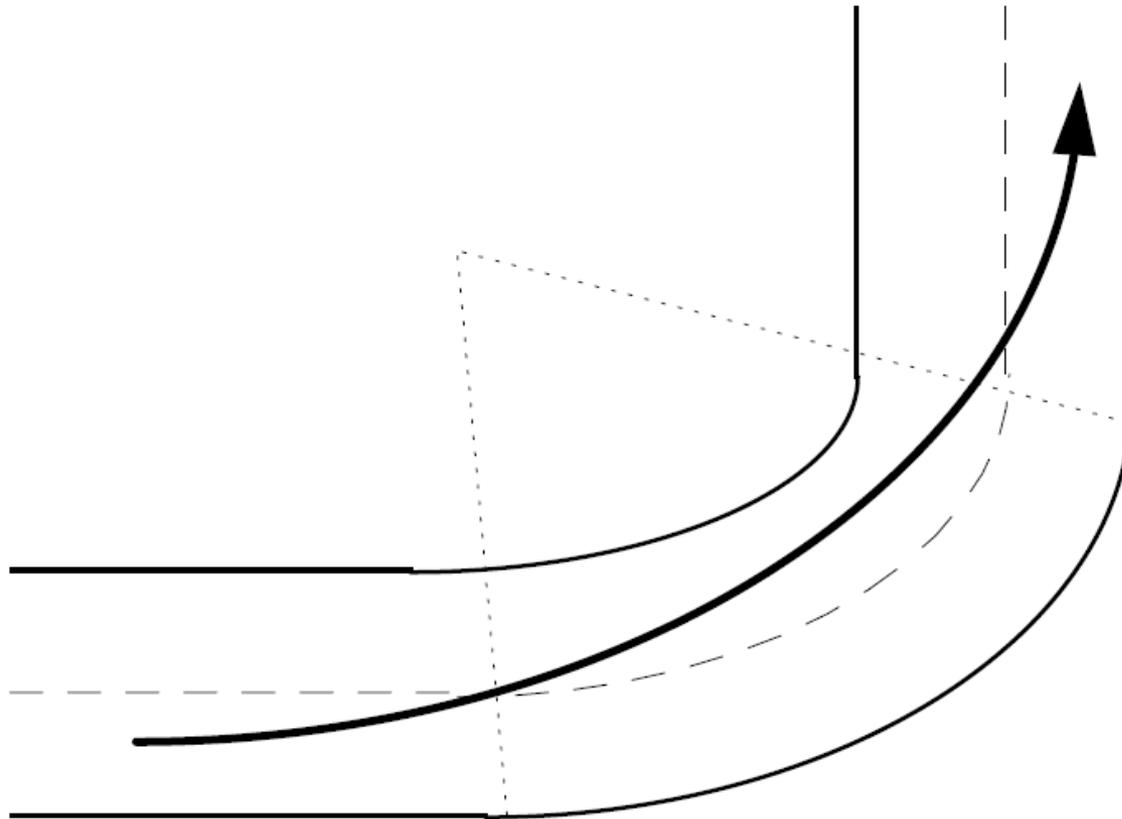


**UNIP**  
**CURSO: ENGENHARIA CIVIL**  
**DISCIPLINA: ESTRADAS E**  
**AEROPORTOS**  
**AULA 04**  
**CURVA HORIZONTAL COM**  
**TRANSIÇÃO**

**Professora: Cléia Montalvão**

# Introdução

- Quando um veículo passa de um alinhamento reto para um trecho curvo, surge uma força centrífuga atuando sobre o mesmo, que tende a desviá-lo da trajetória que normalmente deveria percorrer.

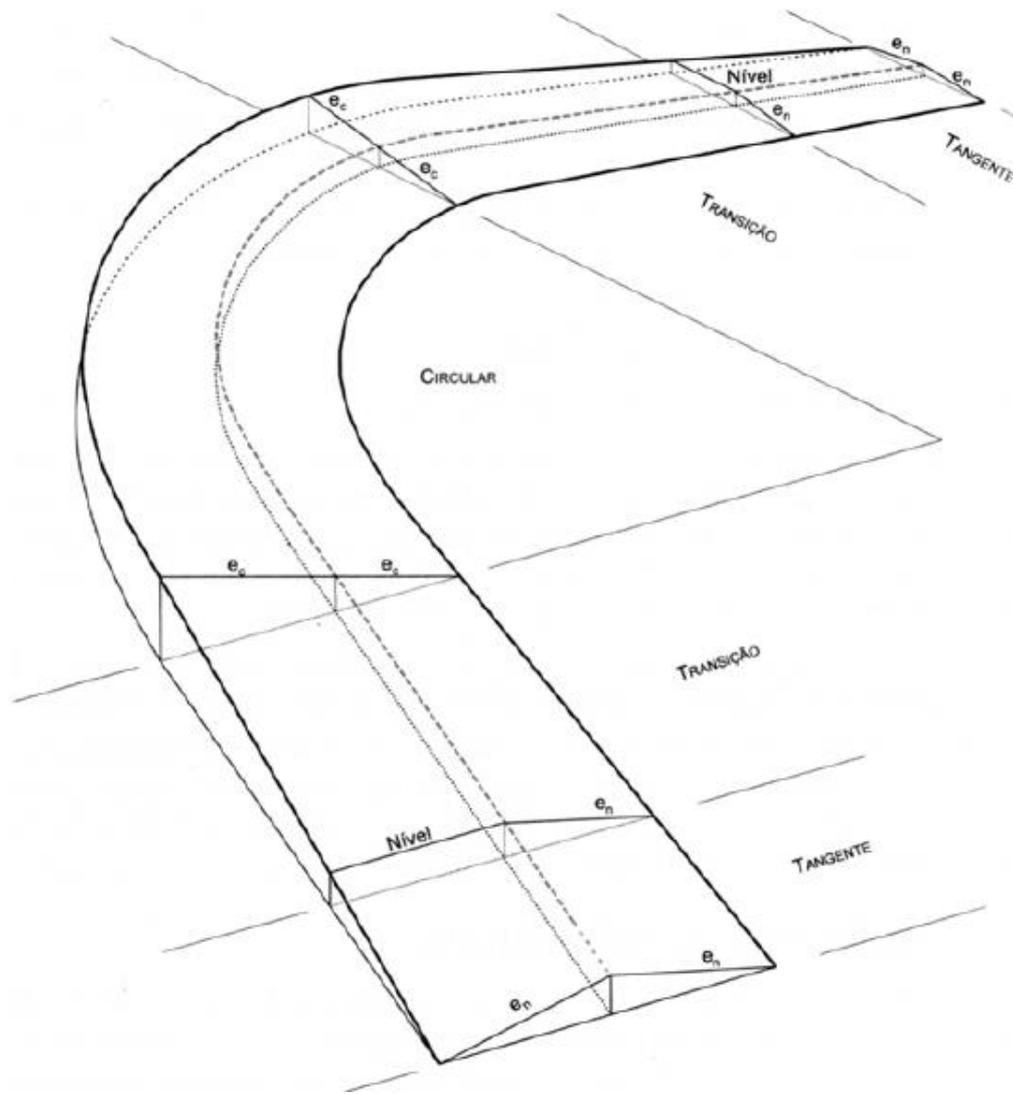


**Problema de invasão da faixa adjacente nas curvas**

# Introdução

- Assim é necessário que, tanto nos PCs quanto nos PTs, exista um trecho com curvatura progressiva.

# Perfil de uma curva com transição e superelevação



# Curva de transição

- A curva de transição tem por função principal de realizar uma passagem gradual de uma tangente para uma curva circular com superelevação.
- A curva de transição deve ser inserida entre a tangente e a curva circular.

## Uma curva de transição exerce basicamente três funções:

- Permitir uma variação contínua da superelevação;
- Criar uma variação contínua a aceleração centrípeta na passagem do trecho reto para o trecho circular;
- Gerar um traçado que possibilite o veículo se manter no centro de sua faixa de rolamento;
- Proporcionar um trecho fluente, sem descontinuidade da curvatura e esteticamente agradável.

## Vantagens da curva de transição

- É a curva descrita por um veículo, em velocidade constante, quando o volante é girado com velocidade angular constante.
- O grau da curva varia linearmente com o comprimento.

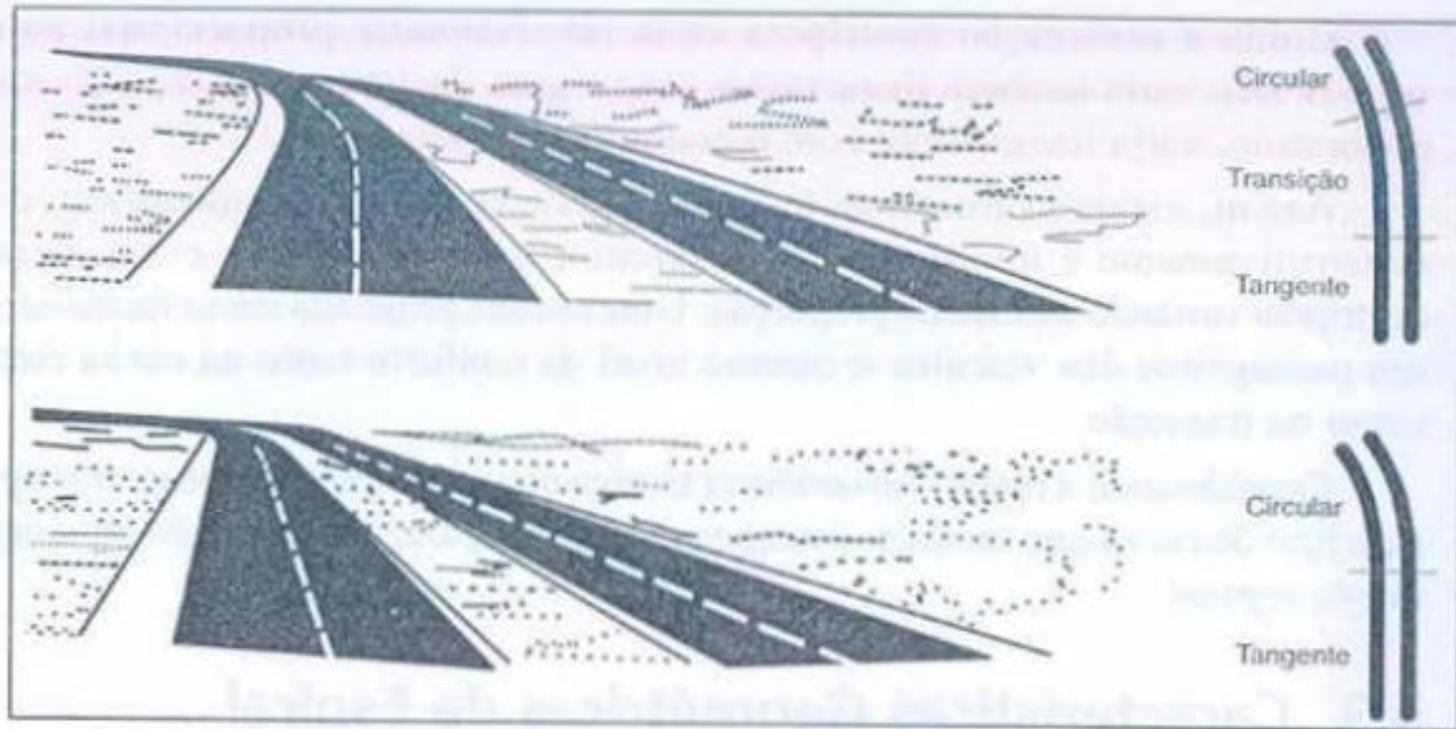
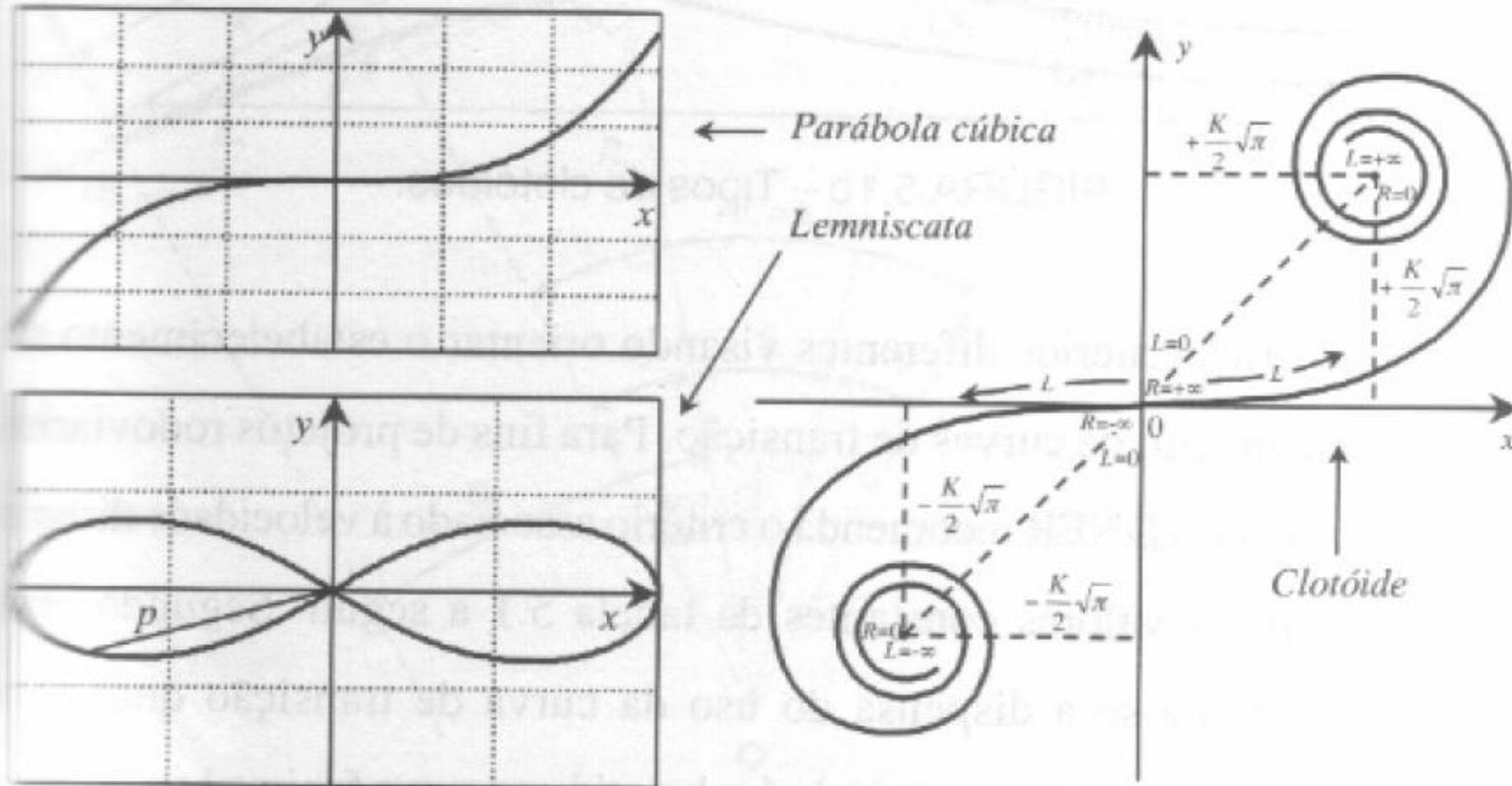


Figura 4.1 Perspectiva de curva horizontal.

# Tipos de curvas de transição



Curvas de raio variável

## Tipos de curvas de transição

- a clotóide ou espiral é uma curva tal que os raios de curvatura em qualquer de seus pontos é inversamente proporcional aos desenvolvimentos de seus respectivos arcos.
- Só vamos estudar a CLOTÓIDE, pois é a curva comumente utilizada no Brasil.

# CLOTÓIDE

- O seu raio diminui ao longo de seu comprimento.
- Raio =  $\infty$  na sua origem.
- Raio = R quando se encontra na curva circular.
- A aceleração centrípeta varia de zero até seu valor máximo.

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

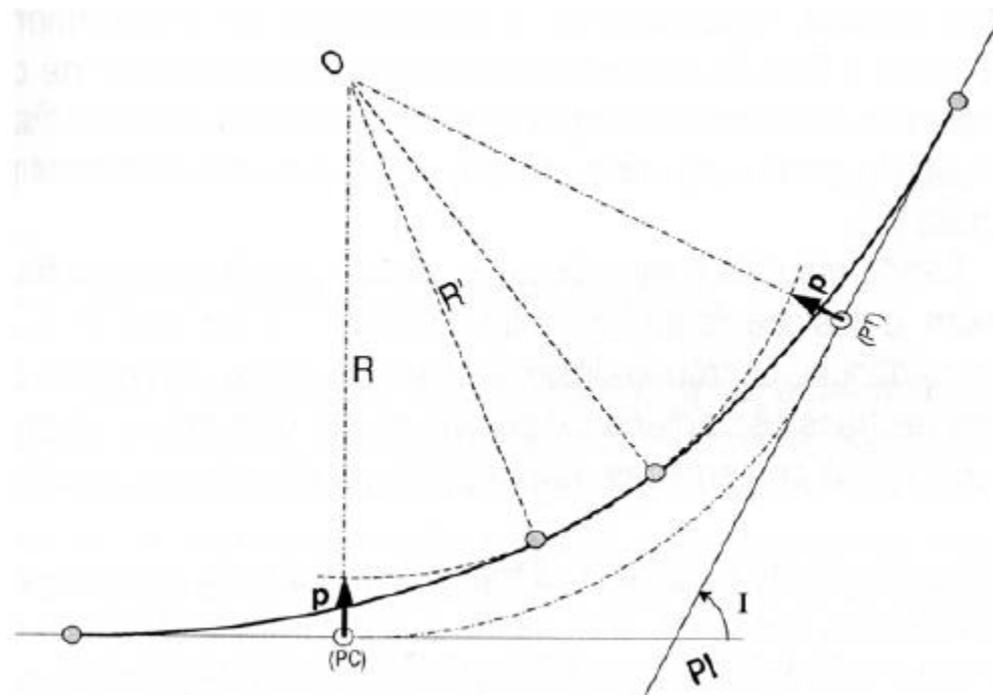
- Quando se introduz a transição com espiral, são definidos novos pontos singulares e, assim, têm-se quatro pontos importantes (no sentido do estaqueamento):
  - TS ou TE é o ponto que corresponde a passagem da tangente para a curva espiral, ou seja, o início da curva de transição
  - SC ou EC é ponto de passagem da espiral para a curva circular, onde o raio das duas curvas são iguais
  - CS ou CE é o ponto onde termina a curva circular e começa a curva espiral para voltar a tangente, o raio da curva é o mesmo das duas curvas
  - ST ou ET é o ponto onde termina a curva de transição e inicia a tangente, terminando toda a curva.

# Métodos para a obtenção do afastamento

- Há três maneiras de conseguir o afastamento  $p$ :
- Método do centro conservado.
- Método do centro e raio conservados.
- Método do raio conservado.

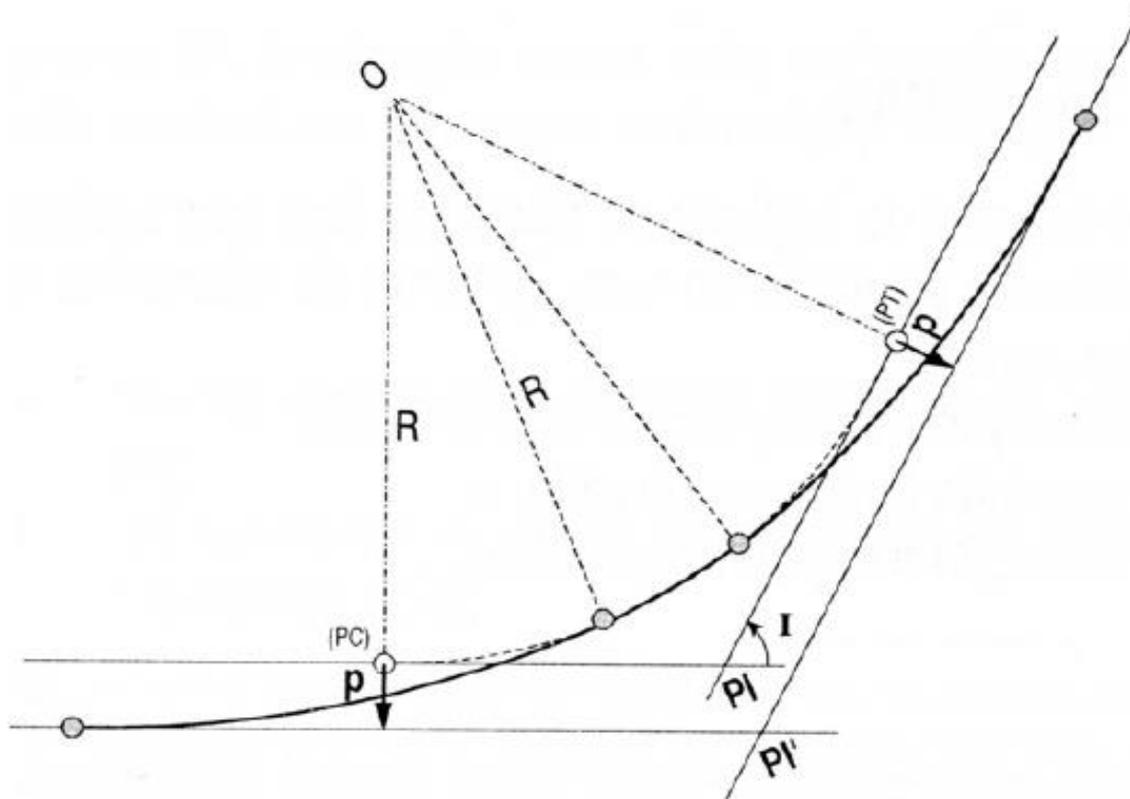
# Métodos para a obtenção do afastamento

- Com a redução do raio  $R_c$  da curva circular. **Método do centro conservado.**



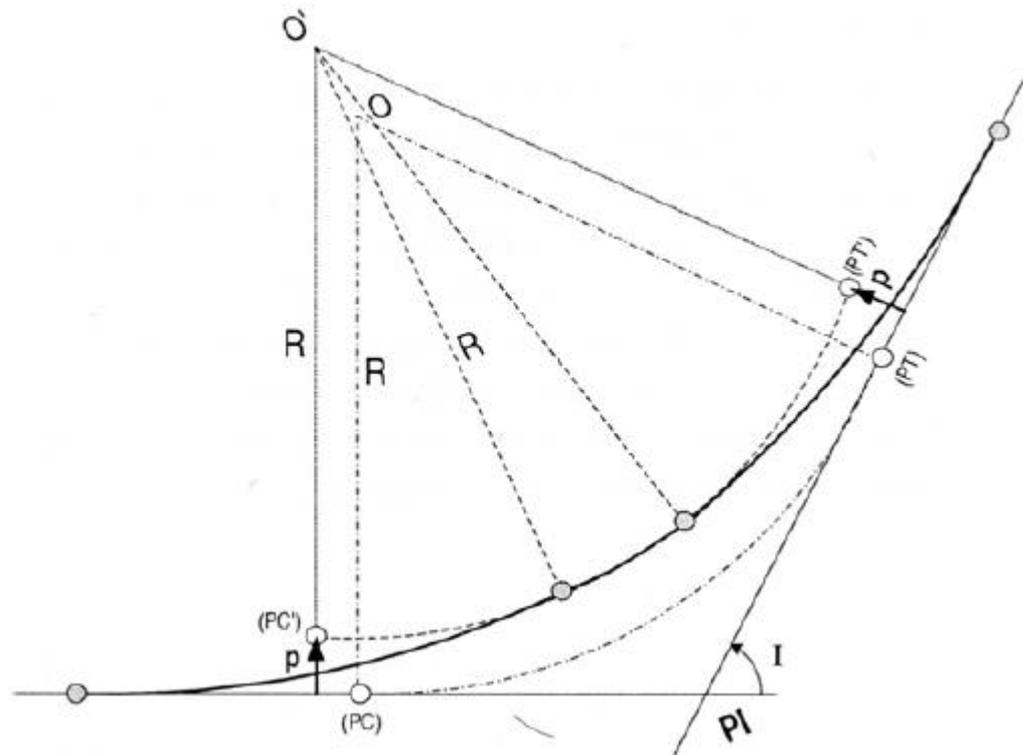
# Métodos para a obtenção do afastamento

- Mantendo a curva circular em sua posição original e afastando as tangentes a uma distância  $p$ . **Método do centro e raio conservados.**

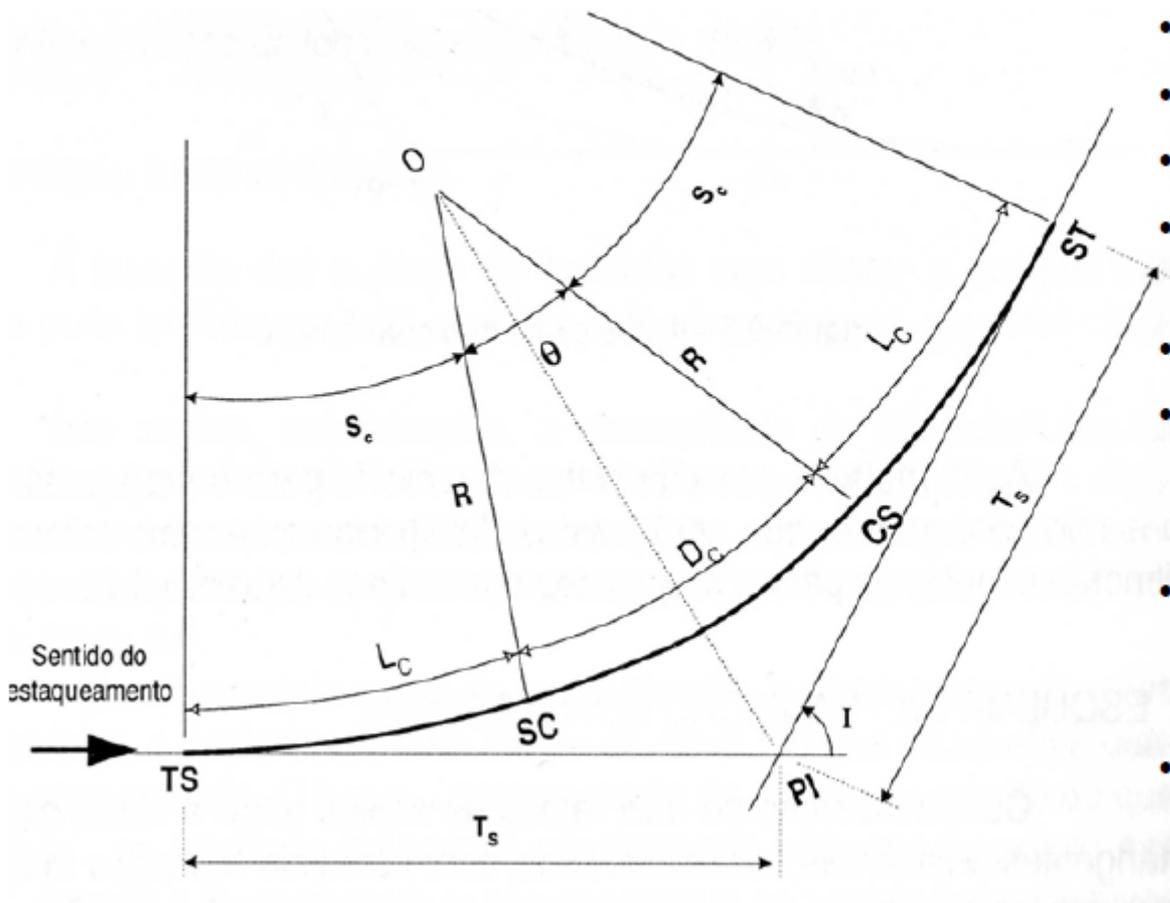


# MÉTODOS PARA A OBTENÇÃO DO AFASTAMENTO

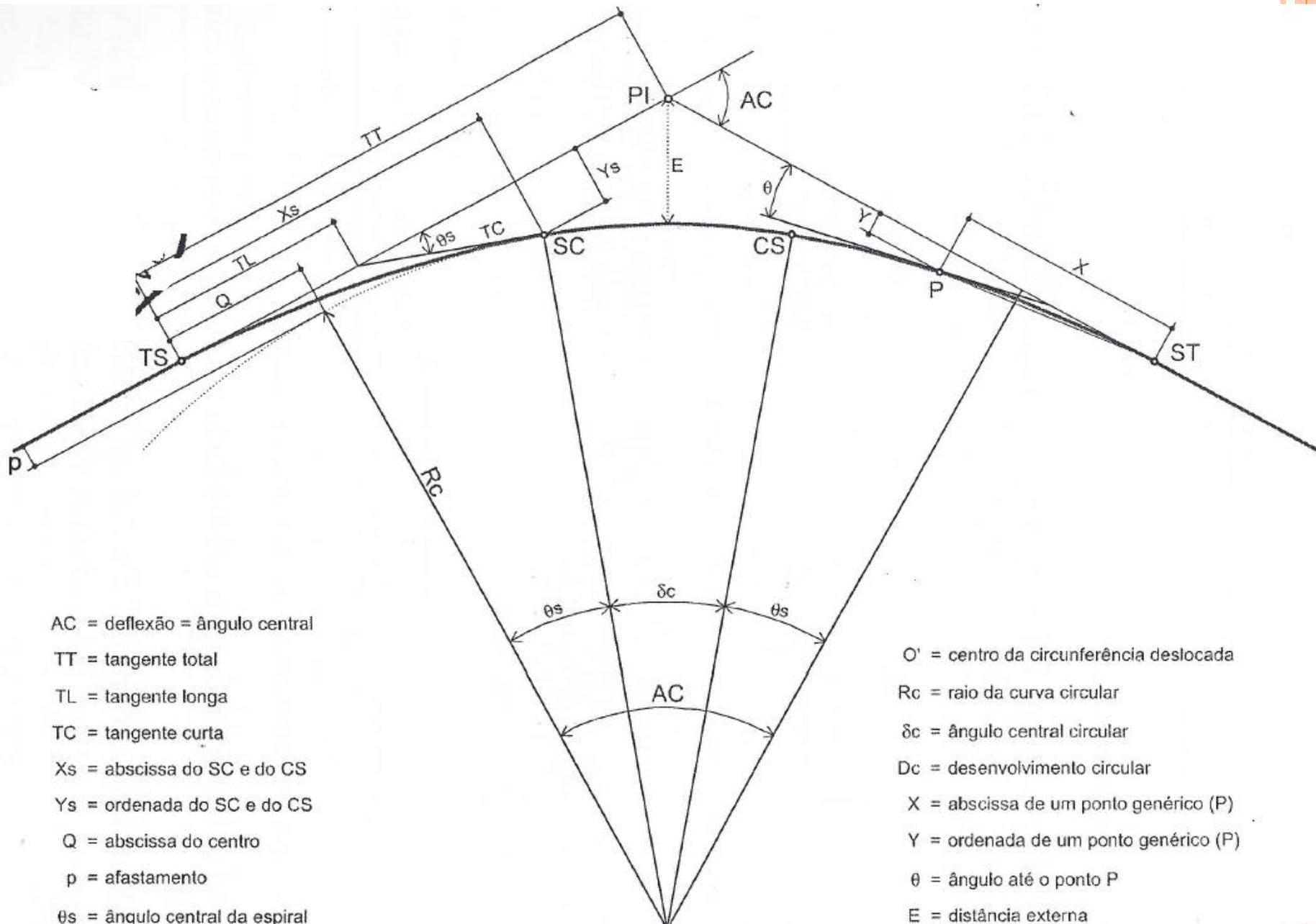
- Afastando o centro (O) da curva circular para uma nova posição (O'), de forma que seja conseguido o afastamento desejado (p) conservando o raio e as tangentes. **Método do raio conservado.**



# CURVA COM TRANSIÇÃO



- PI - ponto de interseção (das tangentes)
- $I$  - ângulo de deflexão
- O - centro da curva circular
- R - raio da curva circular (R)
- $T_S$  - tangente externa ou exterior (m)
- $L_C$  - comprimento da espiral
- $D_C$  - comprimento da curva circular (desenvolvimento) (m)
- $S_C$  - ângulo central correspondente a um ramo da espiral
- $\theta$  - ângulo central correspondente à curva circular

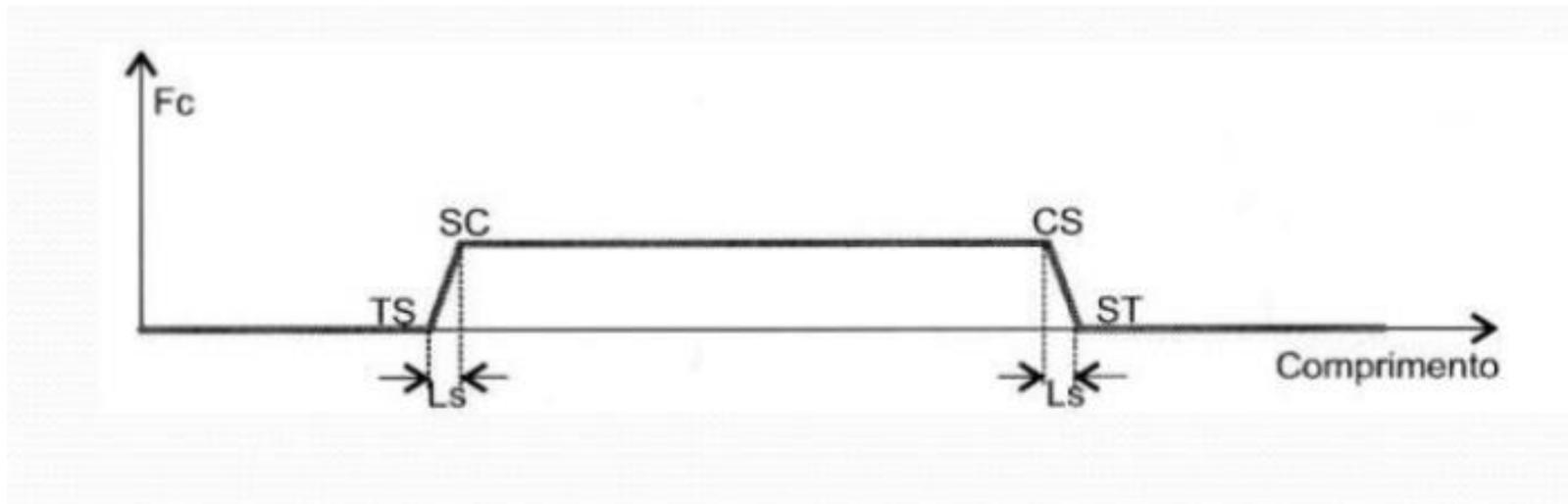
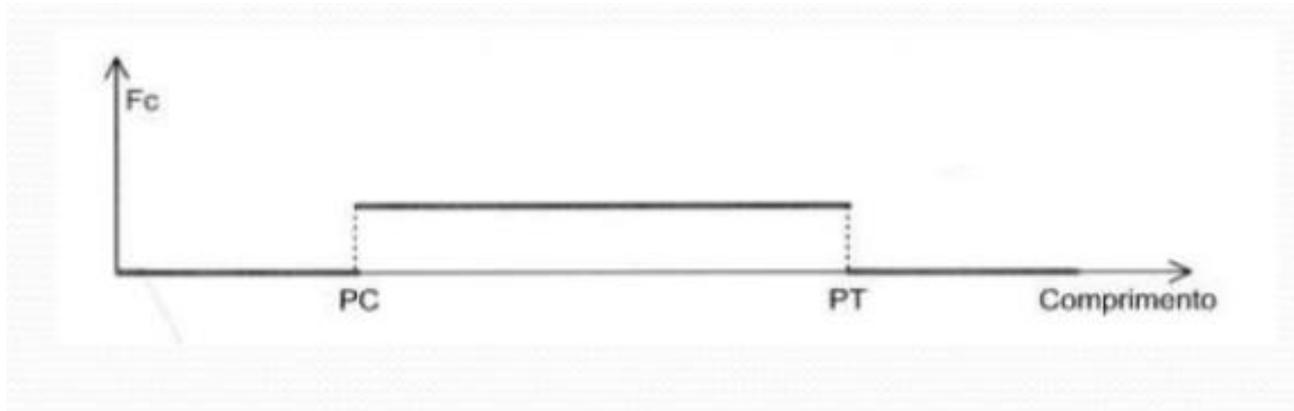


AC = deflexão = ângulo central  
 TT = tangente total  
 TL = tangente longa  
 TC = tangente curta  
 Xs = abscissa do SC e do CS  
 Ys = ordenada do SC e do CS  
 Q = abscissa do centro  
 p = afastamento  
 $\theta_s$  = ângulo central da espiral

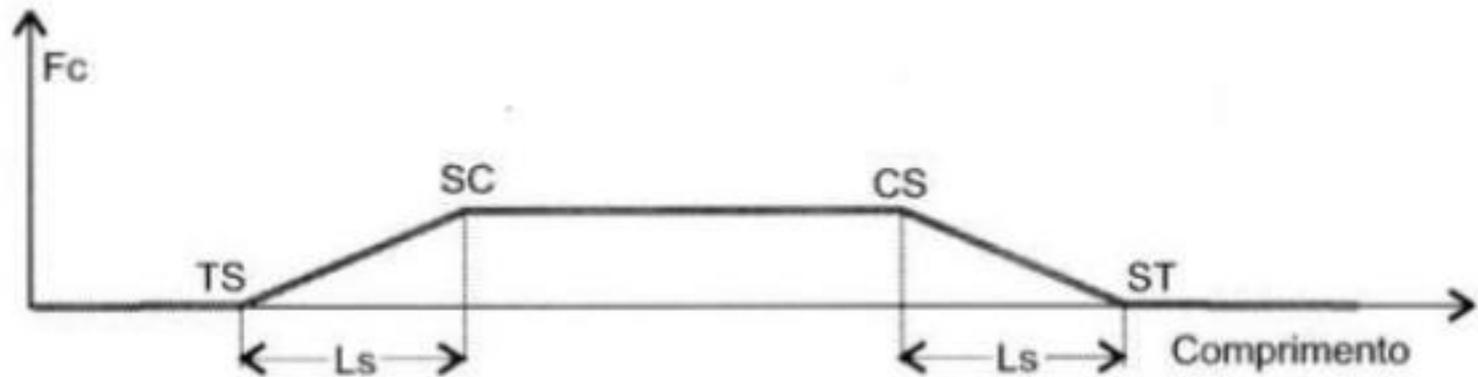
O' = centro da circunferência deslocada  
 Rc = raio da curva circular  
 $\delta_c$  = ângulo central circular  
 Dc = desenvolvimento circular  
 X = abscissa de um ponto genérico (P)  
 Y = ordenada de um ponto genérico (P)  
 $\theta$  = ângulo até o ponto P  
 E = distância externa



# Comprimento de transição



# Comprimento de transição



## Comprimento de transição

- É o comprimento necessário para sair da inclinação zero na tangente e atingir a superelevação máxima na curva circular.
- O comprimento de transição é o comprimento da curva espiral.
- Comprimento de transição ou Curva de transição é o  $L_c$ .

# Comprimento de transição

- Existem normas pré estabelecidas pelo DNIT para o comprimento máximo e o comprimento mínimo da curva de transição.
- Esse comprimento de transição deve gerar uma superelevação gradativa e suave, da tangente para a curva circular.

# Comprimento de transição

- Os limites mínimos estão em função do conforto, segurança, estética e outros.

# Comprimento de transição

- Existem alguns critérios do comprimento mínimo da curva de transição:
  - Critério dinâmico.
  - Critério de tempo.
  - Critério estético

## Comprimento de transição

- **Critério dinâmico:** consiste em estabelecer a taxa máxima de variação da aceleração centrípeta por unidade de tempo – conforto.

$$L_{S_{min}} = \frac{0,036 * Vp^3}{Rc}$$

$Vp = \text{Km/h}$

$Rc; Ls = \text{m}$

## Comprimento de transição

- **Critério de tempo:** estabelece o tempo mínimo de dois segundos para o giro do volante ou o comprimento mínimo de transição é de 30m.
- Prevalece o maior.

$$L_{S_{min}} = \frac{V_p}{1,8}$$

$V_p = \text{Km/h}$

$L_s = \text{m}$

## Comprimento de transição

- **Critério estético:** estabelece que diferença de greide entre a borda e o eixo não deve passar certo valor, depende da  $V_p$ .
- É o critério da máxima rampa de superelevação admissível.

## Comprimento de transição

$$L_{S_{min}} = \frac{e \cdot l_f}{(0,9 - 0,005 \cdot V_p)} \quad p/ V_p \leq 80 \text{ km/h}$$

$$L_{S_{min}} = \frac{e \cdot l_f}{(0,71 - 0,0026 \cdot V_p)} \quad p/ V_p \geq 80 \text{ km/h}$$

$e = \%$  - superelevação

$V_p = \text{km/h}$

$l_f = \text{m}$  – largura da pista.

# Variação da aceleração centrípeta por unidade de tempo

$$j = \frac{V^3}{L_s * R_c}$$

$J <$  critério dinâmico.

$j =$  Variação da aceleração centrípeta por unidade de tempo (m/s<sup>2</sup>/s)

TABELA 5.1 – Valores-limite dos raios  $R$  acima dos quais podem ser dispensadas curvas de transição.

$V_p$ (km/h)	30	40	50	60	70	80	90	100
$R$ (m)	170	300	500	700	950	1200	1550	1900

Fonte: DNER

Tabela 4.1 Inclinação máxima da borda em relação ao eixo.

Velocidade de projeto em km/h	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Inclinação relativa em %	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,48	0,45	0,42	0,40

Tabela 4.2 Comprimento mínimo de variação da superelevação.

Comprimento mínimo do trecho de variação da superelevação ( m )										
Superelevação em %	Velocidade de projeto ( km/h )									
	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
2	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18
4	19	21	22	24	26	29	30	32	34	36
6	29	31	33	36	39	43	45	48	51	54
8	38	41	44	48	52	57	61	64	68	72
10	48	51	55	60	65	72	76	80	85	90
12	58	62	66	72	79	86	91	96	102	109

Tabela 4.3 Comprimento mínimo de variação da transição – valores recomendados pela AASHTO.

Comprimento mínimo do trecho de variação da superelevação ( m )										
Superelevação em %	Velocidade de projeto ( km/h )									
	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
2	20	25	30	35	40	50	55	60	65	70
4	20	25	30	35	40	50	55	60	65	70
6	30	35	35	40	40	50	55	60	65	70
8	40	45	45	50	55	60	60	65	70	75
10	50	55	55	60	65	75	75	80	85	90
12	60	65	65	75	80	90	90	95	105	110

Observação: Pista simples com faixas de 3,6 metros.

## Comprimento de transição

- Para se obter o comprimento máximo:

$$L_{S_{max}} = AC * R_c$$

$L_{S_{max}}$  e  $R_c = m$

$AC = \text{radianos}$ .

$$L_{S_{max}} = \pi * AC * R_c / 180$$

$AC = \text{Graus}$

# Comprimento de transição

- O comprimento de transição pode ser qualquer valor entre o mínimo e o máximo.
- Comprimentos muito grandes geram valores muito elevados.

# Comprimento de transição

- Sugestão:

$$L_{desejavel} = 0,07 * \frac{V^3}{Rc}$$

- Se  $L_{desejavel} > L_{Smax}$  , então deve-se adotar o  $L_{Smax}$ .

## CROQUI DA CURVA DE TRANSIÇÃO

$$\theta_s = \frac{L_s}{2 * R_c}$$

$$X_s = L_s * \left(1 - \frac{\theta_s^2}{10} + \frac{\theta_s^4}{216} - \dots\right)$$

$$y_s = L_s * \left(\frac{\theta_s}{3} + \frac{\theta_s^3}{42} - \dots\right)$$

$$Q = X_s - R_c * \text{sen}\theta_s$$

$$p = y_s - R_c * (1 - \text{cos}\theta_s)$$

$$TT = Q + (R_c + p) * \text{tg}\frac{AC}{2}$$

$$D_c = \delta_c * R_c$$

$$\delta_c = AC - 2 * \theta_s$$

Calculo das  
estacas notáveis

$$TS = PI - TT$$

$$SC = TS + L_s$$

$$CS = SC + D_c$$

$$ST = CS + L_s$$

## Locação de espiral

$$\theta = \frac{L^2}{2 * R_c * L_s}$$

$$X_s = L_s * \left( 1 - \frac{\theta s^2}{10} + \frac{\theta s^4}{216} - \dots \right)$$

$$y_s = L_s * \left( \frac{\theta s}{3} + \frac{\theta s^3}{42} - \dots \right)$$

$$\text{Deflexão} = \text{arctg} \frac{y}{x}$$

Numa curva de uma rodovia, temos os seguintes elementos:

$V = 80 \text{ km/h}$ ,  $\Delta = 35^\circ$ ,  $R_c = 500 \text{ m}$  e  $E(\text{PI}) = 228 + 17,00$ . Determinar  $Ls_{\min}$ ,  $Ls_{\max}$ ,  $\theta_s$ ,  $X_s$ ,  $Y_s$ ,  $\phi$ ,  $D$ ,  $k$ ,  $p$ ,  $TT$ ,  $E$ ,  $E(\text{TS})$ ,  $E(\text{SC})$ ,  $E(\text{CS})$ ,  $E(\text{ST})$ .

$$\left. \begin{aligned} L_{s_{\min}} &= 0,036 \cdot \frac{V^3}{R_c} = 0,036 \cdot \frac{80^3}{500} = 36,86 \text{ m} \\ L_{s_{\max}} &= \frac{R_c \cdot \Delta \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{500 \cdot 35^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = 305,43 \text{ m} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Adotando } L_s = 120 \text{ m} \\ (\approx 3L_{s_{\min}}) \end{array}$$

$$\theta_s = \frac{L_s}{2 \cdot R_c} = \frac{120}{2 \cdot 500} = 0,1200 \text{ rad}$$

$$X_s = L_s \cdot \left( 1 - \frac{\theta_s^2}{10} + \frac{\theta_s^4}{216} \right) = 120 \cdot \left( 1 - \frac{0,12^2}{10} + \frac{0,12^4}{216} \right) = 119,83 \text{ m}$$

$$Y_s = L_s \cdot \left( \frac{\theta_s}{3} - \frac{\theta_s^3}{42} \right) = 120 \cdot \left( \frac{0,12}{3} - \frac{0,12^3}{42} \right) = 4,80 \text{ m}$$

$$\phi = \Delta - 2 \cdot \theta_s = 35^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} - 2 \cdot 0,12 = 0,370867 \text{ rad}$$

$$D = R_c \cdot \phi = 500 \cdot (0,370867 \text{ rad}) = 185,43 \text{ m} = 9 \text{ est} + 5,43 \text{ m}$$

$$k = X_s - R_c \cdot \text{sen} \theta_s = 119,83 - 500 \cdot \text{sen}(0,12 \text{ rad}) = 59,98 \text{ m}$$

$$p = Y_s - R_c \cdot (1 - \cos \theta_s) = 4,80 - 500 \cdot [1 - \cos(0,12 \text{ rad})] = 1,20 \text{ m}$$

$$TT = k + (R_c + p) \cdot \tan\left(\frac{\Delta}{2}\right) = 59,98 + (500 + 1,20) \cdot \tan\left(\frac{35^\circ}{2}\right) = 218,00 \text{ m}$$

$$E = \frac{R_c + p}{\cos\left(\frac{\Delta}{2}\right)} - R_c = \frac{500 + 1,20}{\cos\left(\frac{35^\circ}{2}\right)} - 500 = 25,52 \text{ m}$$

$$E(\text{TS}) = E(\text{PI}) - [TT] = (228 + 17,00) - (10 + 18,00) = 217 + 19,00$$

$$E(\text{SC}) = E(\text{TS}) + [L_s] = (217 + 19,00) + (6 + 0,00) = 223 + 19,00$$

$$E(\text{CS}) = E(\text{SC}) + [D] = (223 + 19,00) + (9 + 5,43) = 233 + 4,43$$

$$E(\text{ST}) = E(\text{CS}) + [L_s] = (233 + 4,43) + (6 + 0,00) = 239 + 4,43$$

