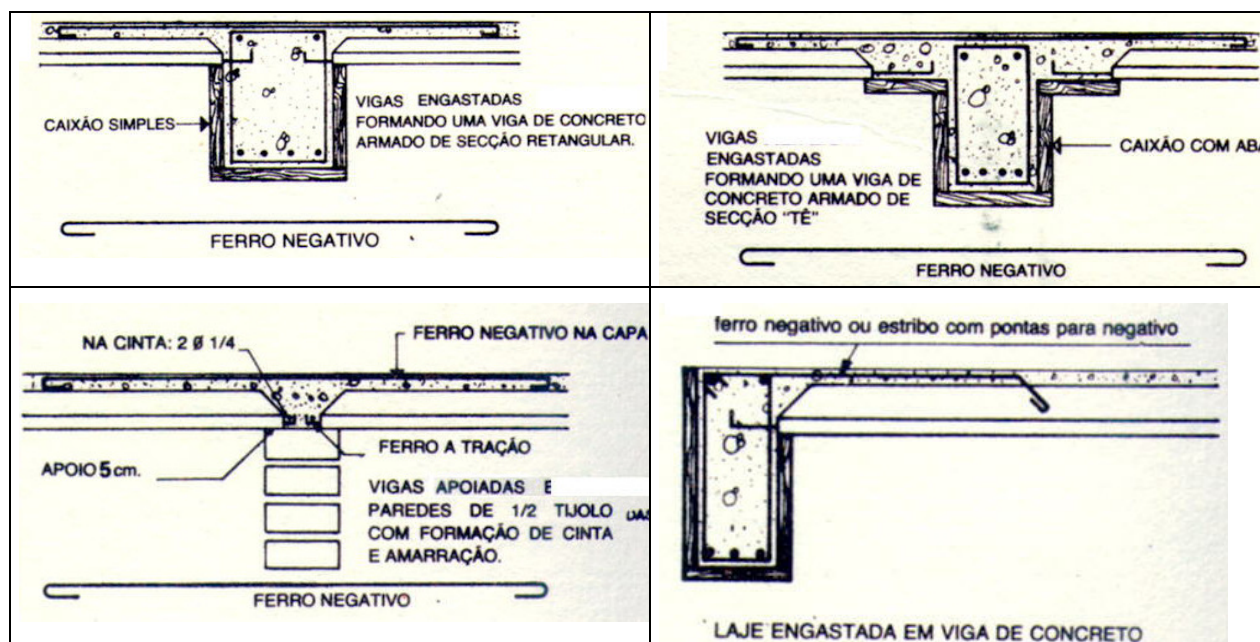


Figura 91 – Detalhes da armadura negativa (LAJES ALMEIDA).

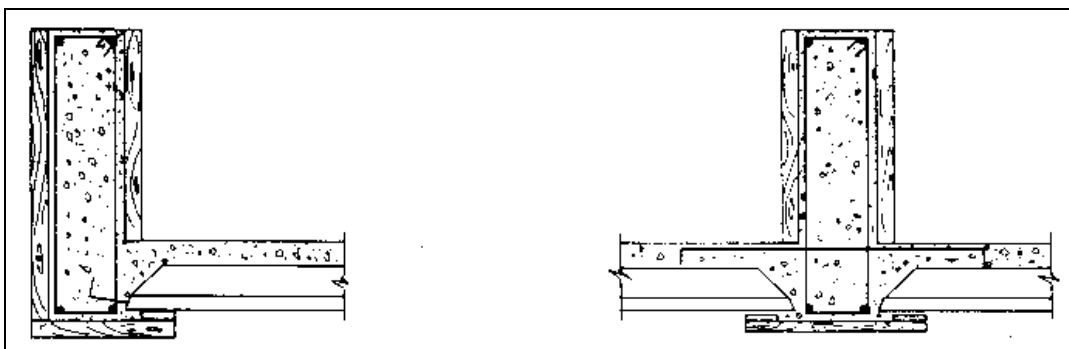


Figura 92 – Lajes sobre vigas invertidas (SOUZA & CUNHA, 1994).

5.3.2 Paredes Sobre Laje

Paredes paralelas às nervuras podem ser sustentadas pela associação de duas ou mais nervuras, ou por uma viga de concreto, moldada no local, com a altura da laje (Figura 93). Ambas as soluções requerem um cálculo de verificação ou dimensionamento, a fim de evitar fissuras e/ou flechas indesejáveis.

A Figura 94 mostra uma laje com uma nervura transversal às nervuras principais. Essa nervura tem a função de solidarizar as nervuras principais, de modo a fazê-las trabalhar mais conjuntamente.

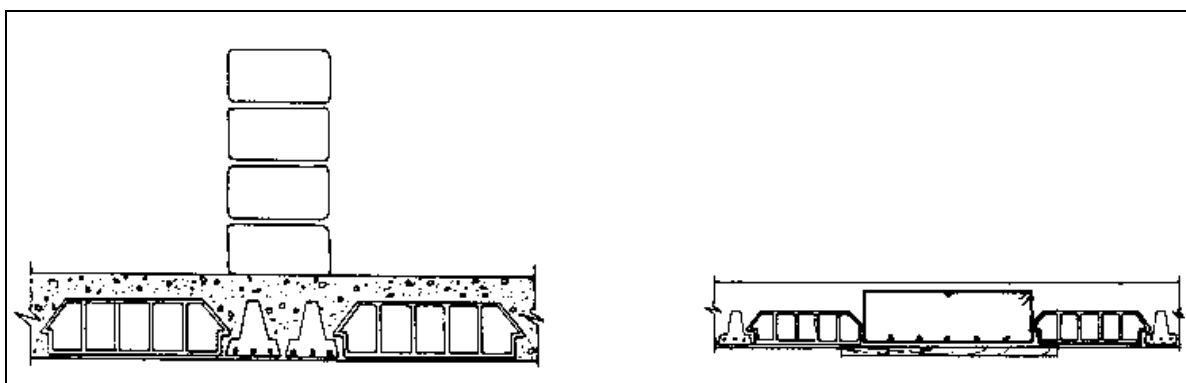


Figura 93 – Parede sobre a laje (SOUZA & CUNHA, 1994).

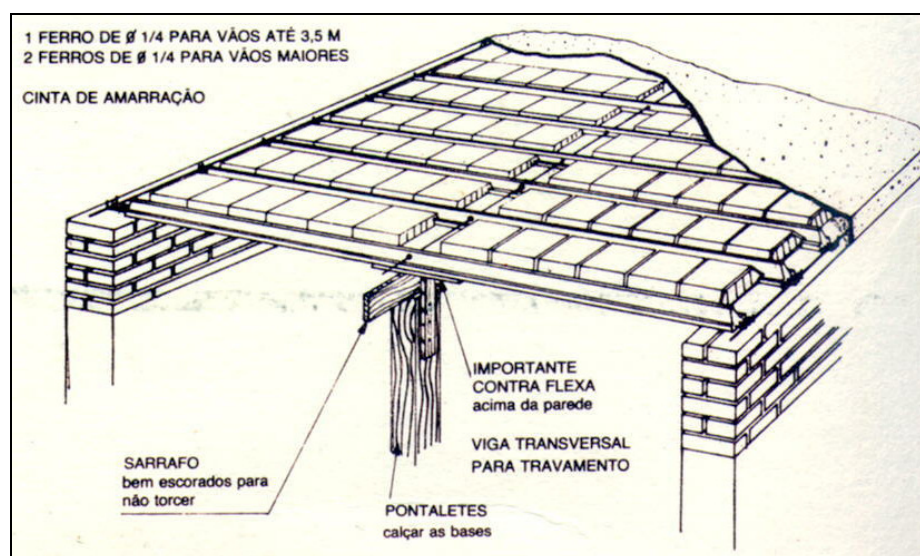


Figura 94 – Nervura de travamento (LAJES ALMEIDA).

5.3.3 Concretagem

Antes da concretagem, a laje deve ser molhada para evitar que os blocos cerâmicos retirem água do concreto (Figura 95).

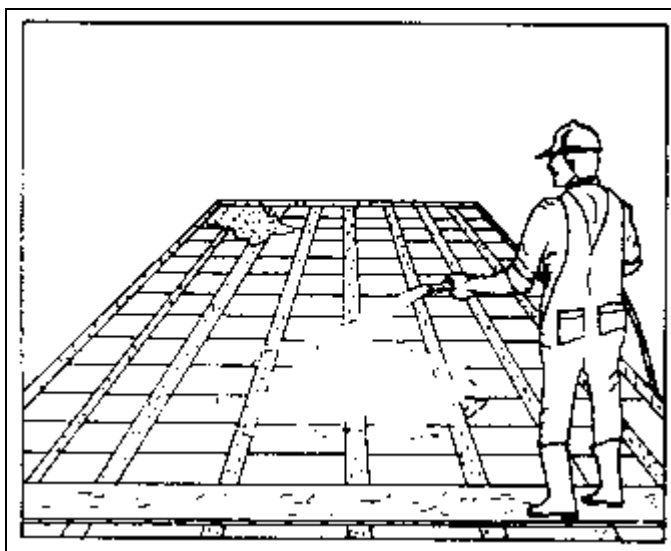


Figura 95 – Molhagem da laje pré-concretagem (SOUZA & CUNHA, 1994).

As nervuras devem ser movimentadas na posição vertical, como mostrado na Figura 96. A Figura 97 mostra como normalmente é feito o escoramento deste tipo de laje e a Figura 98 mostra etapas da concretagem.

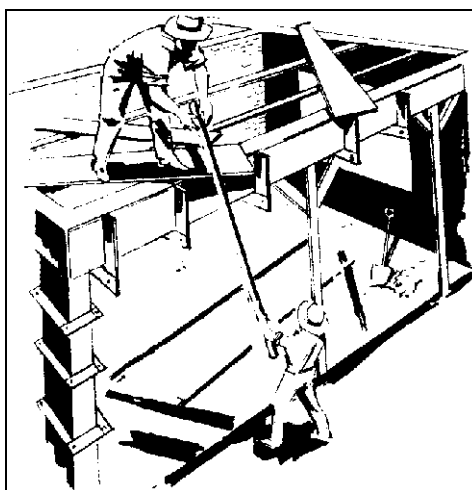


Figura 96 – Manuseio das nervuras (LAJES VOLTERRANA).

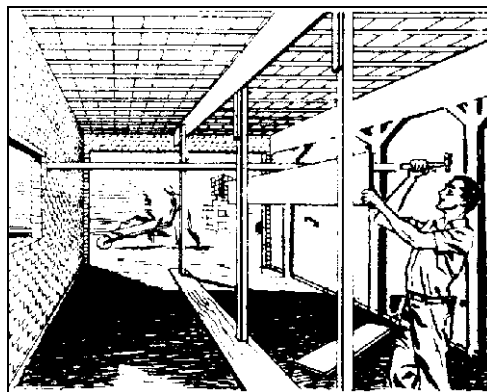


Figura 97 – Escoramento da laje (LAJES VOLTERRANA).

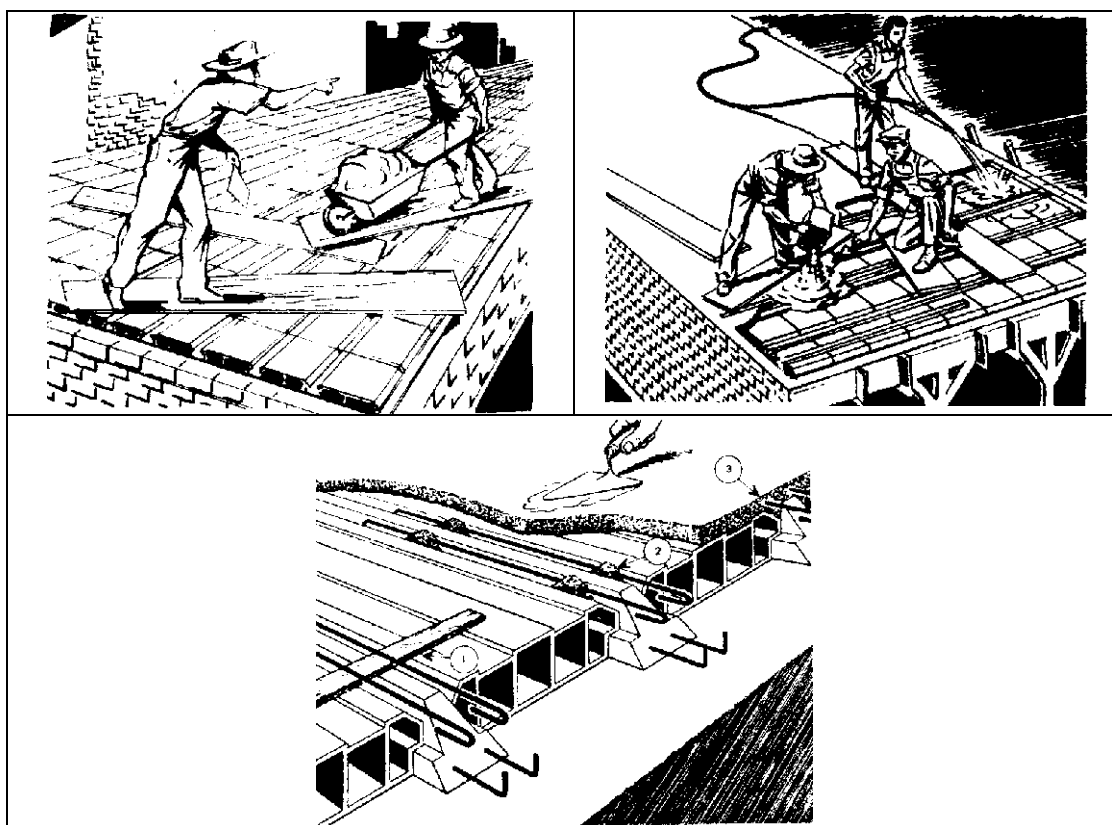


Figura 98 – Concretagem da laje (LAJES VOLTERRANA).

5.3.4 Dimensionamento

O dimensionamento à flexão é semelhante ao das lajes maciças de concreto, com a necessidade, porém, de que a linha neutra fique posicionada na altura do capeamento de concreto. A armadura de flexão, calculada por metro de largura de laje, é distribuída às nervuras em função da distância entre elas.

A verificação da necessidade ou não de armadura transversal é feita também como no caso das lajes maciças, desde que a distância livre entre as nervuras não supere 65 cm.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*, NBR 6118. Rio de Janeiro, ABNT, 2003, 221p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Cargas para o cálculo das edificações*, NBR 6120. Rio de Janeiro, ABNT, 1980, 6p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Ações e segurança nas estruturas – Procedimento*, NBR 8681. Rio de Janeiro, ABNT, 2003, 18p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Laje pré-fabricada – Requisitos – Parte 1: Lajes unidirecionais*, NBR 14859-1, Rio de Janeiro, ABNT, 2002, 15p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Laje pré-fabricada – Requisitos – Parte 1: Lajes bidirecionais*, NBR 14859-2, Rio de Janeiro, ABNT, 2002, 2p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Laje pré-fabricada – Pré-laje – Requisitos - Parte 1: Lajes unidirecionais*, NBR 14860-1, Rio de Janeiro, ABNT, 2002, 8p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Laje pré-fabricada – Pré-laje – Requisitos - Parte 1: Lajes bidirecionais*, NBR 14860-2, Rio de Janeiro, ABNT, 2002, 3p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Laje pré-fabricada – Pannel alveolar de concreto protendido - Requisitos*, NBR 14860-1, Rio de Janeiro, ABNT, 2002, 5p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Armaduras treliçadas eletrossoldadas – Requisitos*, NBR 14862, Rio de Janeiro, ABNT, 2002, 10p.

BASTOS, P.S.S. *Fundamentos do concreto armado*. Notas de aula, Disciplina Estruturas de Concreto I. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista - UNESP, 2011, 88p. (www.feb.unesp.br/pbastos).

BASTOS, P.S.S. *Flexão normal simples - Vigas*. Notas de aula, Disciplina Estruturas de Concreto I. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista - UNESP, 2013, 88p. (www.feb.unesp.br/pbastos).

HAHN, J. *Vigas continuas, porticos, placas y vigas flotantes sobre lecho elastico*. Barcelona, Ed. Gustavo Gili, 1972.

LATEX. (2001). *Catálogos*.

LAJES FAULIM (1998). *Manual*.

LAJES ALMEIDA (s.d.). *Manual*.

LAJES VOLTERRANA (s.d.). *Manual*.

LEONHARDT, F. ; MÖNNIG, E. *Construções de concreto - Princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado*, vol. 1/3. Rio de Janeiro, Ed. Interciência, 1984.

PINHEIRO, L. M. *Concreto armado: tabelas e ábacos*. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 1994.

ROCHA, A. M. *Concreto armado*, vol. 3. São Paulo, Ed. Nobel, 1987.

SICAL. (2001). *Catálogos*.

SOUZA, V.C.M.; CUNHA, A.J.P. (1994). *Lajes em Concreto Armado e Protendido*. Niterói, Ed. da Universidade Federal Fluminense, 580p.

TABELAS ANEXAS

TABELA A-1									
FLECHAS EM LAJES COM CARGA UNIFORME – VALORES DE α									
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo de Laje								
	1	2A	2B	3	4A	4B	5A	5B	6
1,00	4,76	3,26	3,26	2,46	2,25	2,25	1,84	1,84	1,49
1,05	5,26	3,68	3,48	2,72	2,60	2,35	2,08	1,96	1,63
1,10	5,74	4,11	3,70	2,96	2,97	2,45	2,31	2,08	1,77
1,15	6,20	4,55	3,89	3,18	3,35	2,53	2,54	2,18	1,90
1,20	6,64	5,00	4,09	3,40	3,74	2,61	2,77	2,28	2,02
1,25	7,08	5,44	4,26	3,61	4,14	2,68	3,00	2,37	2,14
1,30	7,49	5,88	4,43	3,80	4,56	2,74	3,22	2,46	2,24
1,35	7,90	6,32	4,58	3,99	5,01	2,77	3,42	2,53	2,34
1,40	8,29	6,74	4,73	4,15	5,41	2,80	3,62	2,61	2,41
1,45	8,67	7,15	4,87	4,31	5,83	2,85	3,80	2,67	2,49
1,50	9,03	7,55	5,01	4,46	6,25	2,89	3,98	2,73	2,56
1,55	9,39	7,95	5,09	4,61	6,66	2,91	4,14	2,78	2,62
1,60	9,71	8,32	5,18	4,73	7,06	2,92	4,30	2,82	2,68
1,65	10,04	8,68	5,22	4,86	7,46	2,92	4,45	2,83	2,73
1,70	10,34	9,03	5,26	4,97	7,84	2,93	4,59	2,84	2,77
1,75	10,62	9,36	5,36	5,06	8,21	2,93	4,71	2,86	2,81
1,80	10,91	9,69	5,46	5,16	8,58	2,94	4,84	2,88	2,85
1,85	11,16	10,00	5,53	5,25	8,93	2,94	4,96	2,90	2,88
1,90	11,41	10,29	5,60	5,33	9,25	2,95	5,07	2,92	2,90
1,95	11,65	10,58	5,68	5,41	9,58	2,95	5,17	2,94	2,93
2,00	11,89	10,87	5,76	5,49	9,90	2,96	5,28	2,96	2,96
∞	15,63	15,63	6,50	6,50	15,63	3,13	6,50	3,13	3,13

Valores extraídos de BARES e adaptada por PINHEIRO (1994)

$$a_i = \frac{\alpha p \ell_x^4}{12 EI}$$

p = carga uniforme ℓ_x = menor vão ℓ_y = maior vão
 E_c = módulo elasticidade h = altura da laje

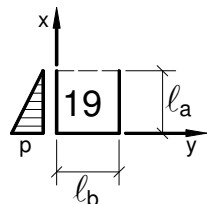
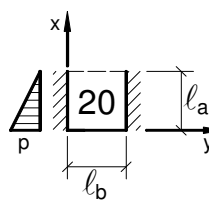
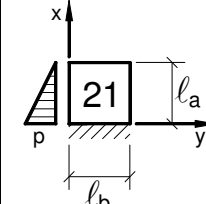
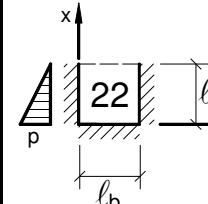
TABELA A-4									
FLECHAS EM LAJES COM CARGA TRIANGULAR – VALORES DE α e α_B									
$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$	Tipo								$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$
									
	α	α_B	α	α_B	α	α_B	α	α_B	
< 0,30	-	-	-	-	15,31	40,00	15,31	40,00	< 0,30
0,30	73,83	123,05	46,33	75,28	13,03	30,40	11,58	24,61	0,30
0,35	57,30	95,65	33,24	52,53	11,33	26,42	9,46	19,18	0,35
0,40	40,77	68,25	20,15	29,77	9,62	22,44	7,33	13,74	0,40
0,45	32,30	53,08	15,33	21,92	8,75	19,38	6,01	11,00	0,45
0,50	23,83	37,90	10,51	14,07	7,88	16,32	4,69	8,25	0,50
0,55	19,38	30,04	8,47	10,66	7,06	14,13	4,11	6,71	0,55
0,60	14,93	22,17	6,42	7,24	6,24	11,94	3,53	5,16	0,60
0,65	12,45	18,00	5,19	5,58	5,52	10,15	3,09	4,05	0,65
0,70	9,96	13,82	3,96	3,91	4,79	8,35	2,64	2,93	0,70
0,75	8,45	11,31	3,27	3,02	4,29	7,17	2,28	2,31	0,75
0,80	6,93	8,79	2,58	2,12	3,78	5,98	1,92	1,69	0,80
0,85	6,01	7,28	2,17	1,65	3,38	5,13	1,62	1,36	0,85
0,90	5,08	5,77	1,75	1,18	2,97	4,27	1,32	1,02	0,90
0,95	4,37	4,86	1,49	0,93	2,66	3,67	1,14	0,82	0,95
1,00	3,65	3,94	1,23	0,67	2,34	3,06	0,95	0,62	1,00
1,05	3,83	3,96	1,26	0,64	2,55	3,16	1,01	0,60	1,05
1,10	4,02	3,98	1,28	0,62	2,76	3,26	1,08	0,58	1,10
1,15	4,20	4,00	1,31	0,59	2,96	3,36	1,14	0,56	1,15
1,20	4,38	4,02	1,33	0,56	3,17	3,46	1,20	0,54	1,20
1,25	4,52	3,98	1,35	0,53	3,34	3,46	1,23	0,52	1,25
1,30	4,66	3,95	1,36	0,51	3,51	3,45	1,26	0,50	1,30
1,35	4,80	3,91	1,38	0,48	3,68	3,45	1,29	0,47	1,35
1,40	4,94	3,87	1,39	0,46	3,86	3,45	1,31	0,45	1,40
1,45	5,07	3,84	1,41	0,43	4,03	3,44	1,34	0,43	1,45
1,50	5,21	3,80	1,42	0,41	4,20	3,44	1,37	0,41	1,50
1,55	5,31	3,76	1,42	0,40	4,34	3,42	1,38	0,40	1,55
1,60	5,42	3,71	1,42	0,39	4,48	3,39	1,38	0,39	1,60
1,65	5,52	3,67	1,43	0,38	4,62	3,37	1,39	0,38	1,65
1,70	5,62	3,62	1,43	0,37	4,76	3,34	1,40	0,37	1,70
1,75	5,73	3,58	1,43	0,36	4,90	3,32	1,41	0,36	1,75
1,80	5,83	3,54	1,43	0,35	5,04	3,30	1,41	0,35	1,80
1,85	5,93	3,49	1,43	0,35	5,18	3,27	1,42	0,35	1,85
1,90	6,03	3,45	1,44	0,34	5,32	3,25	1,43	0,34	1,90
1,95	6,14	3,40	1,44	0,33	5,46	3,22	1,43	0,33	1,95
2,00	6,24	3,36	1,44	0,32	5,60	3,20	1,44	0,32	2,00
Valores extraídos de BARES e adaptada por PINHEIRO (1994)									
$a_i = \frac{\alpha p \ell_x^4}{12 EI}$		p = carga máxima h = altura da laje		ℓ = menor valor entre ℓ_a e ℓ_b E_c = módulo de elasticidade					
		α = coeficiente centro da laje		α_b = coeficiente centro da borda livre					

TABELA A-5
REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME

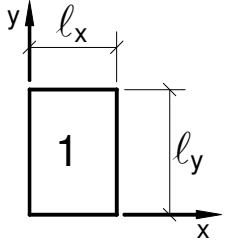
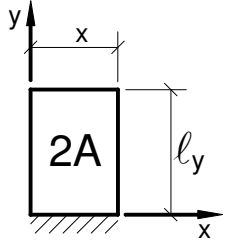
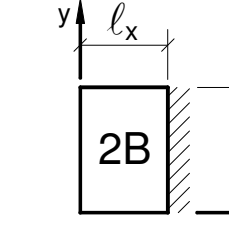
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo								$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$
									
	V_x	V_y	V_x	V_y	V'_y	V_x	V'_x	V_y	
1,00	2,50	2,50	1,83	2,75	4,02	2,75	4,02	1,83	1,00
1,05	2,62	2,50	1,92	2,80	4,10	2,82	4,13	1,83	1,05
1,10	2,73	2,50	2,01	2,85	4,17	2,89	4,23	1,83	1,10
1,15	2,83	2,50	2,10	2,88	4,22	2,95	4,32	1,83	1,15
1,20	2,92	2,50	2,20	2,91	4,27	3,01	4,41	1,83	1,20
1,25	3,00	2,50	2,29	2,94	4,30	3,06	4,48	1,83	1,25
1,30	3,08	2,50	2,38	2,95	4,32	3,11	4,55	1,83	1,30
1,35	3,15	2,50	2,47	2,96	4,33	3,16	4,62	1,83	1,35
1,40	3,21	2,50	2,56	2,96	4,33	3,20	4,68	1,83	1,40
1,45	3,28	2,50	2,64	2,96	4,33	3,24	4,74	1,83	1,45
1,50	3,33	2,50	2,72	2,96	4,33	3,27	4,79	1,83	1,50
1,55	3,39	2,50	2,80	2,96	4,33	3,31	4,84	1,83	1,55
1,60	3,44	2,50	2,87	2,96	4,33	3,34	4,89	1,83	1,60
1,65	3,48	2,50	2,93	2,96	4,33	3,37	4,93	1,83	1,65
1,70	3,53	2,50	2,99	2,96	4,33	3,40	4,97	1,83	1,70
1,75	3,57	2,50	3,05	2,96	4,33	3,42	5,01	1,83	1,75
1,80	3,61	2,50	3,10	2,96	4,33	3,45	5,05	1,83	1,80
1,85	3,65	2,50	3,15	2,96	4,33	3,47	5,09	1,83	1,85
1,90	3,68	2,50	3,20	2,96	4,33	3,50	5,12	1,83	1,90
1,95	3,72	2,50	3,25	2,96	4,33	3,52	5,15	1,83	1,95
2,00	3,75	2,50	3,29	2,96	4,33	3,54	5,18	1,83	2,00
> 2,00	5,00	2,50	5,00	2,96	4,33	4,38	6,25	1,83	> 2,00

Tabela elaborada por PINHEIRO (1994) conforme NBR 6118/03.

$$V = v \frac{p \ell_x}{10}$$

p = carga uniforme

 $\ell_x = \text{menor v\~ao}$

(*) os alívios foram considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais.

TABELA A-6
REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME

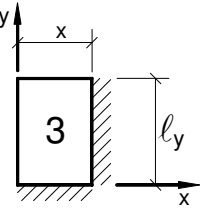
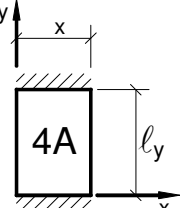
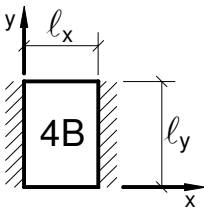
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo								$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$
									
	v_x	v'_x	v_y	v'_y	v_x	v'_y	v'_x	v_y	
1,00	2,17	3,17	2,17	3,17	1,44	3,56	3,56	1,44	1,00
1,05	2,27	3,32	2,17	3,17	1,52	3,66	3,63	1,44	1,05
1,10	2,36	3,46	2,17	3,17	1,59	3,75	3,69	1,44	1,10
1,15	2,45	3,58	2,17	3,17	1,66	3,84	3,74	1,44	1,15
1,20	2,53	3,70	2,17	3,17	1,73	3,92	3,80	1,44	1,20
1,25	2,60	3,80	2,17	3,17	1,80	3,99	3,85	1,44	1,25
1,30	2,63	3,90	2,17	3,17	1,88	4,06	3,89	1,44	1,30
1,35	2,73	3,99	2,17	3,17	1,95	4,12	3,93	1,44	1,35
1,40	2,78	4,08	2,17	3,17	2,02	4,17	3,97	1,44	1,40
1,45	2,84	4,15	2,17	3,17	2,09	4,22	4,00	1,44	1,45
1,50	2,89	4,23	2,17	3,17	2,17	4,25	4,04	1,44	1,50
1,55	2,93	4,29	2,17	3,17	2,24	4,28	4,07	1,44	1,55
1,60	2,98	4,36	2,17	3,17	2,31	4,30	4,10	1,44	1,60
1,65	3,02	4,42	2,17	3,17	2,38	4,32	4,13	1,44	1,65
1,70	3,06	4,48	2,17	3,17	2,45	4,33	4,15	1,44	1,70
1,75	3,09	4,53	2,17	3,17	2,53	4,33	4,18	1,44	1,75
1,80	3,13	4,58	2,17	3,17	2,59	4,33	4,20	1,44	1,80
1,85	3,16	4,63	2,17	3,17	2,63	4,33	4,22	1,44	1,85
1,90	3,19	4,67	2,17	3,17	2,72	4,33	4,24	1,44	1,90
1,95	3,22	4,71	2,17	3,17	2,78	4,33	4,26	1,44	1,95
2,00	3,25	4,75	2,17	3,17	2,83	4,33	4,28	1,44	2,00
> 2,00	4,38	6,25	2,17	3,17	5,00	4,33	5,00	1,44	> 2,00

Tabela elaborada por PINHEIRO (1994) conforme NBR 6118/03.

$$V = v \frac{p \ell_x}{10}$$

p = carga uniforme

 $\ell_x = \text{menor v\~ao}$

(*) os alívios foram considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais.

TABELA A-7
REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo								$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$
	v_x	v'_x	v'_y	v'_x	v_y	v'_y	v'_x	v'_y	
1,00	1,71	2,50	3,03	3,03	1,71	2,50	2,50	2,50	1,00
1,05	1,79	2,63	3,08	3,12	1,71	2,50	2,62	2,50	1,05
1,10	1,88	2,75	3,11	3,21	1,71	2,50	2,73	2,50	1,10
1,15	1,96	2,88	3,14	3,29	1,71	2,50	2,83	2,50	1,15
1,20	2,05	3,00	3,16	3,36	1,71	2,50	2,92	2,50	1,20
1,25	2,13	3,13	3,17	3,42	1,71	2,50	3,00	2,50	1,25
1,30	2,22	3,25	3,17	3,48	1,71	2,50	3,08	2,50	1,30
1,35	2,30	3,36	3,17	3,54	1,71	2,50	3,15	2,50	1,35
1,40	2,37	3,47	3,17	3,59	1,71	2,50	3,21	2,50	1,40
1,45	2,44	3,57	3,17	3,64	1,71	2,50	3,28	2,50	1,45
1,50	2,50	3,66	3,17	3,69	1,71	2,50	3,33	2,50	1,50
1,55	2,56	3,75	3,17	3,73	1,71	2,50	3,39	2,50	1,55
1,60	2,61	3,83	3,17	3,77	1,71	2,50	3,44	2,50	1,60
1,65	2,67	3,90	3,17	3,81	1,71	2,50	3,48	2,50	1,65
1,70	2,72	3,98	3,17	3,84	1,71	2,50	3,53	2,50	1,70
1,75	2,76	4,04	3,17	3,87	1,71	2,50	3,57	2,50	1,75
1,80	2,80	4,11	3,17	3,90	1,71	2,50	3,61	2,50	1,80
1,85	2,85	4,17	3,17	3,93	1,71	2,50	3,65	2,50	1,85
1,90	2,89	4,22	3,17	3,96	1,71	2,50	3,68	2,50	1,90
1,95	2,92	4,28	3,17	3,99	1,71	2,50	3,72	2,50	1,95
2,00	2,96	4,33	3,17	4,01	1,71	2,50	3,75	2,50	2,00
> 2,00	4,38	6,25	3,17	5,00	1,71	2,50	5,00	2,50	> 2,00

Tabela elaborada por PINHEIRO (1994) conforme NBR 6118/03.

$$V = v \frac{p \ell_x}{10}$$

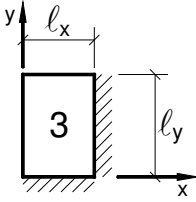
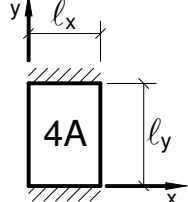
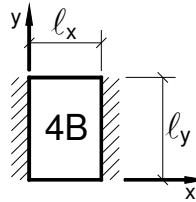
p = carga uniforme

 $\ell_x = \text{menor v\~ao}$

(*) os alívios foram considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais.

TABELA A-9

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME

Tipo											Tipo
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$
1,00	2,69	6,99	2,69	6,99	2,01	3,09	6,99	3,09	6,99	2,01	1,00
1,05	2,94	7,43	2,68	7,18	2,32	3,23	7,43	3,22	7,20	1,92	1,05
1,10	3,19	7,87	2,67	7,36	2,63	3,36	7,87	3,35	7,41	1,83	1,10
1,15	3,42	8,28	2,65	7,50	2,93	3,46	8,26	3,46	7,56	1,73	1,15
1,20	3,65	8,69	2,62	7,63	3,22	3,56	8,65	3,57	7,70	1,63	1,20
1,25	3,86	9,03	2,56	7,72	3,63	3,64	9,03	3,66	7,82	1,56	1,25
1,30	4,06	9,37	2,50	7,81	3,99	3,72	9,33	3,74	7,93	1,49	1,30
1,35	4,24	9,65	2,45	7,88	4,34	3,77	9,69	3,80	8,02	1,41	1,35
1,40	4,42	9,93	2,39	7,94	4,69	3,82	10,00	3,86	8,11	1,33	1,40
1,45	4,58	10,17	2,32	8,00	5,03	3,86	10,25	3,91	8,13	1,26	1,45
1,50	4,73	10,41	2,25	8,06	5,37	3,90	10,49	3,96	8,15	1,19	1,50
1,55	4,86	10,62	2,16	8,09	5,70	3,90	10,70	4,00	8,20	1,14	1,55
1,60	4,99	10,82	2,07	8,12	6,03	3,89	10,91	4,04	8,25	1,08	1,60
1,65	5,10	10,99	1,99	8,14	6,35	3,85	11,08	4,07	8,28	1,03	1,65
1,70	5,21	11,16	1,91	8,15	6,67	3,81	11,24	4,10	8,30	0,98	1,70
1,75	5,31	11,30	1,85	8,16	6,97	3,79	11,39	4,12	8,31	0,95	1,75
1,80	5,40	11,43	1,78	8,17	7,27	3,76	11,53	4,14	8,32	0,91	1,80
1,85	5,48	11,55	1,72	8,17	7,55	3,72	11,65	4,15	8,33	0,87	1,85
1,90	5,56	11,67	1,66	8,18	7,82	3,67	11,77	4,16	8,33	0,83	1,90
1,95	5,63	11,78	1,63	8,19	8,09	3,60	11,83	4,16	8,33	0,80	1,95
2,00	5,70	11,89	1,60	8,20	8,35	3,52	11,88	4,17	8,33	0,76	2,00
> 2,00	7,03	12,50	1,60	8,20	12,50	3,52	11,88	4,17	8,33	0,76	> 2,00

Valores extraídos de BARES e adaptada por PINHEIRO (1994).

$M = \mu \frac{p \ell_x^2}{100}$

$p =$ carga uniforme

$\ell_x =$ menor vão

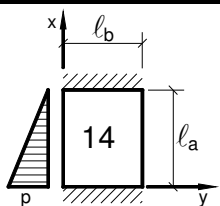
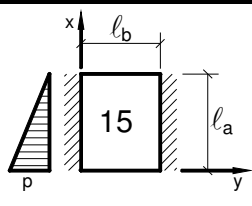
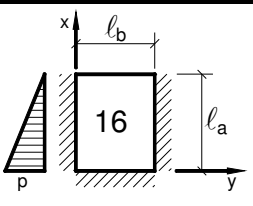
TABELA A-10													
MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME													
Tipo													Tipo
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$
1,00	2,02	5,46	2,52	6,17	2,52	6,17	2,02	5,46	2,02	5,15	2,02	5,15	1,00
1,05	2,27	5,98	2,56	6,46	2,70	6,47	1,97	5,56	2,22	5,50	2,00	5,29	1,05
1,10	2,52	6,50	2,60	6,75	2,87	6,76	1,91	5,65	2,42	5,85	1,98	5,43	1,10
1,15	2,76	7,11	2,63	6,97	3,02	6,99	1,84	5,70	2,65	6,14	1,94	5,51	1,15
1,20	3,00	7,72	2,65	7,19	3,16	7,22	1,77	5,75	2,87	6,43	1,89	5,59	1,20
1,25	3,23	8,81	2,64	7,36	3,28	7,40	1,70	5,75	2,97	6,67	1,83	5,64	1,25
1,30	3,45	8,59	2,61	7,51	3,40	7,57	1,62	5,76	3,06	6,90	1,77	5,68	1,30
1,35	3,66	8,74	2,57	7,63	3,50	7,70	1,55	5,75	3,19	7,09	1,71	5,69	1,35
1,40	3,86	8,88	2,53	7,74	3,59	7,82	1,47	5,74	3,32	7,28	1,65	5,70	1,40
1,45	4,05	9,16	2,48	7,83	3,67	7,91	1,41	5,73	3,43	7,43	1,57	5,71	1,45
1,50	4,23	9,44	2,43	7,91	3,74	8,00	1,35	5,72	3,53	7,57	1,49	5,72	1,50
1,55	4,39	9,68	2,39	7,98	3,80	8,07	1,29	5,69	3,61	7,68	1,43	5,72	1,55
1,60	4,55	9,91	2,34	8,02	3,86	8,14	1,23	5,66	3,69	7,79	1,36	5,72	1,60
1,65	4,70	10,13	2,28	8,03	3,91	8,20	1,18	5,62	3,76	7,88	1,29	5,72	1,65
1,70	4,84	10,34	2,22	8,10	3,95	8,25	1,13	5,58	3,83	7,97	1,21	5,72	1,70
1,75	4,97	10,53	2,15	8,13	3,99	8,30	1,07	5,56	3,88	8,05	1,17	5,72	1,75
1,80	5,10	10,71	2,08	8,17	4,02	8,34	1,00	5,54	3,92	8,12	1,13	5,72	1,80
1,85	5,20	10,88	2,02	8,16	4,05	8,38	0,97	5,55	3,96	8,18	1,07	5,72	1,85
1,90	5,30	11,04	1,96	8,14	4,08	8,42	0,94	5,56	3,99	8,24	1,01	5,72	1,90
1,95	5,40	11,20	1,88	8,13	4,10	8,45	0,91	5,60	4,02	8,29	0,99	5,72	1,95
2,00	5,50	11,35	1,80	8,12	4,12	8,47	0,88	5,64	4,05	8,33	0,96	5,72	2,00
> 2,00	7,03	12,50	1,80	8,12	4,17	8,33	0,88	5,64	4,17	8,33	0,96	5,72	> 2,00

Valores extraídos de BARES e adaptada por PINHEIRO (1994).

$M = \mu \frac{p \ell_x^2}{100}$
 $p =$ carga uniforme
 $\ell_x =$ menor vão

TABELA A-14

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA TRIANGULAR

Tipo												Tipo
$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$	μ_x	μ'_{xi}	μ'_{xs}	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$
< 0,50	2,15	5,00	3,33	0,68	6,41	1,80	6,12	2,98	6,67	0,96	3,60	< 0,50
0,50	2,13	5,12	3,36	0,68	4,42	1,80	6,12	2,59	6,14	0,96	3,60	0,50
0,55	2,11	5,09	3,35	0,73	3,97	1,87	5,87	2,43	5,90	0,93	3,59	0,55
0,60	2,08	5,06	3,33	0,78	3,52	1,94	5,61	2,27	5,65	0,89	3,58	0,60
0,65	2,04	5,00	3,29	0,83	3,15	1,96	5,42	2,10	5,35	1,03	3,53	0,65
0,70	1,99	4,93	3,24	0,88	2,78	1,98	5,22	1,92	5,05	1,16	3,47	0,70
0,75	1,93	4,83	3,17	0,92	2,52	1,94	4,99	1,75	4,75	1,21	3,38	0,75
0,80	1,87	4,72	3,09	0,95	2,26	1,89	4,75	1,57	4,45	1,25	3,28	0,80
0,85	1,81	4,64	3,00	0,97	2,08	1,83	4,49	1,45	4,47	1,24	3,17	0,85
0,90	1,74	4,56	2,90	0,99	1,86	1,77	4,23	1,33	3,89	1,23	3,06	0,90
0,95	1,67	4,44	2,79	1,00	1,69	1,69	3,99	1,22	3,65	1,21	2,96	0,95
1,00	1,60	4,32	2,67	1,01	1,51	1,62	3,75	1,11	3,40	1,19	2,85	1,00
1,05	1,70	4,64	2,81	1,18	1,52	1,72	3,89	1,13	3,50	1,29	3,03	1,05
1,10	1,79	4,96	2,94	1,34	1,54	1,81	4,02	1,15	3,60	1,38	3,20	1,10
1,15	1,87	5,23	3,03	1,51	1,55	1,89	4,14	1,15	3,69	1,47	3,36	1,15
1,20	1,94	5,50	3,15	1,67	1,56	1,97	4,26	1,16	3,78	1,54	3,51	1,20
1,25	2,02	5,75	3,23	1,84	1,53	2,04	4,38	1,16	3,84	1,61	3,66	1,25
1,30	2,06	6,05	3,31	2,02	1,52	2,10	4,46	1,17	3,94	1,67	3,78	1,30
1,35	2,11	6,33	3,35	2,21	1,50	2,17	4,57	1,18	3,99	1,73	3,92	1,35
1,40	2,15	6,61	3,39	2,39	1,47	2,23	4,67	1,19	4,05	1,79	4,05	1,40
1,45	2,18	6,82	3,45	2,56	1,46	2,28	4,75	1,20	4,11	1,84	4,16	1,45
1,50	2,21	7,04	3,51	2,72	1,44	2,32	4,82	1,21	4,18	1,90	4,27	1,50
1,55	2,22	7,21	3,56	2,88	1,42	2,36	4,94	1,22	4,22	1,96	4,36	1,55
1,60	2,23	7,37	3,61	3,03	1,41	2,40	5,06	1,23	4,27	2,02	4,46	1,60
1,65	2,22	7,49	3,63	3,20	1,37	2,44	5,15	1,23	4,30	2,08	4,55	1,65
1,70	2,22	7,60	3,64	3,37	1,33	2,47	5,23	1,23	4,33	2,13	4,63	1,70
1,75	2,24	7,77	3,68	3,51	1,31	2,49	5,32	1,25	4,38	2,18	4,69	1,75
1,80	2,27	7,94	3,73	3,66	1,30	2,51	5,41	1,26	4,44	2,23	4,75	1,80
1,85	2,29	8,08	3,74	3,81	1,26	2,53	5,49	1,26	4,48	2,28	4,81	1,85
1,90	2,31	8,23	3,75	3,95	1,23	2,54	5,57	1,26	4,51	2,33	4,86	1,90
1,95	2,30	8,32	3,74	4,10	1,17	2,56	5,65	1,25	4,50	2,38	4,92	1,95
2,00	2,28	8,40	3,72	4,24	1,12	2,58	5,72	1,24	4,48	2,43	4,98	2,00

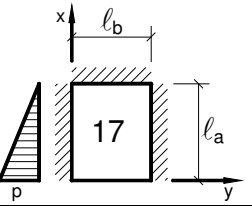
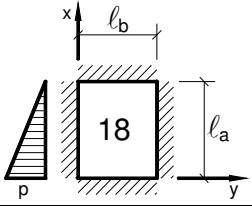
Valores extraídos de BARES e adaptada por PINHEIRO (1994)

$$M = \mu \frac{p \ell^2}{100}$$

$\ell = \text{menor valor entre } \ell_a \text{ e } \ell_b$

TABELA A-15

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA TRIANGULAR

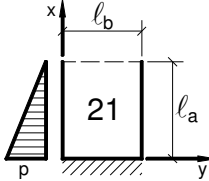
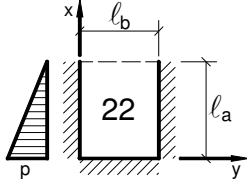
Tipo										Tipo
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_{xi}	μ'_{xs}	μ_y	μ'_y	
$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$										$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$
< 0,50	4,23	5,83	1,16	4,64	2,15	5,00	3,33	0,80	2,92	< 0,50
0,50	3,62	5,12	1,16	4,64	2,07	4,94	3,23	0,80	2,92	0,50
0,55	3,38	4,83	1,23	4,61	1,99	4,84	3,16	0,79	2,95	0,55
0,60	3,13	4,53	1,31	4,58	1,91	4,74	3,08	0,78	2,97	0,60
0,65	2,90	4,18	1,39	4,53	1,81	4,59	2,93	0,80	2,98	0,65
0,70	2,67	3,82	1,47	4,47	1,70	4,44	2,78	0,82	2,98	0,70
0,75	2,47	3,48	1,52	4,33	1,62	4,26	2,62	0,87	2,94	0,75
0,80	2,27	3,13	1,56	4,19	1,53	4,08	2,45	0,92	2,91	0,80
0,85	2,08	2,84	1,55	4,02	1,44	3,89	2,28	0,97	2,89	0,85
0,90	1,88	2,55	1,54	3,85	1,34	3,70	2,11	1,01	2,86	0,90
0,95	1,72	2,30	1,52	3,73	1,24	3,50	1,94	1,02	2,78	0,95
1,00	1,55	2,05	1,49	3,61	1,14	3,30	1,76	1,03	2,70	1,00
1,05	1,58	1,99	1,60	3,75	1,17	3,43	1,75	1,14	2,90	1,05
1,10	1,60	1,93	1,71	3,89	1,20	3,56	1,75	1,25	3,09	1,10
1,15	1,60	1,90	1,80	4,03	1,21	3,66	1,73	1,34	3,26	1,15
1,20	1,59	1,86	1,89	4,18	1,22	3,76	1,73	1,42	3,43	1,20
1,25	1,56	1,80	1,98	4,32	1,20	3,83	1,69	1,51	3,59	1,25
1,30	1,57	1,76	2,05	4,46	1,22	3,92	1,67	1,58	3,74	1,30
1,35	1,56	1,69	2,12	4,61	1,21	3,98	1,63	1,66	3,90	1,35
1,40	1,55	1,63	2,19	4,75	1,20	4,04	1,59	1,74	4,05	1,40
1,45	1,55	1,58	2,25	4,87	1,21	4,11	1,56	1,81	4,17	1,45
1,50	1,55	1,54	2,30	4,98	1,22	4,18	1,53	1,88	4,28	1,50
1,55	1,55	1,49	2,35	5,08	1,22	4,22	1,49	1,95	4,38	1,55
1,60	1,55	1,43	2,40	5,18	1,23	4,27	1,45	2,01	4,48	1,60
1,65	1,54	1,38	2,44	5,28	1,23	4,30	1,40	2,07	4,56	1,65
1,70	1,53	1,33	2,49	5,38	1,23	4,33	1,35	2,13	4,65	1,70
1,75	1,53	1,31	2,51	5,47	1,25	4,38	1,33	2,17	4,71	1,75
1,80	1,52	1,30	2,53	5,55	1,26	4,44	1,30	2,21	4,77	1,80
1,85	1,48	1,26	2,56	5,64	1,26	4,48	1,26	2,25	4,83	1,85
1,90	1,44	1,23	2,58	5,73	1,26	4,51	1,23	2,29	4,88	1,90
1,95	1,40	1,17	2,61	5,82	1,25	4,50	1,15	2,33	4,94	1,95
2,00	1,36	1,12	2,63	5,91	1,24	4,48	1,08	2,37	5,00	2,00

Valores extraídos de BARES e adaptada por PINHEIRO (1994)

$$M = \mu \frac{p \ell^2}{100}$$

$$\ell = \text{menor valor entre } \ell_a \text{ e } \ell_b$$

TABELA A-17
MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA TRIANGULAR

Tipo											Tipo
$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$	μ_x	μ'_x	μ_y	μ_{yb}	μ_x	μ'_x	μ_y	μ_{yb}	μ'_y	μ'_{yb}	$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$
< 0,30	-4,17	16,67	0,33	1,67	-4,17	16,67	0,78	2,67	5,33	9,22	< 0,30
0,30	-1,67	15,04	0,33	1,67	-0,89	13,69	0,78	2,67	5,33	9,22	0,30
0,35	-0,81	14,23	0,64	2,12	-0,32	12,58	1,05	2,83	5,14	8,71	0,35
0,40	0,06	13,42	0,94	2,56	0,25	11,47	1,31	3,00	4,94	8,19	0,40
0,45	0,49	12,50	1,17	2,82	0,53	10,32	1,42	2,86	4,81	7,25	0,45
0,50	0,92	11,58	1,40	3,08	0,80	9,16	1,52	2,72	4,68	6,23	0,50
0,55	1,10	10,81	1,58	3,24	0,97	8,22	1,58	2,51	4,56	5,47	0,55
0,60	1,28	10,03	1,75	3,39	1,14	7,28	1,64	2,31	4,44	4,61	0,60
0,65	1,37	9,34	1,86	3,35	1,18	6,47	1,65	2,09	4,28	3,98	0,65
0,70	1,45	8,64	1,96	3,31	1,22	5,65	1,65	1,88	4,12	3,35	0,70
0,75	1,48	8,05	2,01	3,22	1,22	5,09	1,64	1,71	3,94	2,89	0,75
0,80	1,50	7,46	2,07	3,13	1,22	4,53	1,63	1,55	3,77	2,44	0,80
0,85	1,47	7,01	2,05	2,98	1,16	4,22	1,55	1,39	3,56	2,07	0,85
0,90	1,43	6,55	2,03	2,83	1,10	3,90	1,47	1,22	3,36	1,70	0,90
0,95	1,39	6,15	2,00	2,67	1,01	3,68	1,38	1,09	3,18	1,45	0,95
1,00	1,35	5,74	1,97	2,51	0,91	3,45	1,29	0,95	3,01	1,19	1,00
1,05	1,40	5,93	2,14	2,60	0,90	3,52	1,34	0,92	3,13	1,14	1,05
1,10	1,45	6,12	2,31	2,70	0,89	3,50	1,39	0,89	3,24	1,10	1,10
1,15	1,49	6,30	2,48	2,79	0,88	3,67	1,43	0,85	3,36	1,05	1,15
1,20	1,54	6,49	2,65	2,88	0,86	3,74	1,48	0,82	3,47	1,00	1,20
1,25	1,57	6,65	2,78	2,88	0,83	3,80	1,52	0,79	3,53	0,96	1,25
1,30	1,59	6,80	2,95	2,88	0,80	3,86	1,55	0,76	3,59	0,91	1,30
1,35	1,61	6,96	3,10	2,88	0,77	3,92	1,59	0,73	3,65	0,87	1,35
1,40	1,64	7,11	3,24	2,88	0,74	3,98	1,62	0,69	3,70	0,83	1,40
1,45	1,66	7,27	3,39	2,88	0,71	4,04	1,66	0,66	3,76	0,78	1,45
1,50	1,69	7,43	3,54	2,88	0,68	4,10	1,69	0,63	3,82	0,74	1,50
1,55	1,68	7,53	3,65	2,86	0,66	4,13	1,72	0,61	3,85	0,71	1,55
1,60	1,67	7,64	3,76	2,84	0,64	4,17	1,75	0,59	3,88	0,68	1,60
1,65	1,66	7,74	3,87	2,82	0,62	4,21	1,76	0,56	3,91	0,66	1,65
1,70	1,65	7,85	3,98	2,80	0,60	4,25	1,78	0,54	3,94	0,63	1,70
1,75	1,64	7,95	4,09	2,78	0,58	4,29	1,80	0,52	3,97	0,60	1,75
1,80	1,64	8,06	4,19	2,75	0,56	4,33	1,82	0,50	4,00	0,57	1,80
1,85	1,63	8,16	4,30	2,73	0,54	4,37	1,84	0,48	4,03	0,54	1,85
1,90	1,62	8,27	4,41	2,71	0,52	4,40	1,87	0,45	4,06	0,52	1,90
1,95	1,61	8,38	4,52	2,69	0,50	4,44	1,89	0,43	4,09	0,49	1,95
2,00	1,60	8,48	4,63	2,67	0,48	4,48	1,91	0,41	4,12	0,46	2,00

Valores extraídos de BARES e adaptada por PINHEIRO (1994)

$$M = \mu \frac{p \ell^2}{100}$$

ℓ = menor valor entre ℓ_a e ℓ_b

TABELA A-19																
COMPRIMENTO DE ANCORAGEM ℓ_b (cm) para $A_{s,ef} = A_{s,calc}$ e aço CA-50 nervurado																
ϕ (mm)	Concreto															
	C15		C20		C25		C30		C35		C40		C45		C50	
	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com
6,3	48	33	39	28	34	24	30	21	27	19	25	17	23	16	21	15
	33	23	28	19	24	17	21	15	19	13	17	12	16	11	15	10
8	61	42	50	35	43	30	38	27	34	24	31	22	29	20	27	19
	42	30	35	24	30	21	27	19	24	17	22	15	20	14	19	13
10	76	53	62	44	54	38	48	33	43	30	39	28	36	25	34	24
	53	37	44	31	38	26	33	23	30	21	28	19	25	18	24	17
12,5	95	66	78	55	67	47	60	42	54	38	49	34	45	32	42	30
	66	46	55	38	47	33	42	29	38	26	34	24	32	22	30	21
16	121	85	100	70	86	60	76	53	69	48	63	44	58	41	54	38
	85	59	70	49	60	42	53	37	48	34	44	31	41	29	38	27
20	151	106	125	87	108	75	95	67	86	60	79	55	73	51	68	47
	106	74	87	61	75	53	67	47	60	42	55	39	51	36	47	33
22,5	170	119	141	98	121	85	107	75	97	68	89	62	82	57	76	53
	119	83	98	69	85	59	75	53	68	47	62	43	57	40	53	37
25	189	132	156	109	135	94	119	83	108	75	98	69	91	64	85	59
	132	93	109	76	94	66	83	58	75	53	69	48	64	45	59	42
32	242	169	200	140	172	121	152	107	138	96	126	88	116	81	108	76
	169	119	140	98	121	84	107	75	96	67	88	62	81	57	76	53
40	303	212	250	175	215	151	191	133	172	120	157	110	145	102	136	95
	212	148	175	122	151	105	133	93	120	84	110	77	102	71	95	66

Valores de acordo com a NBR 6118/03
Nº Superior: Má Aderência ; Nº Inferior: Boa Aderência
 ℓ_b Sem e Com ganchos nas extremidades
 $A_{s,ef}$ = área de armadura efetiva ; $A_{s,calc}$ = área de armadura calculada

O comprimento de ancoragem deve ser maior do que o comprimento mínimo: $\ell_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \ell_b \\ 10 \phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases}$

$\gamma_c = 1,4$; $\gamma_s = 1,15$

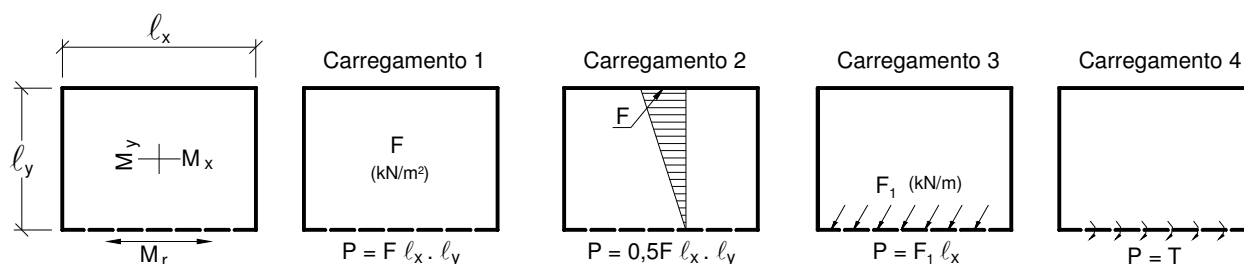
TABELA A-20																
COMPRIMENTO DE ANCORAGEM ℓ_b (cm) para $A_{s,ef} = A_{s,calc}$ e aço CA-60 entalhado																
ϕ (mm)	Concreto															
	C15		C20		C25		C30		C35		C40		C45		C50	
	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com
3,4	50	35	41	29	35	25	31	22	28	20	26	18	24	17	22	16
	35	24	29	20	25	17	22	15	20	14	18	13	17	12	16	11
4,2	61	43	51	35	44	31	39	27	35	24	32	22	29	21	27	19
	43	30	35	25	31	21	27	19	24	17	22	16	21	14	19	13
5	73	51	60	42	52	36	46	32	41	29	38	27	35	25	33	23
	51	36	42	30	36	25	32	23	29	20	27	19	25	17	23	16
6	88	61	72	51	62	44	55	39	50	35	46	32	42	29	39	27
	61	43	51	35	44	31	39	27	35	24	32	22	29	21	27	19
7	102	71	84	59	73	51	64	45	58	41	53	37	49	34	46	32
	71	50	59	41	51	36	45	32	41	28	37	26	34	24	32	22
8	117	82	96	67	83	58	74	51	66	46	61	42	56	39	52	37
	82	57	67	47	58	41	51	36	46	33	42	30	39	27	37	26
9,5	139	97	114	80	99	69	87	61	79	55	72	50	67	47	62	43
	97	68	80	56	69	48	61	43	55	39	50	35	47	33	43	30

Valores de acordo com a NBR 6118/03
Nº Superior: Má Aderência ; Nº Inferior: Boa Aderência
 ℓ_b Sem e Com ganchos nas extremidades
 $A_{s,ef}$ = área de armadura efetiva ; $A_{s,calc}$ = área de armadura calculada

O comprimento de ancoragem deve ser maior do que o comprimento mínimo: $\ell_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \ell_b \\ 10 \phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases}$

$\gamma_c = 1,4$; $\gamma_s = 1,15$

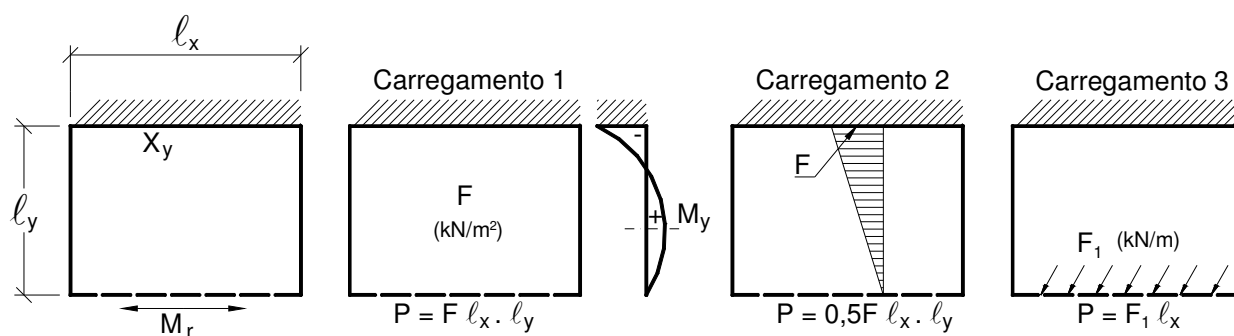
Tabela A-21 – Momentos fletores e flechas em lajes com três bordas apoiadas e uma livre.



$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	$M_r = \frac{P}{m_r}$	$M_x = \frac{P}{m_x}$	$M_y = \frac{P}{m_y}$	$M_{xy} = \frac{P}{m_{xy}}$	$a_r = \omega_r \frac{K \ell_x^2}{E_c h^3}$
-----------------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------------	---

Carrega- mento	λ	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,125
1	m _r	12,6	11,9	11,3	10,7	10,2	9,8	9,4	9,1	9,1	9,2	9,8	11,0	13,7	16,2	30,0
	m _x	15,3	14,9	14,5	14,1	13,8	13,7	13,6	13,8	14,2	15,2	17,0	29,2	26,3	31,5	49,0
	m _y	62,4	58,4	54,2	50,0	45,9	41,7	37,1	33,2	29,9	27,4	25,9	26,3	29,7	33,7	60,0
	m _{xy2}	22,3	20,6	19,3	17,9	16,7	15,4	14,1	12,9	11,8	10,8	10,1	9,4	8,8	8,6	8,4
	m _{xy1}	412	300	220	161	118	86,5	63,6	47,0	35,0	26,3	20,1	15,8	12,8	11,6	10,0
	ω_r	9,10	8,70	8,35	8,05	7,80	7,60	7,45	7,35	7,35	7,40	7,65	8,25	9,90	11,60	21,70
2	m _r	24,9	22,7	20,7	19,0	17,5	16,2	15,2	14,4	14,0	14,0	14,7	16,5	20,5	24,1	>40
	m _x	17,6	17,3	17,1	17,0	17,0	17,1	17,4	18,0	19,1	20,8	23,8	28,9	38,7	47,0	>70
	m _y	33,6	32,1	30,5	29,2	27,3	25,6	24,4	23,5	22,6	22,2	22,4	23,9	28,2	32,4	>60
	m _{xy2}	18,1	17,5	16,9	16,3	15,7	15,1	14,5	13,9	13,4	12,9	12,6	12,5	12,4	12,8	14,0
	M _{xy1}	- 133	- 134	- 138	- 150	- 179	- 263	- 930		349	121	64,4	40,7	28,3	21,3	18,9
3	m _r	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,2	4,3	4,5	4,9	5,6	6,9	8,1	15,9
	m _x	18,0	16,1	14,3	13,1	11,9	10,9	10,2	9,6	9,4	9,3	9,7	10,8	13,1	16,1	31,3
	- m _y	36,2	33,0	30,8	29,2	27,9	27,2	27,2	29,3	32,8	39,4	52,5	91,0	200	500	∞
	m _{xy}	65,0	51,5	40,5	32,4	25,6	20,4	16,0	12,6	10,2	8,3	6,9	5,8	5,2	4,9	4,2
	ω_r						3,10	3,05	3,05	3,10	3,35	3,70	4,45	5,75	7,00	13,20
4	m _r	2,95	2,94	2,93	2,92	2,91	2,90	2,85	2,80	2,74	2,65	2,50	2,35	2,29	2,08	2,0
	m _x	- 18,2	- 18,4	- 18,8	- 20,5	- 23,2	- 31,0	- 69,0	105,0	30,0	12,5	7,9	5,7	4,6	4,2	4,0
	- m _y	32,1	22,4	16,5	12,8	9,8	7,6	6,1	4,8	3,4	3,1	2,5	2,2	2,1	2,0	2,0
	ω_r						2,00	1,95	1,90	1,85	1,78	1,71	1,63	1,54	1,49	1,36

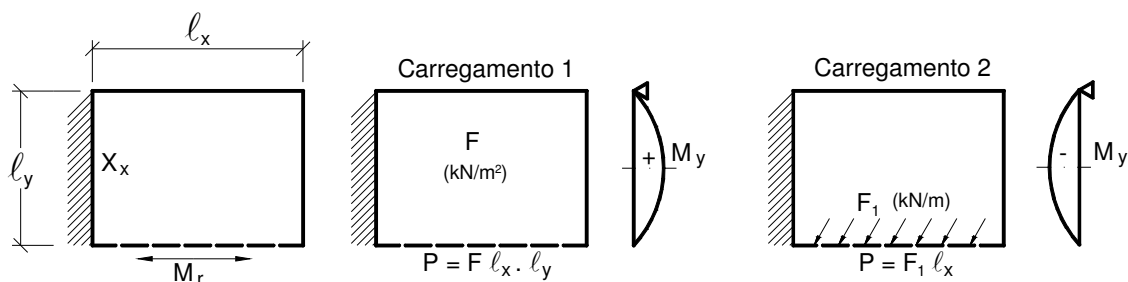
Tabela A-22 – Momentos fletores em lajes com uma borda livre.



$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	$M_r = \frac{P}{m_r}$	$M_x = \frac{P}{m_x}$	$M_y = \frac{P}{m_y}$	$M_{xy} = \frac{P}{m_{xy}}$	$X_y = \frac{P}{n_y}$
-----------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------------	-----------------------

Carregam.	λ	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25
1	m_r	13,1	12,5	12,1	11,7	11,5	11,4	11,5	12,0	13,0	15,2	19,4	29,4	60,2	105
	m_x	18,1	18,1	18,1	18,3	18,8	19,7	21,0	23,3	27,0	34,2	48,0	79,0	174	293
	m_y	84	77	70	64	59	55	52	54	57	68	72	85	107	124
	n_y	12,1	11,3	10,5	9,8	9,1	8,5	7,9	7,4	7,1	6,8	6,8	7,1	8,1	9,0
	m_{xy1}	262	195	146	110	84	64	48	40	33	29	26	26	30	35
2	m_r	27,3	25,4	23,8	22,6	21,6	21,3	21,0	21,7	23,5	27,6	35,2	53,5	110	189
	m_x	22,3	22,7	23,3	24,3	25,6	27,5	30,5	35,0	42,3	55,0	80,5	137	307	504
	m_y	48	46	45	44	43	43	44	46	50	57	68	85	112	132
	$-n_y$	10,1	9,8	9,5	9,2	8,9	8,7	8,5	8,4	8,4	8,5	8,9	9,8	11,5	13,2
	m_{xy1}	-	-	-	-	-	∞	343	161	101	75	63	59	65	74
3	m_r	4,3	4,3	4,3	4,3	4,4	4,6	4,8	5,2	5,7	6,4	8,0	11,6	21	26
	m_x	21,7	19,8	17,5	15,2	14,2	13,7	12,5	12,6	13,5	16,1	22,2	33	52	70
	$-m_y$	39,8	35,7	32,5	29,6	27,0	24,5	22,1	20,8	18,6	16,2	14,1	12,5	11,5	11,8
	$-n_y$	35,3	29,9	21,3	16,5	12,9	10,3	8,4	7,0	5,9	5,1	4,5	4,2	4,3	4,5
	m_{xy}	7,5	7,3	7,0	6,8	6,6	6,5	6,4	6,4	6,5	6,6	6,8	7,4	9,1	10,7

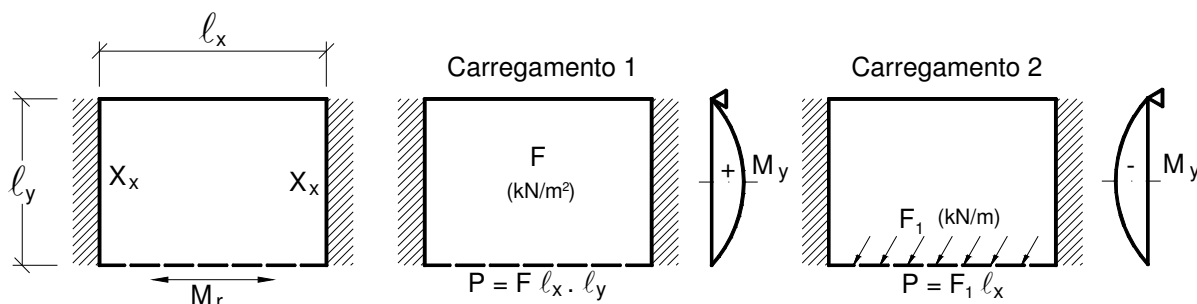
Tabela A-23 – Momentos fletores em lajes com uma borda livre.



$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	$M_r = \frac{P}{m_r}$	$M_x = \frac{P}{m_x}$	$M_y = \frac{P}{m_y}$	$M_{xy} = \frac{P}{m_{xy}}$	$X_r = \frac{P}{n_r}$	$X_x = \frac{P}{n_x}$
-----------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------------	-----------------------	-----------------------

Carregam.	λ	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25
1	m_r	21,3	20,4	19,0	17,7	16,6	15,3	14,3	12,9	12,4	11,7	11,4	11,6	13,5	16,4
	m_x	25,2	23,9	22,8	21,8	20,9	20,1	19,4	18,9	18,7	18,6	19,5	21,6	26,6	31,8
	m_y	76	71	66	61	57	53	49	43	37	31	30	31	32	35
	- n_r	11,6	10,7	9,8	9,0	8,3	7,6	6,9	6,3	5,7	5,1	4,5	4,0	3,8	3,3
	- n_x	12,4	11,6	11,1	10,6	10,2	9,8	9,3	8,9	8,6	8,3	8,2	8,2	8,1	8,0
	m_{xy}	34	31,4	29,2	27,0	24,8	22,6	20,4	18,4	16,4	14,6	12,9	11,5	10,4	9,9
2	m_r	5,1	5,1	5,1	5,2	5,2	5,5	5,6	5,6	5,6	5,7	5,8	6,1	7,0	8,4
	m_x	78	60	46	34,7	25,8	21,8	17,7	14,0	11,0	9,1	7,9	7,5	7,3	8,0
	- m_y	24	23	22	22	22	23	23	24	24	25	30	43	72	138
	- n_r	1,8	1,7	1,7	1,7	1,7	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0
	- n_x	208	134	83	56	38	29	21,4	16,2	12,0	9,3	7,7	6,3	5,3	5,2

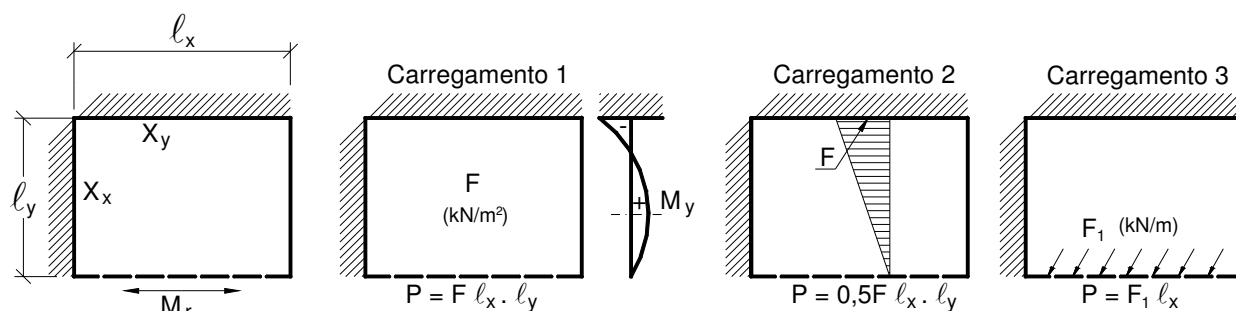
Tabela A-24 – Momentos fletores em lajes com uma borda livre.



$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	$M_r = \frac{P}{m_r}$	$M_x = \frac{P}{m_x}$	$M_y = \frac{P}{m_y}$	$M_{xy} = \frac{P}{m_{xy}}$	$X_r = \frac{P}{n_r}$	$X_x = \frac{P}{n_x}$
-----------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------------	-----------------------	-----------------------

Carregam.	λ	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25
1	m_r	35,3	33,1	30,7	28,2	25,9	23,5	21,4	19,3	17,5	16,0	14,8	14,5	15,4	17,2
	m_x	37,1	35,1	33,3	31,4	29,9	28,4	26,9	25,7	24,7	23,8	23,8	24,8	28,2	32,3
	m_y	108	102	96	90	83	76	68	60	53	48	42,4	38,2	37,5	37,5
	$-n_r$	17,3	16,0	14,8	13,6	12,4	11,2	10,0	8,8	7,6	6,5	5,5	4,8	4,3	4,1
	$-n_x$	17,2	16,5	15,5	14,5	13,5	12,6	11,8	11,0	10,2	9,6	9,1	8,7	8,4	8,3
2	m_r	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,1	7,1	7,1	7,0	7,0	7,2	7,8	8,8
	m_x	140	105	77	56	42	33	27	21	17	15	14	14	14	15
	$-m_y$	20	20	20	20	20	20	20	20	20	22	26	35	65	120
	$-n_r$	2,3	2,3	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,0
	$-n_x$	275	174	106	70	46,1	34,6	25,0	18,6	13,5	10,1	7,9	6,3	5,3	5,2

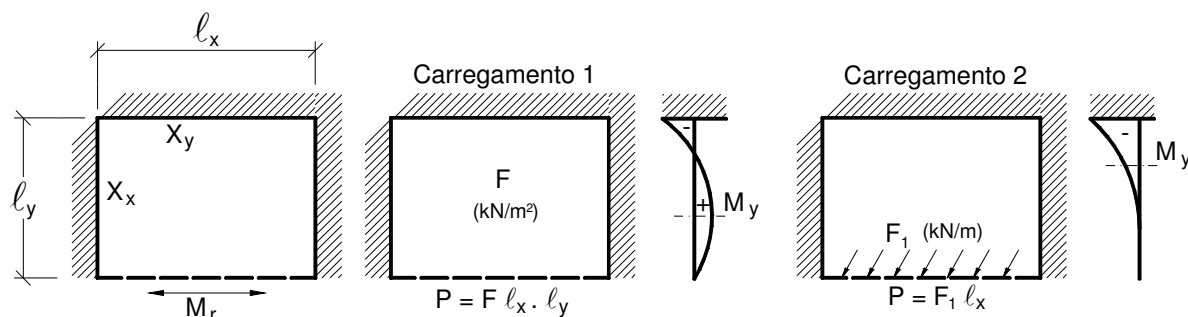
Tabela A-25 – Momentos fletores em lajes com uma borda livre.



$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	$M_r = \frac{P}{m_r}$	$M_x = \frac{P}{m_x}$	$M_y = \frac{P}{m_y}$	$X_r = \frac{P}{n_r}$	$X_x = \frac{P}{n_x}$	$X_y = \frac{P}{n_y}$
-----------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

Carrega- mento	λ	2,0	1,8	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25
1	m_r	30,1	26,7	23,7	22,5	21,0	19,8	18,6	17,4	16,4	15,6	15,1	15,4	16,0	19,1	25,2	41,0	54,0
	m_x	33,2	30,3	27,3	27,6	27,0	26,5	26,0	25,9	26,0	26,5	27,9	30,5	34,9	44,0	63,5	118	196
	m_y	201	195	137	130	123	115	106	95	83	73	67	66	71	80	105	247	550
	$-n_r$	14,7	13,3	11,9	11,2	10,3	9,6	9,0	8,4	7,8	7,2	6,7	6,3	6,0	5,9	6,0	6,9	7,6
	$-n_x$	17,9	16,3	14,8	14,1	13,4	13,0	12,6	12,3	12,1	12,2	12,3	12,9	13,6	15,1	17,4	22,3	26,1
	$-n_y$	25,3	22,9	20,5	19,3	18,0	16,7	15,4	14,1	12,8	11,5	10,3	9,2	8,4	8,0	7,9	8,4	9,1
2	m_r	95	72	56,6		45,9		37,1		31,9		28,2		30,6	36,7	48,6		101
	m_x	38	34,3	31,7		30,4		30,6		32,6		38,4		51,2	66	89		165
	m_y	77	75,1	73,3		67,8		62,0		55,1		52,4		62,0	75	98		178
	$-n_r$	44,3	39,3	33,0		27,6		22,6		18,2		14,5		11,3	11,5	11,8		14,2
	$-n_x$	19,3	17,6	16,2		15,1		14,5		14,4		15,3		17,9	20,4	24,0		40,2
	$-n_y$	18,1	16,8	15,5		14,2		13,0		11,8		10,8		10,2	10,4	11,0		13,8
3	m_r	5,5	5,5	5,5	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,7	5,7	5,8	5,9	6,6	7,2	9,8	14,0	18,5
	m_x	73	61	49	55	47	39	32	26	21	19,1	17,1	18,3	20,1	23,5	29,1	45	58
	$-m_y$	73,5	62,1	51,8	22,8	23,4	23,5	24,0	23,8	23,2	22,0	20,2	18,3	16,4	14,4	12,8	11,8	11,4
	$-n_r$	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,2	2,3	2,4	2,9	3,6	4,2
	$-n_x$	81	63	47,3		34,8		24,2		16,1		11,6	11,9	10,4	10,8	11,8	13,7	14,7
	$-n_y$			301	230	152	105	70	48	34	24	14,1	10,1	7,6	6,1	5,5	5,2	5,1

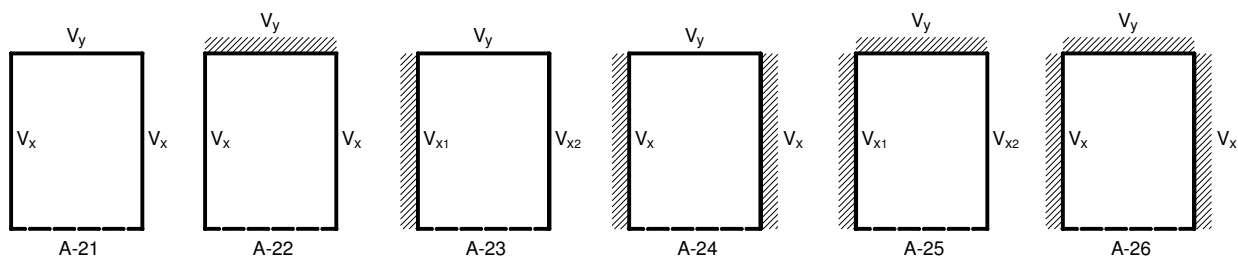
Tabela A-26 – Momentos fletores em lajes com uma borda livre.



$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	$M_r = \frac{P}{m_r}$	$M_x = \frac{P}{m_x}$	$M_y = \frac{P}{m_y}$	$X_r = \frac{P}{n_r}$	$X_x = \frac{P}{n_x}$	$X_y = \frac{P}{n_y}$
-----------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

Carregam.	λ	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25
1	m_r	35,8	23,4	31,0	28,6	26,4	24,3	22,4	20,9	19,9	19,8	21,3	26,8	46,4	77,0
	m_x	39,8	38,3	37,0	35,8	34,9	34,3	34,0	34,3	35,6	38,6	45,6	63,6	126	228
	m_y	163	152	141	130	119	109	99,5	91,0	83,4	80,0	83,4	108	208	417
	$-n_r$	17,8	16,6	15,3	14,1	12,8	11,6	10,4	9,3	8,2	7,4	6,8	6,8	7,6	8,6
	$-n_x$	18,7	17,8	17,0	16,2	15,6	15,0	14,5	14,3	14,2	14,7	15,8	18,1	23,0	27,2
	$-n_y$	26,4	24,6	22,8	21,1	19,3	17,6	15,8	14,2	12,6	11,1	9,8	9,0	9,0	9,6
2	m_r	7,0	7,0	7,1	7,1	7,2	7,2	7,3	7,3	7,4	7,9	9,2	13,0	21,2	33,5
	m_x	143	112	85	63	47,5	35,5	28,2	24,0	22,1	23,3	27,1	34,3	54	84
	$-m_y$	22	22	22	22	22	22	22	21	21	19	17	15	13	12
	$-n_r$	2,3	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2	2,6	3,3	4,1
	$-n_x$	262	165	102	68	47,1	35,8	27,0	20,5	15,8	13,2	12,1	12,5	13,9	15,6
	$-n_y$	∞	-	-	-	250	120	59	35	20	12,4	8,6	5,9	5,3	5,2

Tabela A-27 – Reações de apoio das lajes com uma borda livre – Carregamento uniforme.



$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	$R_x = p \ell_x v_x$	$R_{x1} = p \ell_x v_{x1}$	$R_{x2} = p \ell_x v_{x2}$	$R_y = p \ell_y v_y$
-----------------------------------	----------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------

Caso	λ	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25
A-21	V_x	0,45	0,45	0,44	0,43	0,42	0,41	0,39	0,37	0,34	0,31	0,28	0,22	0,16	0,13
	V_y	0,28	0,20	0,32	0,34	0,36	0,40	0,44	0,49	0,54	0,59	0,64	0,72	0,80	0,84
A-22	V_x	0,34	0,32	0,30	0,28	0,27	0,26	0,24	0,21	0,19	0,18	0,15	0,14	0,12	0,10
	V_y	0,30	0,34	0,38	0,40	0,42	0,42	0,44	0,48	0,50	0,52	0,54	0,56	0,62	0,68
A-23	V_{x1}	0,54	0,53	0,53	0,52	0,51	0,51	0,50	0,48	0,47	0,45	0,43	0,39	0,36	0,34
	V_{x2}	0,37	0,36	0,35	0,35	0,34	0,33	0,32	0,31	0,28	0,26	0,23	0,21	0,18	0,15
	V_y	0,15	0,18	0,20	0,21	0,23	0,24	0,26	0,29	0,35	0,36	0,40	0,46	0,51	0,56
A-24	V_x	0,43	0,42	0,42	0,41	0,41	0,40	0,40	0,39	0,38	0,37	0,35	0,32	0,29	0,27
	V_y	0,14	0,16	0,16	0,18	0,18	0,20	0,20	0,22	0,24	0,26	0,30	0,36	0,42	0,46
A-25	V_{x1}	0,50	0,50	0,49	0,48	0,46	0,46	0,41	0,38	0,34	0,32	0,28	0,23	0,18	0,14
	V_{x2}	0,28	0,27	0,27	0,26	0,25	0,24	0,23	0,22	0,21	0,18	0,15	0,12	0,10	0,10
	V_y	0,22	0,23	0,24	0,26	0,29	0,32	0,35	0,38	0,42	0,45	0,51	0,57	0,63	0,66
A-26	V_x	0,42	0,41	0,40	0,39	0,38	0,37	0,35	0,34	0,32	0,30	0,27	0,23	0,19	0,17
	V_y	0,16	0,16	0,20	0,22	0,24	0,26	0,30	0,32	0,36	0,40	0,46	0,54	0,62	0,66