AULA 07
FLUXO BIDIMENSIONAL E REDES DE FLUXO

Victor S. Terra

Mecânica dos Solos e Fundações

1° Semestre/ 2016

Material de apoio

1 – Curso básico de mecânica dos solos (Carlos Souza Pinto, 2006) – Capítulo 07
2 – Soil Mechanics (Lambe e Whitman, 1969) – Capítulo 18

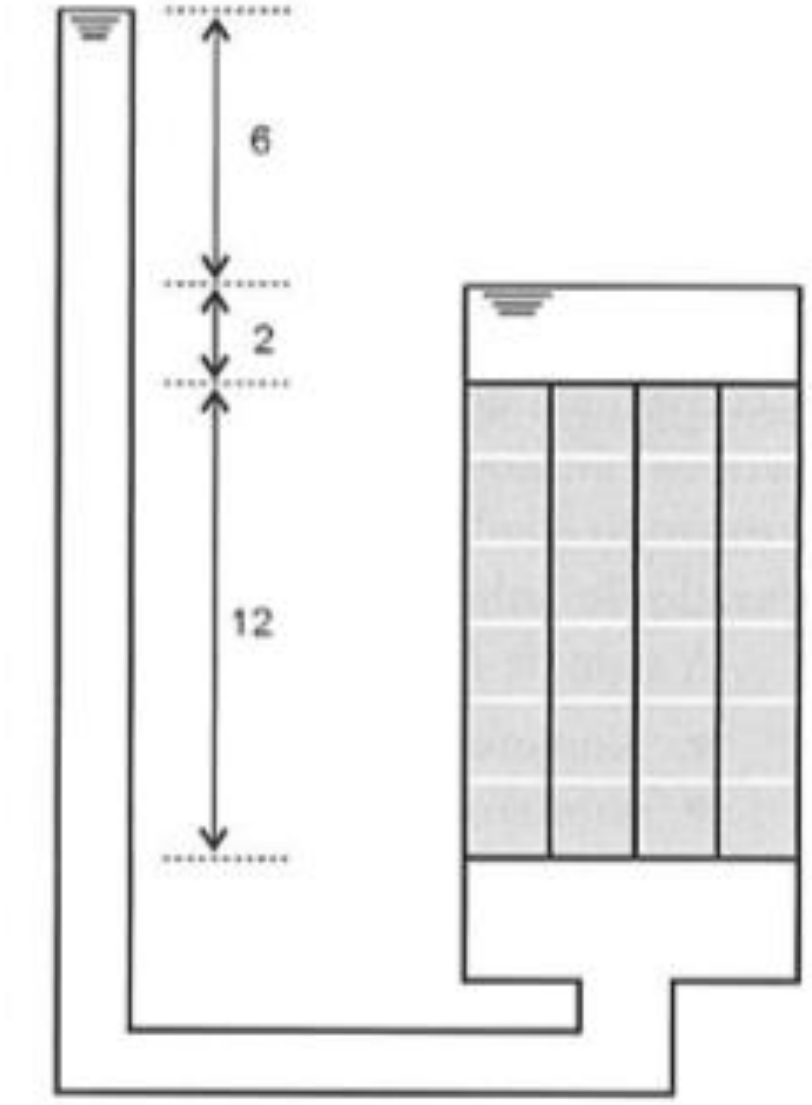
UHE FOZ DO AREIA - PR

Fluxo bi e tridimensionais

- Fluxo Unidimensional
  - Direção do fluxo é constante em qualquer ponto do domínio
  - Permeâmetro estudado na aula 06
  - Infiltração e evaporação de superfícies horizontais
- Fluxo bidimensional
  - Fluxo segue caminhos em planos paralelos
  - Obras lineares
    - Barragens em vales abertos
    - Valas, canais
- Fluxo tridimensional
  - Fluxo segue em diversos caminhos
  - Barragens em vales fechados
  - Poços, cavas

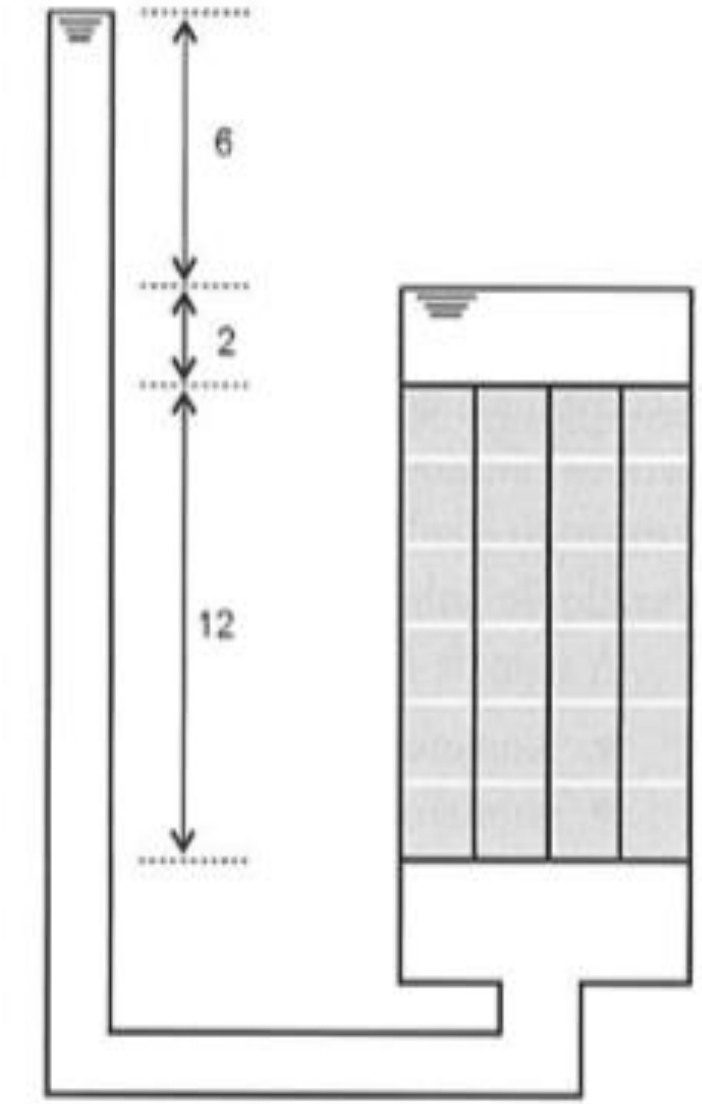
1 - Percolação com redes de fluxo

- Dimensões do corpo de prova:
  - Altura: 12 cm
  - Largura: 8 cm
  - Espessura: 1 cm
- Cargas
  - Face inferior (Datum):
    - h_a = 0 cm; h_p = 20 cm; h_t = 20 cm
  - Face superior:
    - h_a = 12 cm; h_p = 2 cm; h_t = 14 cm
  - Δh = 20 – 14 = 6 cm; i = 6/12 = 0,5
  - q = k i A = 0,2 cm^3/s
  - k =q/iA= 0,2 / (0,5 x 8 x 1) = 0,05 cm/s



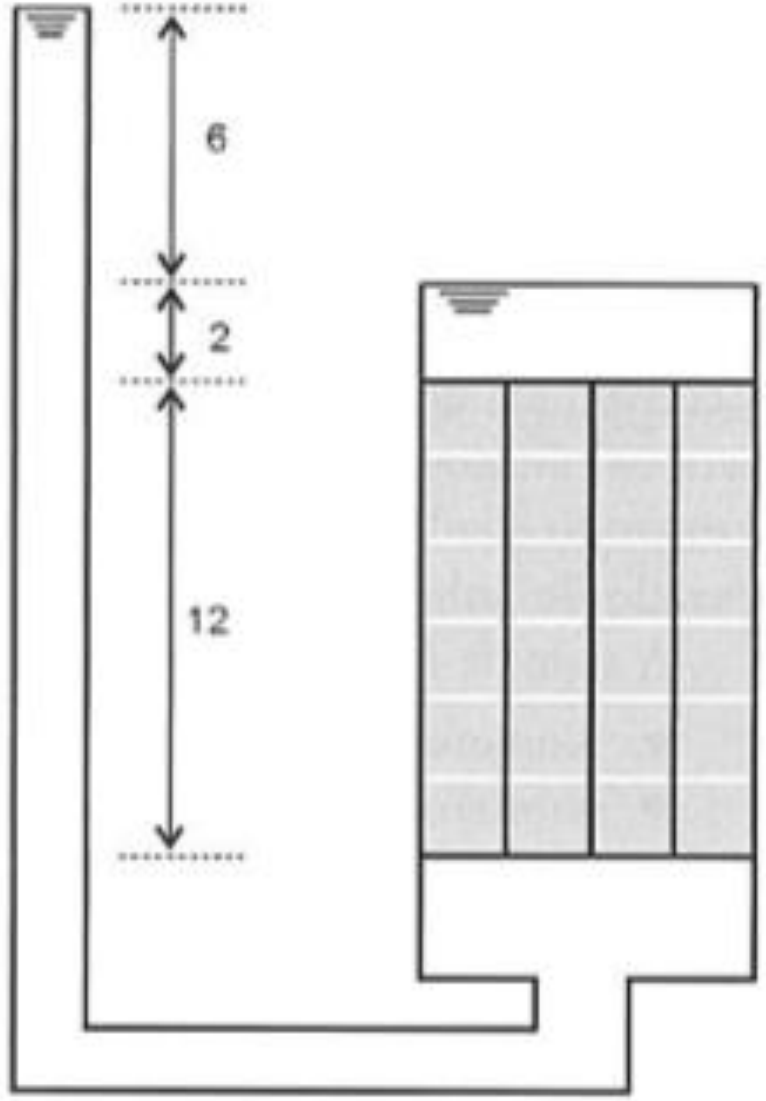
1 - Percolação com redes de fluxo

- Pensando em termos de ‘redes de fluxo’
  - Caminho percorrido pela água: LINHA DE FLUXO
    - No permeâmetro: água percorre o comprimento em linha reta
    - Figura: linhas de fluxo traçadas a cada 2 cm
  - Faixas limitadas pelas linhas: CANAIS DE FLUXO
    - No permeâmetro: 4 canais de fluxo
    - O fluxo por cada canal é igual pois suas larguras são iguais
  - Distribuição de cargas hidráulicas
    - Todos os pontos da superfície inferior possuem a mesma carga total (20 cm), formando uma linha EQUIPOTENCIAL
    - Face superior também
    - Variação de carga é linear ao longo do comprimento
    - Δh = 6 cm; a cada 2 cm de distância houve variação de carga de 1 cm



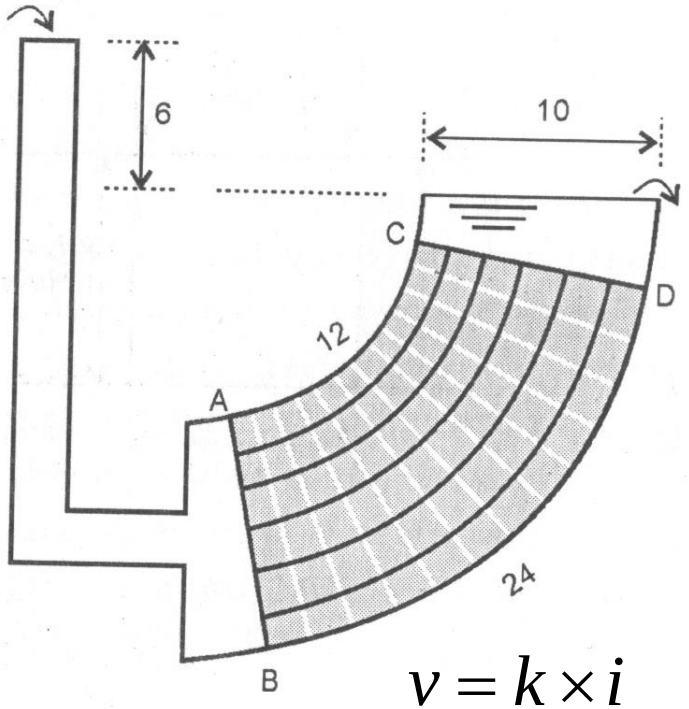
2 – REDES DE FLUXO

- Definição de ‘redes de fluxo’
  - A linhas de fluxo devem determinar canais de fluxo de igual vazão
  - As linhas equipotenciais devem determinar linhas de igual carga hidráulica
- É conveniente que sejam formados quadrados
  - Necessário: escolher o número de linhas de fluxo e de equipotenciais para tal
- Voltando ao exemplo do permeâmetro...
  - Linhas equipotenciais a cada 2 cm
  - Número de canais de fluxo: Nf = 4
  - Número de faixas de perda de carga: Nd = 6
  - Dimensões do quadrado:
    - Largura do canal de fluxo: b = 2 cm
    - Distância entre equipotenciais: l = 2 cm
- Nd e Nf não precisam ser números inteiros
  - Ex: L = 11 cm → Nf = 4, Nd = 5,5



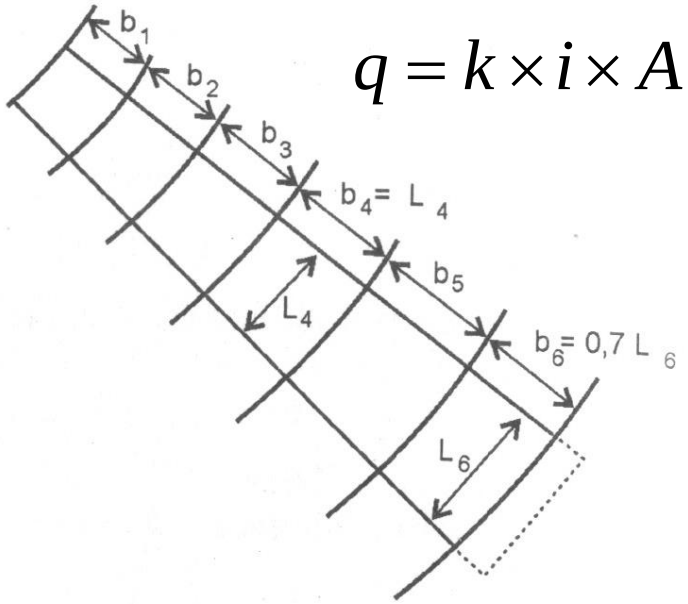
2– REDES DE FLUXO

- Redes de fluxos bidimensionais: mesmos princípios
  - Canais de igual vazão
  - Faixas de igual variação de potencial
- Exemplo: ‘permeâmetro curvo’
- Linhas de fluxo
  - Linha AC: i = 6/12 = 0,5
  - Linha BD: i = 6/24 = 0,25
  - Demais linhas serão círculos concêntricos
  - Fato: Gradientes variam.
    Conclusão: velocidades de percolação menores nos canais externos (menor gradiente)
  - Fato 1: Canais devem ter igual vazão. Fato 2: velocidade neles é menor.
    Conclusão: canais externos devem ser maiores



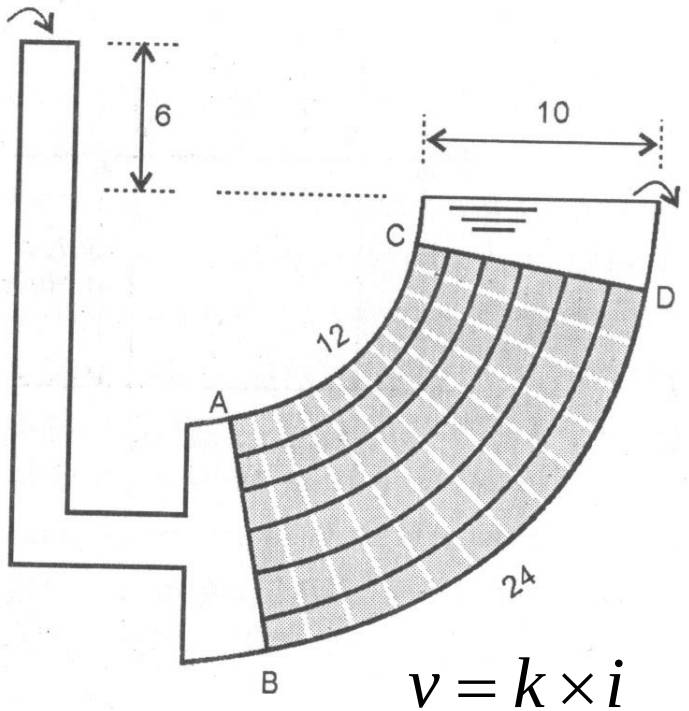
$$v = k \times i$$

$$q = k \times i \times A$$



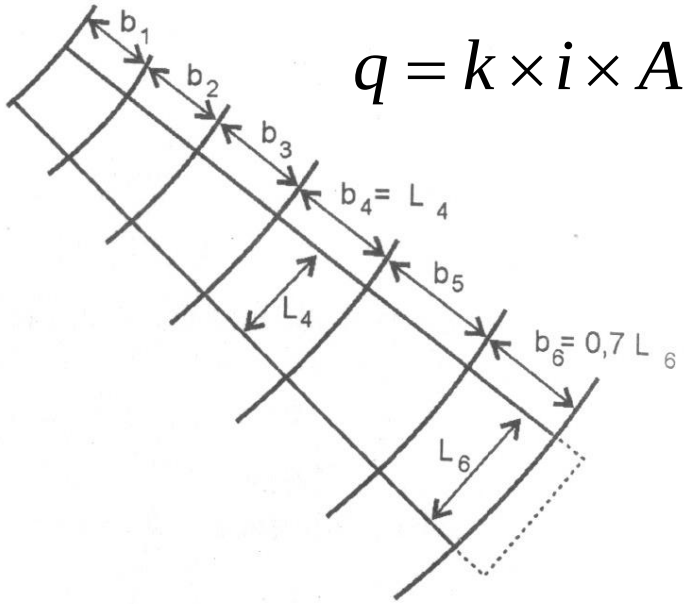
2– REDES DE FLUXO

- Linhas equipotenciais
  - h = 6 cm
  - Diferença de carga se dissipa linearmente ao longo de cada linha de fluxo
  - Sendo escolhida variação de potencial de 0,5 cm entre cada equipotencial → 12 faixas (i.e., 6/0,5)
    - Linha AC: 12 cm → Ex.: 12 faixas de 1 cm
    - Linha BD: 24 cm → Ex.: 12 faixas de 2 cm
    - Linhas intermediárias: comprimento total dividido em 12 faixas iguais
  - Equipotenciais serão retas convergentes
  - Resultado da construção: equipotenciais serão ortogonais às linhas de fluxo
    - Sempre válido para materiais homogêneos



$$v = k \times i$$

$$q = k \times i \times A$$



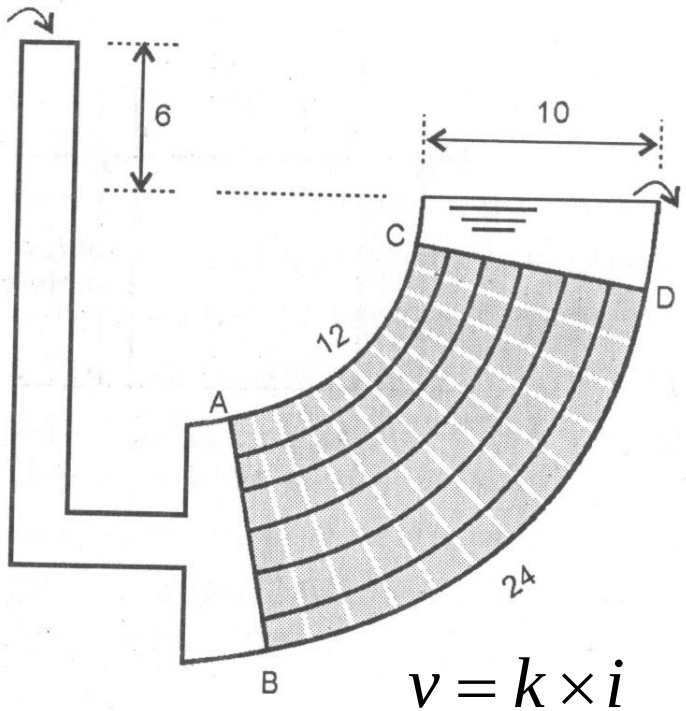
2– REDES DE FLUXO

- Fórmulas importantes:
  - Vazão no solo (Q):

$$Q = k\Delta H \frac{Nf}{Nd}$$

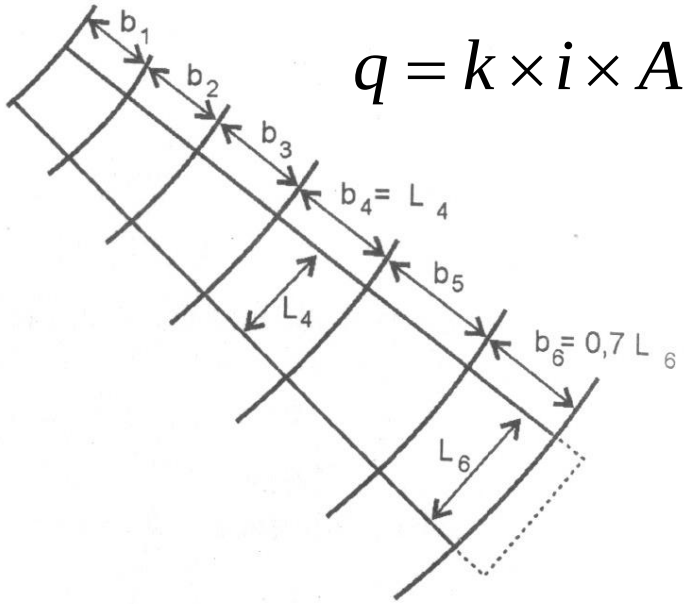
  - Vazão em um único elemento (q):

$$q = k\frac{\Delta h}{l}b$$



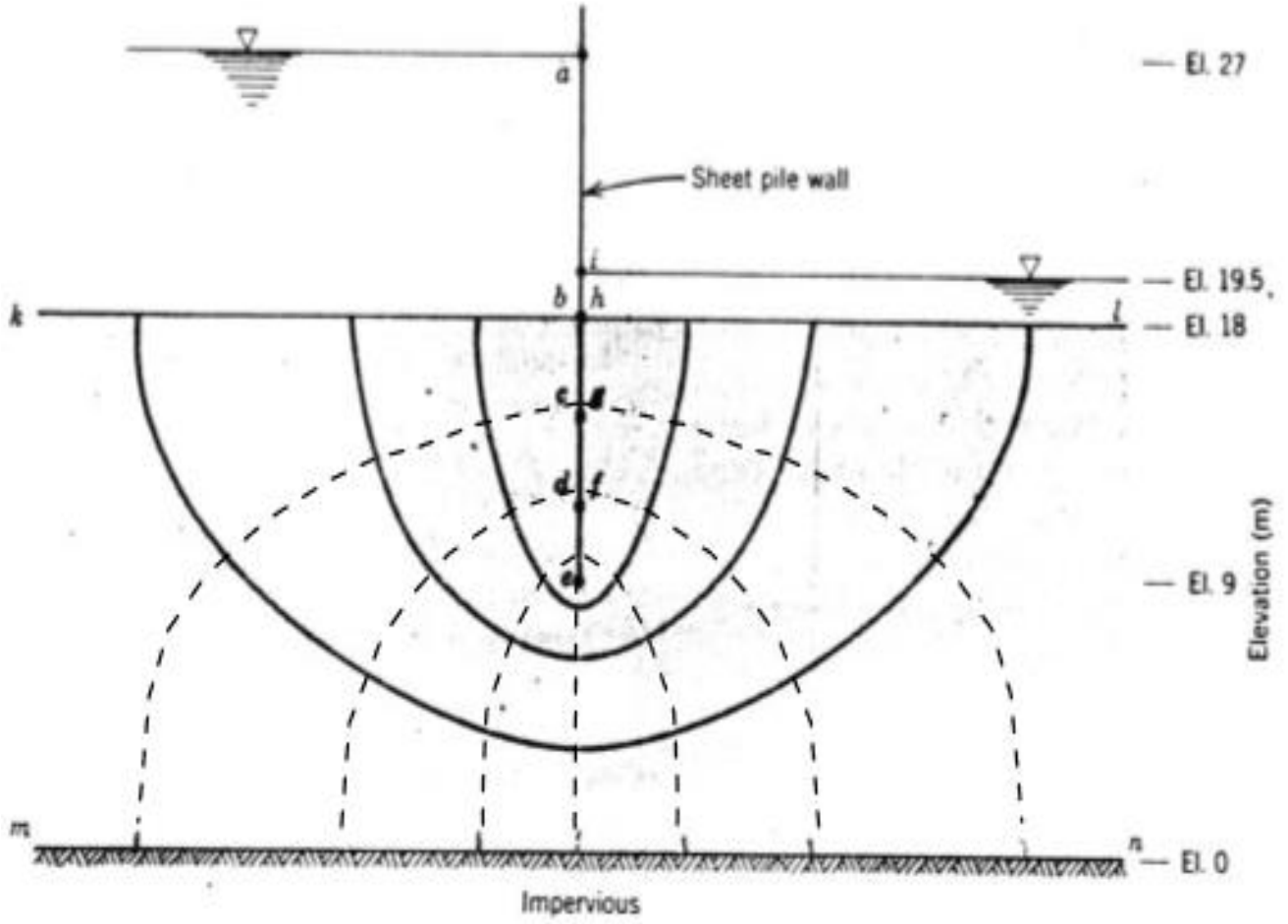
$$v = k \times i$$

$$q = k \times i \times A$$



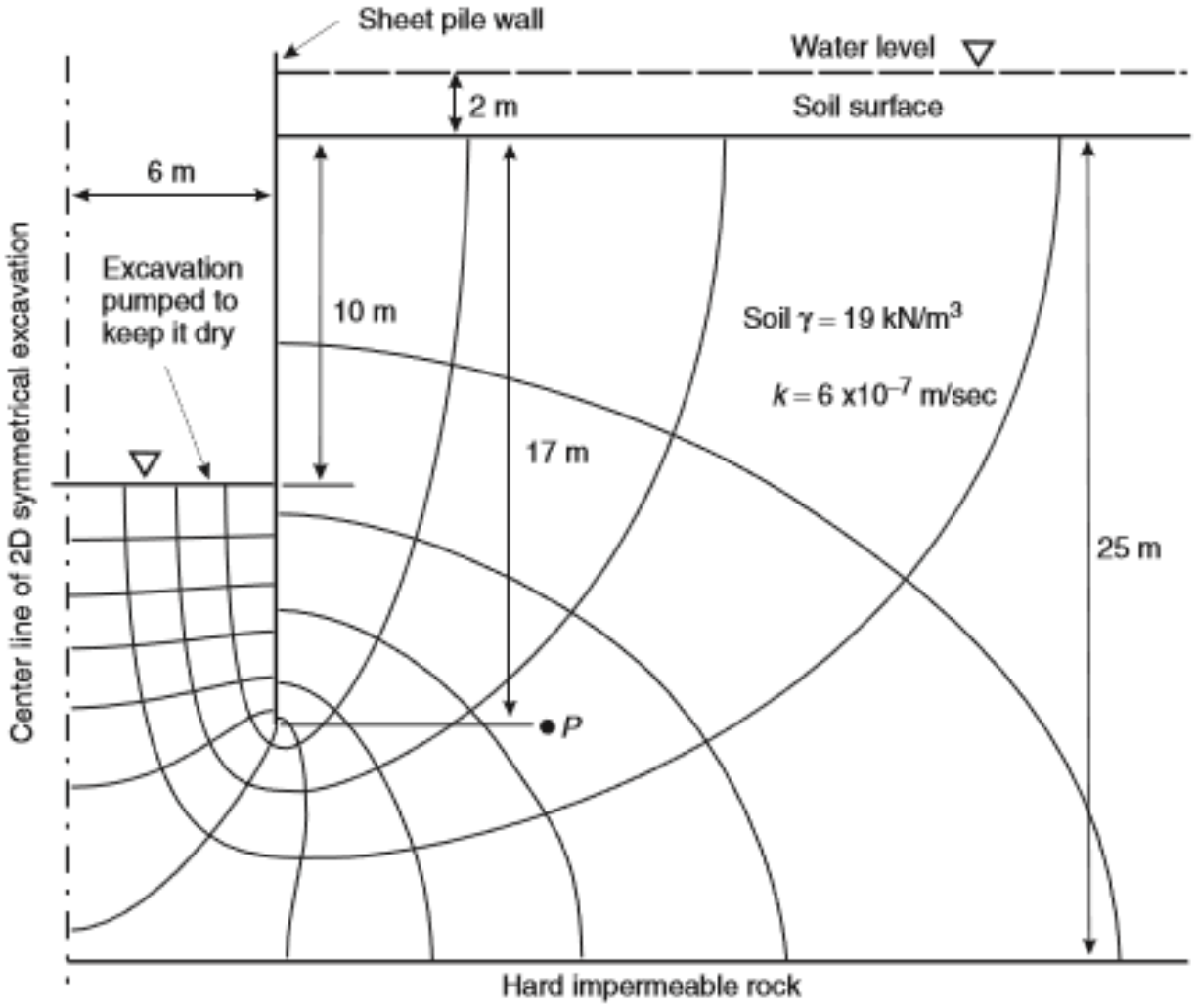
3 – APLICAÇÕES: PRANCHAS E CONTENÇÕES

- Linhas de fluxo = 5;
- Canais de fluxo (Nf) = 4;
- Equipotenciais = 9;
- Reduções de perda de carga (Nd) = 8;
- Perda de carga (ΔH) = 27 – 19.5 = 7.5 m;
- Perda de carga por redução (Δh)= ΔH/Nd = 7.5/8 =0.938 m;

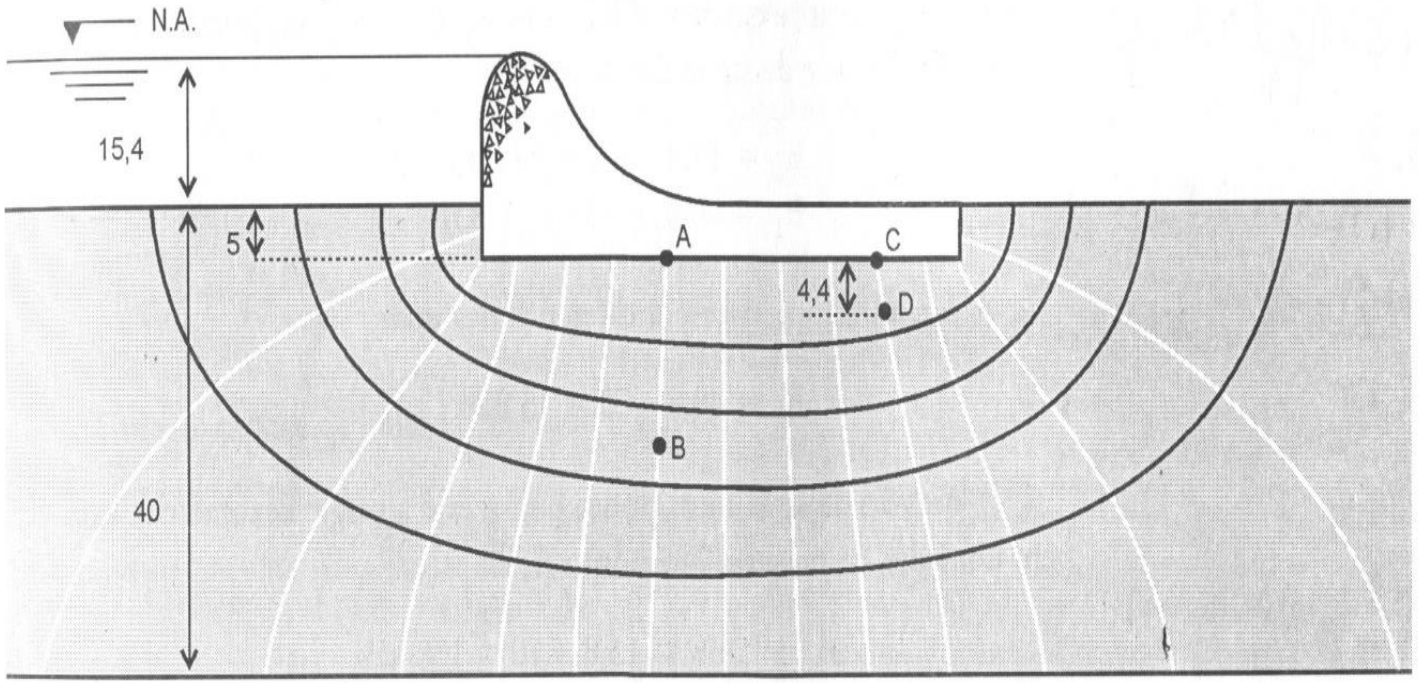


3 – APLICAÇÕES: PRANCHAS E CONTENÇÕES

- Linhas de fluxo = 5;
- Canais de fluxo (Nf) = 4;
- Equipotenciais = 13;
- Reduções de perda de carga (Nd) = 12;
- Perda de carga (ΔH) = 12 m;
- Perda de carga por redução (Δh)= ΔH/Nd = 12/12 =1 m;

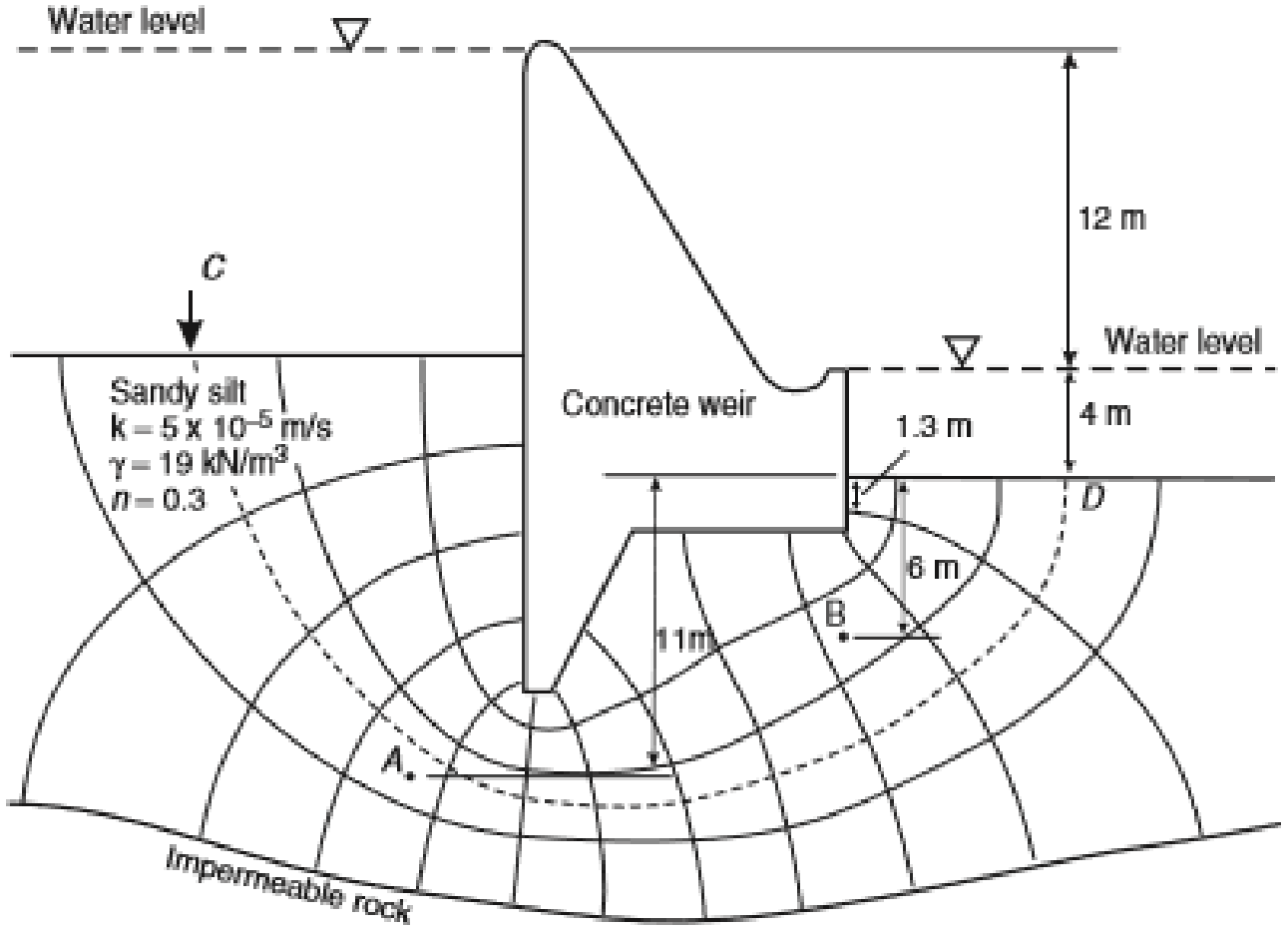


3 – APLICAÇÕES: FUNDAÇÕES DE BARRAGENS DE CONCRETO



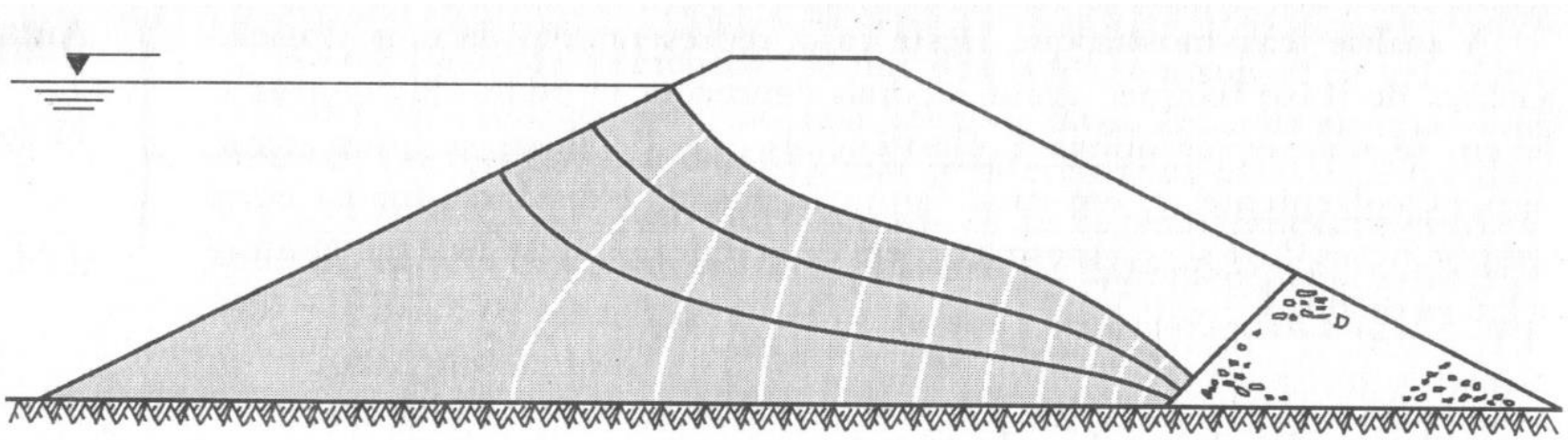
- Linhas de fluxo = 6;
- Canais de fluxo (Nf) = 5;
- Equipotenciais = 15;
- Reduções de perda de carga (Nd) = 14;
- Perda de carga (ΔH) = 15.4 m;
- Perda de carga por redução (Δh)= ΔH/Nd = 15.4/14 =1.1 m;

3 – APLICAÇÕES: FUNDAÇÕES DE BARRAGENS DE CONCRETO



- Linhas de fluxo = 5;
- Canais de fluxo (Nf) = 4;
- Equipotenciais = 13;
- Reduções de perda de carga (Nd) = 12;
- Perda de carga (ΔH) = 12 m;
- Perda de carga por redução (Δh)= ΔH/Nd = 12/12 =1 m;

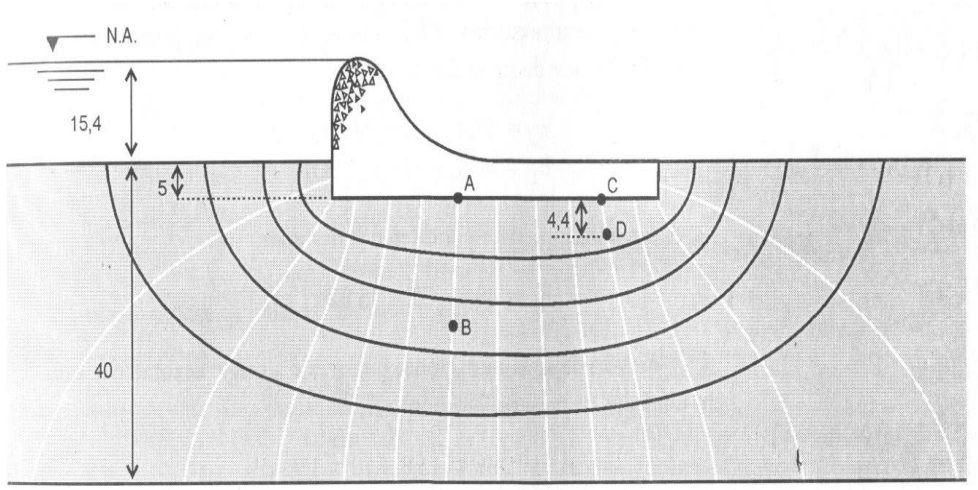
3 – APLICAÇÕES: BARRAGENS DE TERRA



- Linhas de fluxo = 4;
- Canais de fluxo (Nf) = 3;
- Equipotenciais = 12;
- Reduções de perda de carga (Nd) = 11;
- Perda de carga (ΔH);
- Perda de carga por redução (Δh)= ΔH/Nd;

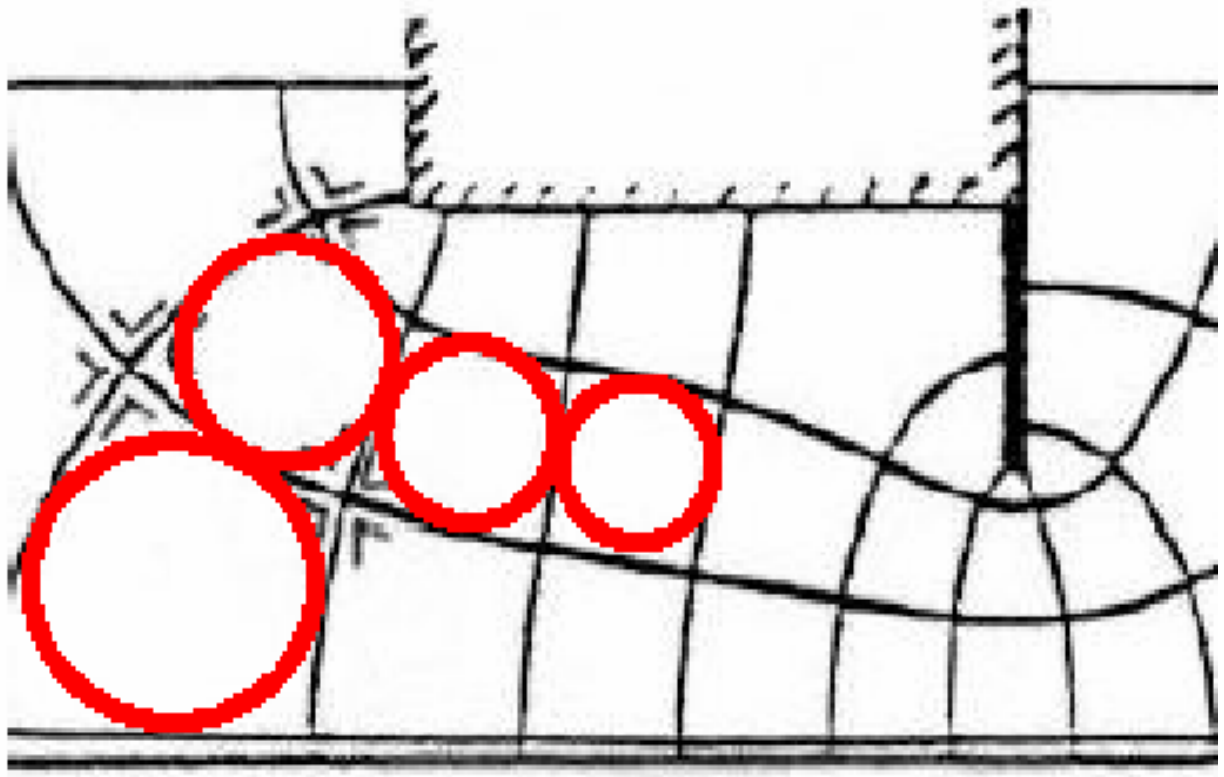
4 – DICAS DE TRAÇADO DE REDES DE FLUXO

- Construção gráfica
  - Feita por tentativas a partir da definição de linhas limites (contornos) e das regras já comentadas
  - Recomendações do Prof. Arthur Casagrande (1937)
    - Estudar redes de fluxo previamente construídas
    - Tentar reproduzir sem olhar o desenho original
    - Traçado de uma nova rede: 3 ou 4 canais na primeira tentativa
    - Observar a rede como um todo
    - Fazer transições suaves



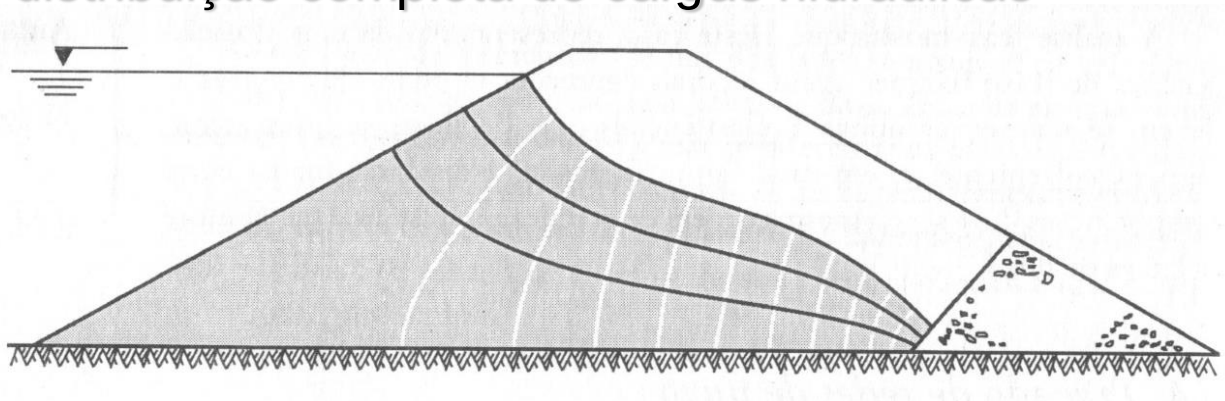
4 – DICAS DE TRAÇADO DE REDES DE FLUXO

- É conveniente:
  - Selecionar linhas de fluxo de modo que o fluxo em cada canal seja sempre o mesmo;
  - Selecionar as linhas equipotenciais de modo que a perda de potencial entre as linhas tenha sempre a mesma magnitude;
  - É também aconselhável que dentro de cada canal seja possível colocar um círculo inscrito;
  - As linhas equipotenciais deve cruzar as linhas de fluxo ortogonalmente;
  - Atentar se existe simetria!



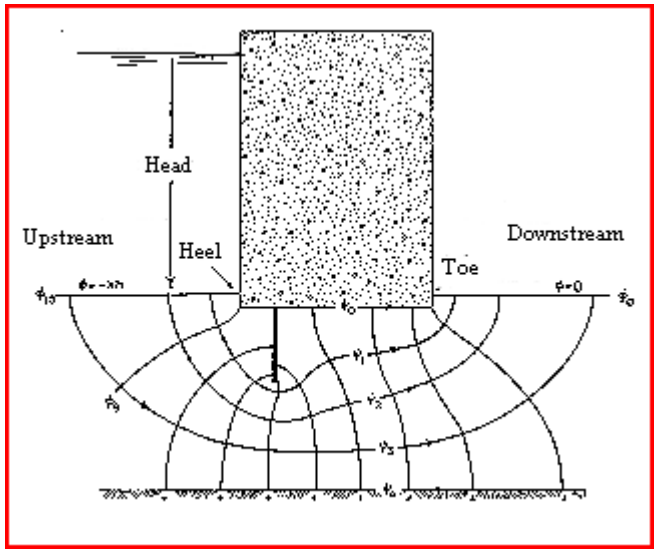
4 – DICAS DE TRAÇADO DE REDES DE FLUXO

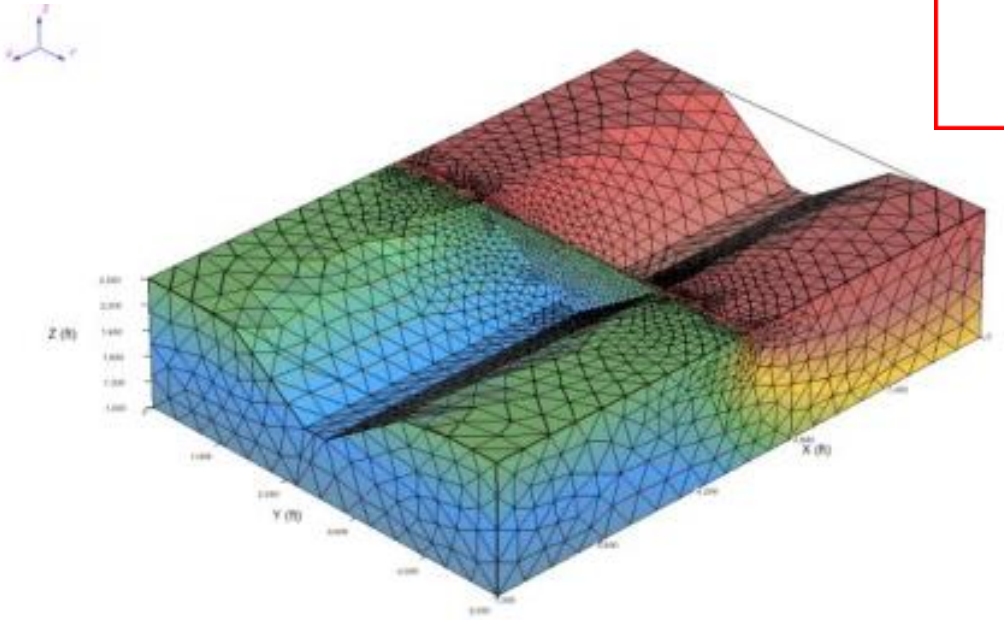
- Redes de fluxo com contorno não definido (fluxo não confinado)
  - Exemplo de fluxo não confinado: barragens de terra
  - Acima da linha freática: fluxo não saturado
    - Até a linha de ascensão capilar o fluxo é igual ao fluxo saturado
    - Acima deste limite o fluxo diminui, pois a permeabilidade diminui
  - Tradicionalmente se desconsiderava o fluxo não saturado
    - No caso da barragem, a primeira medida era estabelecer o limite superior de forma empírica e desconsiderar o fluxo acima deste limite
    - Hoje, soluções numéricas produzem uma distribuição completa de cargas hidráulicas

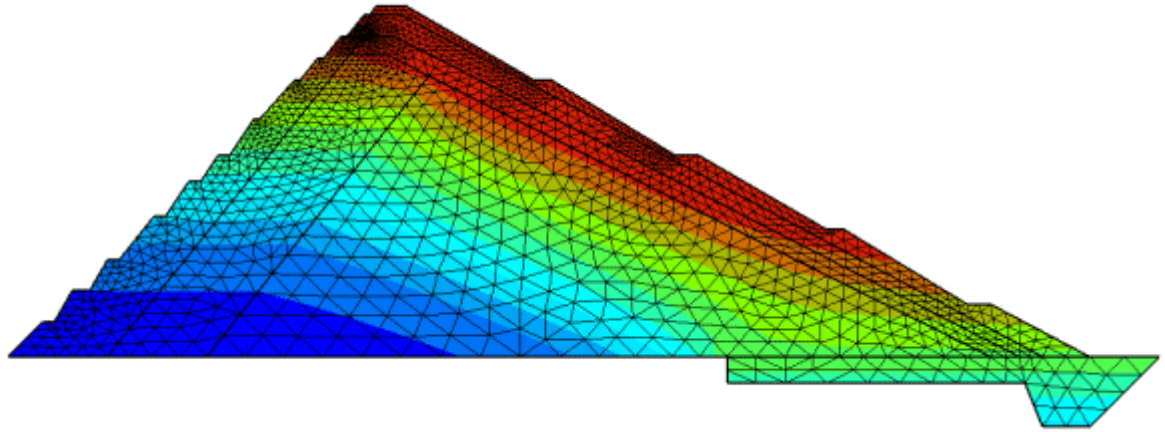


4 – DICAS DE TRAÇADO DE REDES DE FLUXO

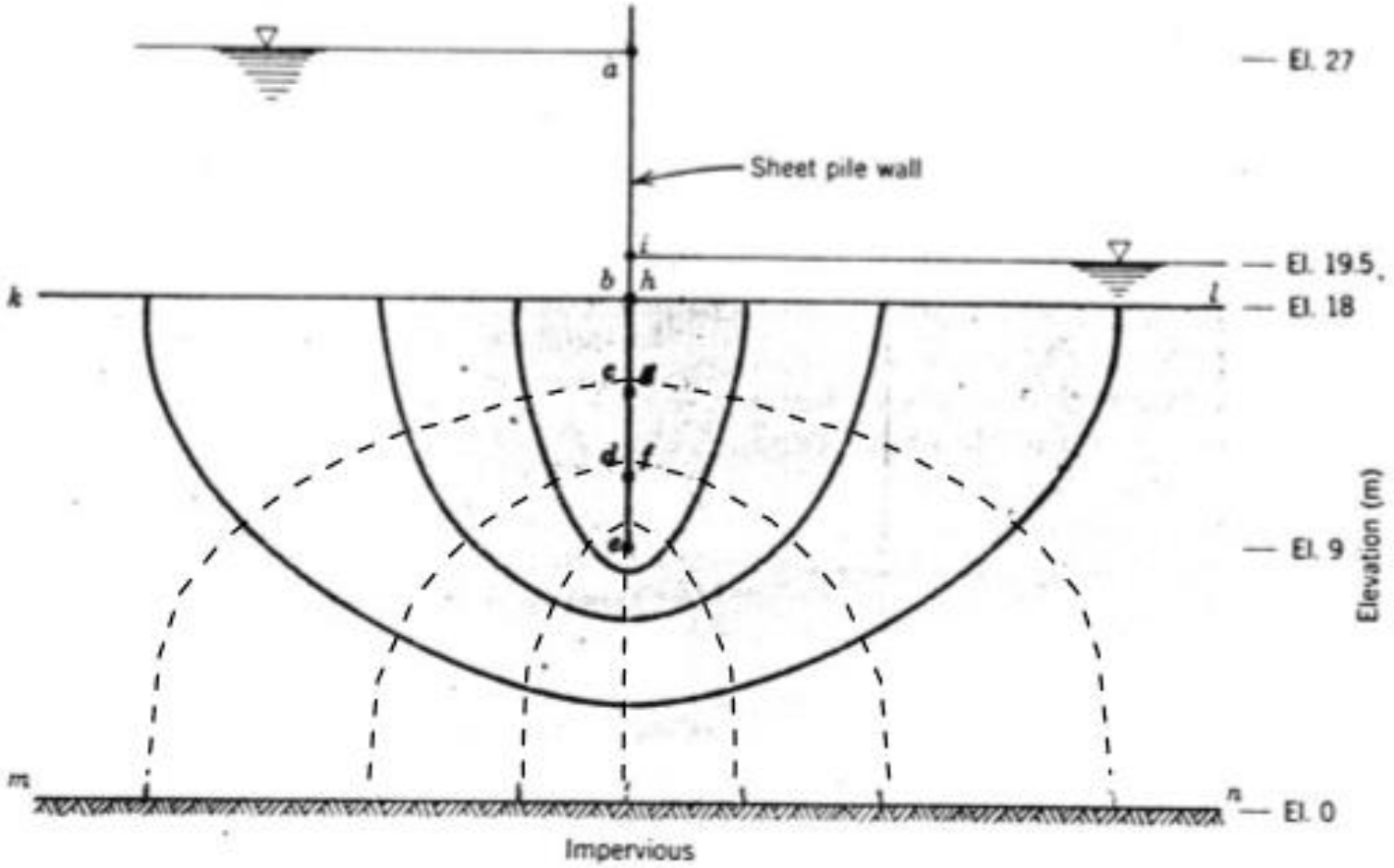
- Métodos de obtenção das redes de fluxo
  - Construção gráfica;
  - Analogia elétrica;
  - Modelagem numérica;
  - Modelos físicos.







5 – CARGA TOTAL (OU CARGA HIDRÁULICA)



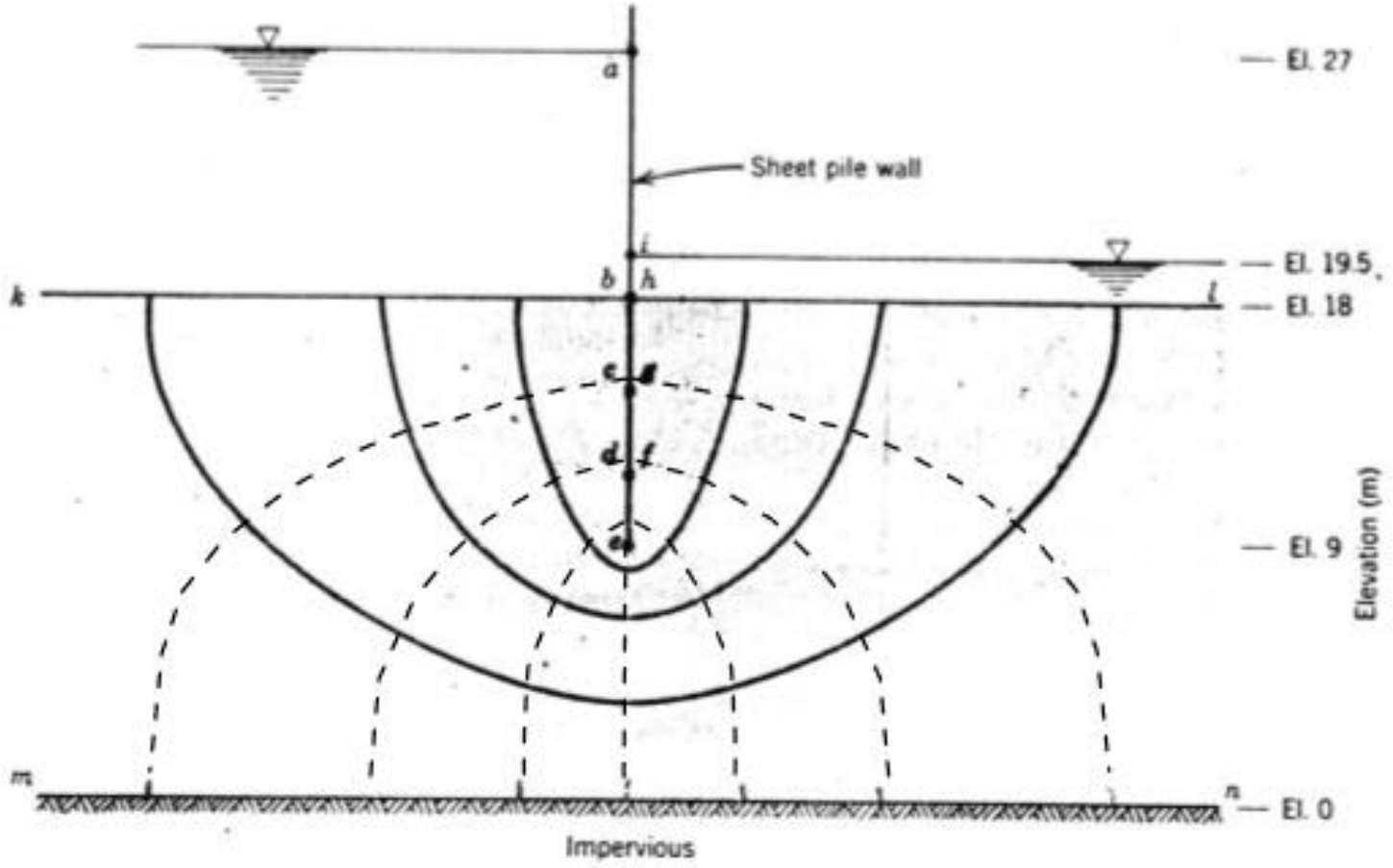
- Carga total em um ponto genérico n (ht_n):

$$ht_n = H_0 - Nd_n \frac{\Delta H}{Nd}$$

H_0 = Cota do NA à montante;
Nd_n = Quantidade de reduções de carga até o ponto n;
Nd = Quantidade total de reduções;
ΔH = diferença entre os NAs

5 – CARGA TOTAL (OU CARGA HIDRÁULICA)

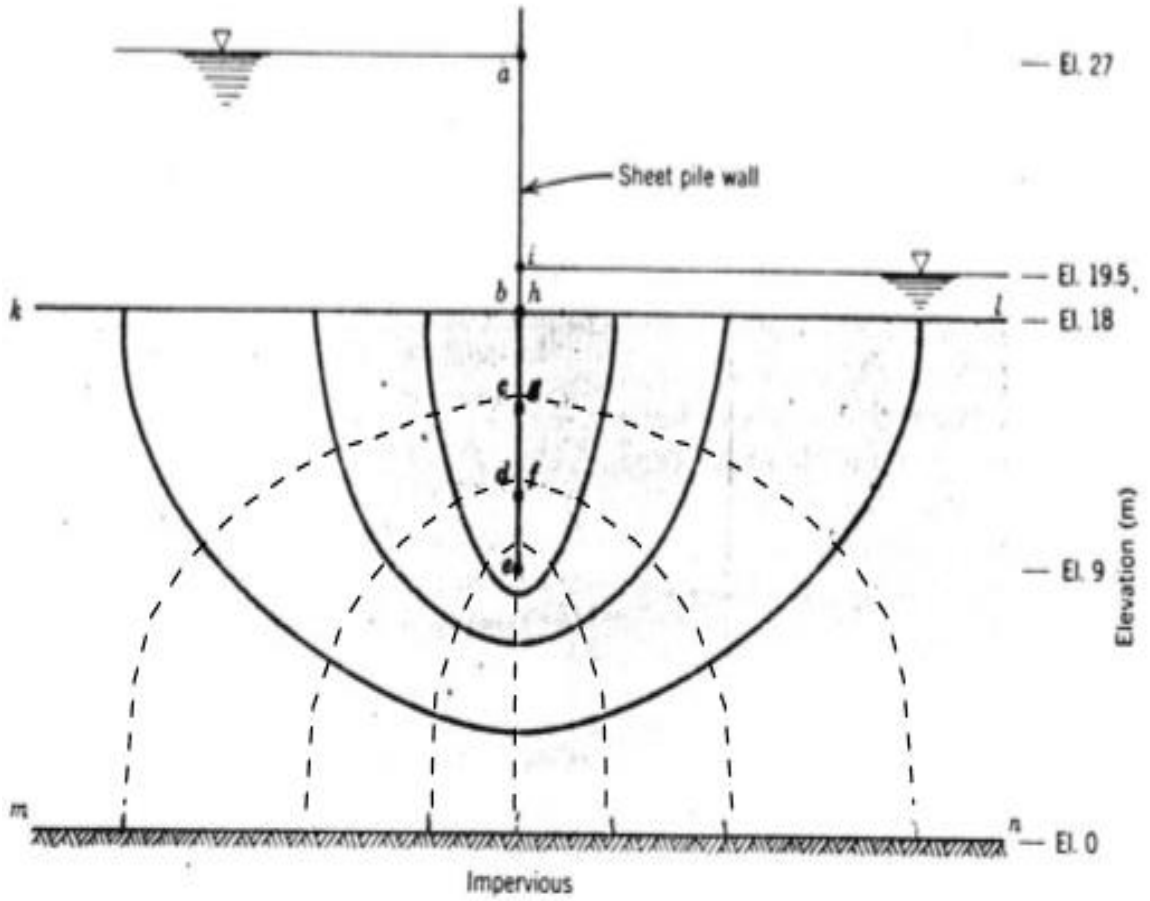
- EXEMPLO 01: Calcular as cargas piezométricas para os pontos “a” a ”i”.



$$ht_n = H_0 - Nd_n \frac{\Delta H}{Nd}$$

5 – CARGA TOTAL (OU CARGA HIDRÁULICA)

- EXEMPLO 01: Calcular as cargas piezométricas para os pontos “a” a ”i”.



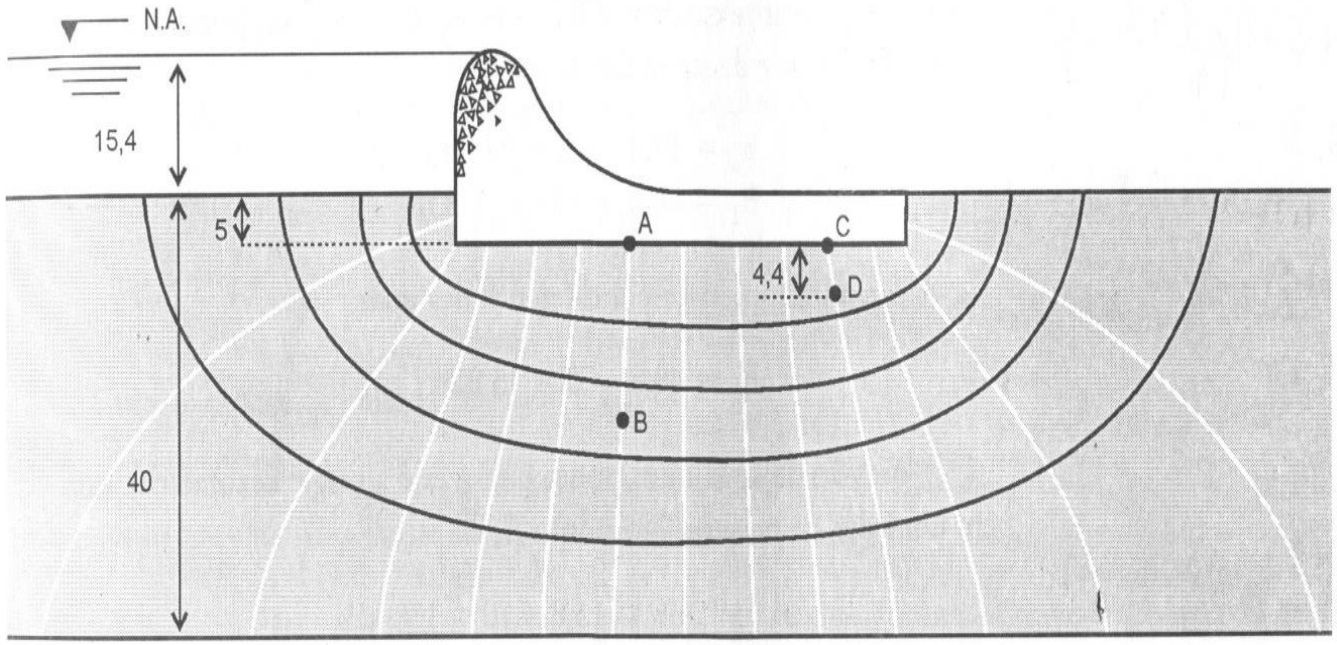
$$ht_n = H_0 - Nd_n \frac{\Delta H}{Nd}$$

Ponto	Ndi	he (m)	ht (m)	hp (m)
a	0	27	27.00	0.00
b	0	18	27.00	9.00
c	1	15	26.06	11.06
d	2	12	25.13	13.13
e	4	9	23.25	14.25
f	6	12	21.38	9.38
g	7	15	20.44	5.44
h	8	18	19.50	1.50
i	8	19.5	19.50	0.00

6 – SUBPRESSÃO (Sub)

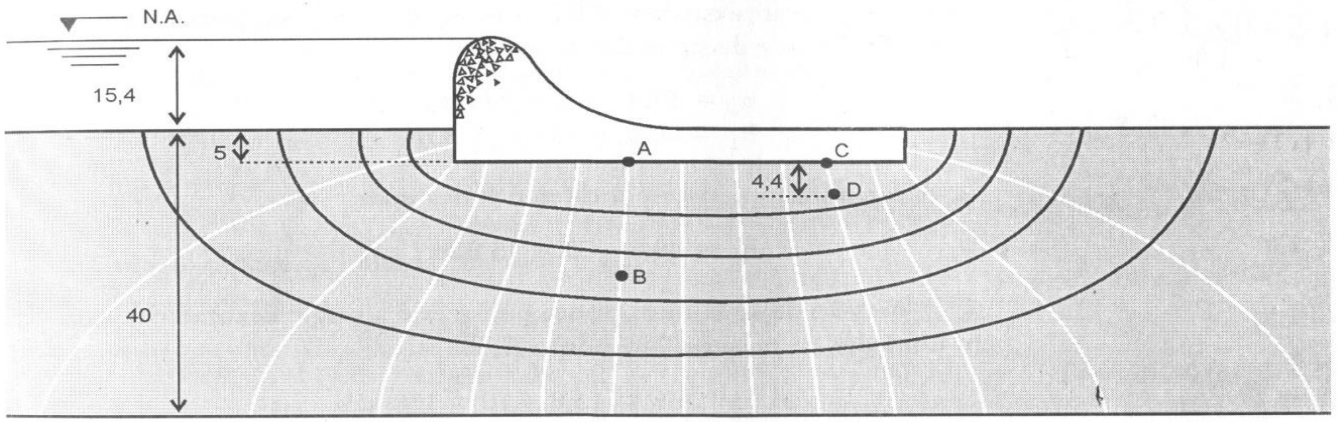
❑ Definição: É a pressão total na base de uma barragem de concreto devido à poropressão (u).

❖ EXEMPLO 02: Calcular a vazão total (m³/s) e a subpressão total na base da barragem abaixo. Considere que a permeabilidade do solo seja 3e-5 m/s, γ_{sat} = 17 kN/m³, e que a barragem tenha uma extensão de 380 metros. A largura (L) da barragem é 30 m.



6 – SUBPRESSÃO (Sub)

❖ EXEMPLO 02: Calcular a vazão total (m³/s) e a subpressão total na base da barragem abaixo. Considere que a permeabilidade do solo seja 3e-5 m/s, γ_{sat} = 17 kN/m³, e que a barragem tenha uma extensão de 380 metros. A largura (L) da barragem é 30 m.



- ❑Canais de fluxo (Nf) = 5;
- ❑Reduções de perda de carga (Nd) = 14;
- ❑Perda de carga (ΔH) = 15.4 m;

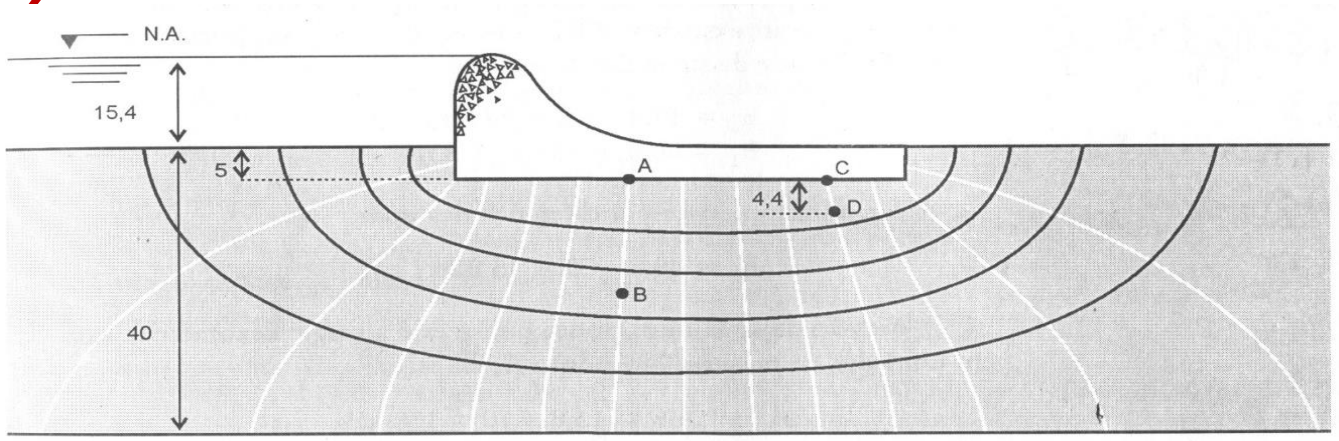
❑ Cálculo da vazão total no solo (Qt):

$$Q = k\Delta H \frac{Nf}{Nd} = 3x10^{-5} \times 15.4 \times \frac{5}{14} = 1.65x10^{-4} m/s/m$$

$$Qt = 1.65x10^{-4} \times 380 = 0.067 m/s = 6.7x10^{-2} m/s$$

6 – SUBPRESSÃO (Sub)

❖ EXEMPLO 02: Calcular a vazão total (m³/s) e a subpressão total na base da barragem abaixo. Considere que a permeabilidade do solo seja 3e-5 m/s, γsat = 17 kN/m³, e que a barragem tenha uma extensão de 380 metros. A largura (L) da barragem é 30 m.



- ❑ Ndi:
  - ❑ Ponto de Entrada = 2;
  - ❑ Ponto de Saída =12;
- ❑ Altura altimétrica (ha):
  - ❑Ponto de Entrada = 35 m;
  - ❑ Ponto de Saída =35 m;
- ❑ Carga total (ht):
  - ❑ Ponto de Entrada = 53.2 m;
  - ❑ Ponto de Saída =42.2 m;
- ❑ Altura piezométrica (hp):
  - ❑Ponto de Entrada = 18.2 m;
  - ❑ Ponto de Saída = 7.2 m;
- ❑ Poropressão (u):
  - ❑ Ponto de Entrada = 182 kPa;
  - ❑ Ponto de Saída = 72 kPa;
- ❑ Subpressão (área):

$$Sub = \frac{(182+72)}{2} \times 30 = 3810 kPa$$

$$Subtotal = 3810 \times 380 = 1447800 kPa$$

7 – GRADIENTE DE SAÍDA E AREIA MOVEDIÇA

- O gradiente hidráulico de saída ($i_{saída}$): deve ser calculado à jusante de barragens de concreto para verificar se há ou não ocorrência de areia movediça.
- Calcula-se o gradiente hidráulico no elemento mais próximo da barragem (no lado de jusante), onde o gradiente de saída tem seu valor máximo ($i_{máx}$).

$$i_{saída} = i_{máx} = \frac{\Delta h}{Nd \times l}$$

- Ocorre areia movediça quando:

$$i_{saída} > i_{crít}$$

$$i_{crít} = \frac{\gamma_{sub}}{\gamma_w}$$